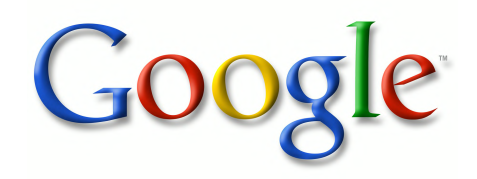
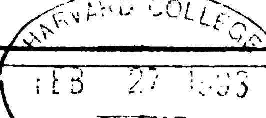




---

27 Feb. 1893 – 26 Jun. 1894.





JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

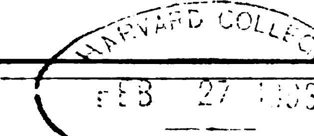
TOME II. — JANVIER 1893.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

11, RUE RATAUD, 11.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, rue Vauquelin, 18, à



JOURNAL
DE PHYSIQ

THÉORIQUE ET APPLIQUÉ

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHY

TROISIÈME SÉRIE.

TOME II. — JANVIER 1893.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSI
11, RUE RATAUD, 11.

...les les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, rue Vau

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les vingt premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, se vendent séparément .... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale .... 15 fr.
Autres pays .... 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,
19303 Quai des Grands-Augustins, 55.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

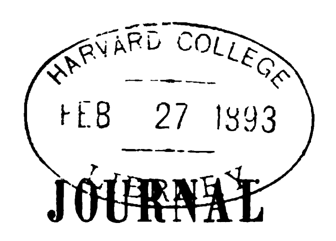
MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME DEUXIÈME. — ANNÉE 1893.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE.
11, RUE RATAUD, 11.

1893



JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

SUR LA DENSITÉ CRITIQUE ET LE THÉORÈME DES ÉTATS CORRESPONDANTS;

PAR M. E. MATHIAS (¹).

Si l'on porte en ordonnées les deux sortes de densités d'un corps (liquide et vapeur saturée) et en abscisses les températures, les deux courbes obtenues se raccordent à la température critique; l'ensemble forme une courbe unique, telle que le lieu des milieux des cordes parallèles à l'axe des ordonnées est une *droite*.

Ce résultat, annoncé par MM. Cailletet et Mathias (²), vérifié sur l'acide sulfureux dans un intervalle de 156°, a été confirmé récemment par M. Amagat (³). Mais, sauf pour l'acide sulfureux, la vérification n'a porté que sur des intervalles de température peu étendus (30° à 60°), et l'on peut craindre que le diamètre rectiligne ne soit qu'une *approximation*.

D'autre part, si l'on pose avec M. Van der Waals

$$p = \varepsilon\pi, \qquad v = n\varphi, \qquad T = 273 + t = m\theta,$$

l'*isotherme réduite* (1), que l'on déduit de son équation des

(¹) Le Mémoire détaillé est inséré dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse* pour 1892.

(²) CAILLETET et MATHIAS, *Journ. de Phys.* [2], 1886 et 1887.

(³) AMAGAT, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXIV, février 1892.

fluides,

$$\left(\varepsilon + \frac{3}{n^2}\right)(3n - 1) = 8m, \tag{1}$$

montre que, à la limite de l'état liquide (m voisin de zéro), n est voisin de $\frac{1}{3}$ pour l'état liquide, et indéfiniment grand pour la vapeur saturée ([1]); c'est ce que Ziloff paraît avoir remarqué le premier ([2]) sans y avoir, d'ailleurs, non plus que Nadejdin ([3]), attaché d'importance. Il s'ensuit que la densité d'un liquide doit tendre vers le triple de la densité critique quand on s'éloigne le plus possible de la température critique, et j'ai montré dans un Mémoire antérieur ([4]) qu'il paraît en être ainsi, *bien que l'équation des fluides de M. Van der Waals, et, par suite, l'isotherme réduite qui en est la conséquence, ne représentent pas du tout l'état liquide pour m voisin de zéro.*

1. Les récentes expériences de M. Sydney Young ([5]) permettent de donner de la *loi du diamètre rectiligne* une démonstration définitive, puisqu'il s'agit des corps les plus divers, au nombre de *douze,* et que les intervalles de température atteignent 300° et même 325° (*benzine monochlorée*).

J'ai, au moyen des *volumes spécifiques moléculaires* donnés par M. Young, calculé la demi-somme des densités ([6]) pour chaque corps à un grand nombre de températures; puis j'ai déterminé le diamètre par deux points ([7]) et j'ai comparé les ordonnées observées et calculées.

Le Tableau suivant donne cette vérification pour six des corps étudiés par M. Young. Les températures absolues de la première

---

([1]) M. Van der Waals a montré qu'on tire le même résultat de l'équation des fluides de Clausius, moyennant une légère modification dans le changement de variables, et j'ai montré moi-même (*Journ. de Phys.*, 1891) qu'il en était de même avec une équation plus générale que celle de Clausius.

([2]) Ziloff, *Journ. de la Soc. Phys. Chim. Russe,* t. XIV, p. 169.

([3]) Nadejdin, *Exner Repertorium,* t. XXIII, p. 713; 1887.

([4]) Mathias, *Journ. de Phys.*, 3e série, t. I, année 1892, p. 53.

([5]) Sydney Young, *Phil. Mag.* [5], t. XXXIII, février 1892.

([6]) Rapportées à l'eau à 4°, ou mieux, au gramme.

([7]) Il serait préférable de déterminer le diamètre rectiligne par la méthode des moindres carrés et en faisant usage de toutes les expériences; c'eût été trop pénible dans le cas présent.

colonne sont relatives à la *benzine monofluorée;* les nombres de chaque couple de lignes horizontales, pour les autres corps, se rapportent à des températures correspondantes. Θ et Δ désignent la température absolue et la densité critiques.

T.		Benzine.	Benzine mono-fluorée.	Acide acétique.	Chlorure d'étain.	Tétra-chlorure de carbone.	Alcool éthylique.
272,25	obs.	0,4500	0,5237	0,5265	1,1199	»	»
	calc.	Admis.	0,5218	0,5295	Admis.	»	»
289,3	obs.	0,4410	0,5136	0,5173	1,0967	0,80251	»
	calc.	0,4414	0,5120	0,5192	1,0974	Admis.	»
320,25	obs.	0,4253	0,4948	0,4992	1,0549	0,7734	0,3937
	calc.	0,4256	0,4939	0,4998	1,0566	0,7743	0,4019
410,4	obs.	0,3785	0,44157	0,44413	0,93515	0,6895	0,3559
	calc.	0,3799	Admis.	Admis.	0,9378	0,6923	Admis.
460,1	obs.	0,3534	0,4119	0,4142	0,8707	0,6457	0,3309
	calc.	0,3545	0,4125	0,4132	0,8719	0,6468	0,3304
519,7	obs.	0,32405	0,3776	0,3761	0,7937	0,5922	0,2997
	calc.	Admis.	Admis.	Admis.	Admis.	Admis.	Admis.
550,0	obs.	0,3092	0,3598	0,3563	»	0,5660	0,2811
	calc.	0,3088	0,3601	0,3576	»	0,5649	0,2844
Θ=559,55	Δ...	0,3037	0,3543	0,3514	0,7413	0,5558	0,2793

La vérification de la loi du diamètre est pour ainsi dire absolue pour tous les corps étudiés; cependant, les trois alcools méthylique, éthylique et propylique donnent, à la température la plus basse des expériences (*voir* les Tableaux VII et IX du Mémoire de M. Young) une différence moyenne d'un peu plus de 2 pour 100 entre les nombres observés et calculés ([1]); la vérification est parfaite dans un intervalle d'environ 180° à partir de la température critique.

Les physiciens qui se sont occupés récemment de la détermination expérimentale des deux sortes de densités, MM. Battelli, Amagat et Young, ont conclu à l'existence d'une limite commune pour les deux densités à la température critique; d'après la loi du diamètre, il s'ensuit nécessairement que la densité critique est égale à l'ordonnée du diamètre qui correspond à la température critique, comme l'ont indiqué MM. Cailletet et Mathias (mai

([1]) L'eau présente également le cas d'un diamètre curviligne.

1886). Les nombres Δ de la dernière ligne horizontale du Tableau précédent sont donc les *densités critiques* des corps étudiés.

2. Si les équations de Van der Waals ou de Clausius, qui relient l'état liquide à l'état gazeux, étaient rigoureuses, il n'y aurait aucune différence à comparer les deux sortes de densités des corps à des *températures correspondantes* ou à des *pressions correspondantes;* il n'y aurait, en effet, dans $f(p, v, t) = 0$, qu'un simple changement de variables. Mais il n'en est pas ainsi et, d'après M. S. Young (1), il est nécessaire de comparer les substances différentes non seulement à des *températures correspondantes,* mais aussi à des *pressions correspondantes.* Il ressort même du travail de ce physicien que, dans cette seconde manière de voir, la comparabilité des corps est plus grande, particulièrement en ce qui concerne la densité de la vapeur saturée.

Je me suis donc proposé de chercher si le diamètre des densités, comparées à des pressions correspondantes, est rectiligne. La *benzine monofluorée* étant toujours le terme de comparaison, j'ai calculé (2) les densités des corps sous des pressions qui correspondent à celles de la vapeur saturée de C^6H^5Fl aux températures marquées dans le Tableau précédent.

Comme précédemment, j'ai déterminé les diamètres par deux points (3). J'ai constaté que ces nouveaux diamètres sont rectilignes dans toute leur longueur, sauf pour les alcools, et qu'ils sont nettement différents des précédents quoique souvent très voisins d'eux. D'après la manière même dont le calcul du diamètre relatif aux pressions correspondantes est fait, il est évident que pour la *benzine monofluorée* les deux sortes de diamètres coïncident. L'ordonnée du diamètre de seconde espèce correspondant à la pression critique fournit une nouvelle valeur de la densité critique Δ. Si cette quantité physique est bien déterminée, les deux valeurs de Δ doivent coïncider; c'est ce qui se vérifie de la

---

(1) S. Young, *loco citato*, p. 155.

(2) D'après les Tableaux VI et VIII du Mémoire de M. Young.

(3) Ces deux points correspondent à deux pressions de la *benzine monofluorée*, et le Tableau IV du Mémoire de M. Young me donnait les points d'ébullition du corps sous des pressions correspondantes; le diamètre était ainsi déterminé en fonction de la température.

façon la plus remarquable. La moyenne de ces deux valeurs fournit donc, à un très haut degré d'approximation, la valeur de la densité critique.

3. *Propriétés de la densité critique.* — I. Les expériences de M. S. Young fournissent une très belle vérification de la règle du *tiers de la densité,* comme le montre ce Tableau, dans lequel les densités critiques Δ sont les moyennes des nombres obtenus par les deux sortes de diamètres :

Corps.	Δ.	Tiers de la densité à $t°$.	$t°$.
C^6H^6	0,3038	0,3000	0°
C^6H^5Fl	0,3543	0,3491	— 0,75
C^6H^5Cl	0,3665	0,3635	+35
C^6H^5Br	0,4860	0,4836	+53
C^6H^5I	0,5843	0,5808	+77,8
$CH^3.OH$	0,2775	0,274	0
$C^2H^5.OH$	0,2786	0,269	0
$C^3H^7.OH$	0,2777	0,2733	0
$(C^2H^5)^2O$	0,2631	0,2453	0
$CH^3.COOH$	0,3516	0,3510	+16,3
CCl^4	0,5557	0,5440	0
$SnCl^4$	0,7414	0,7465	+14,9

Pour les trois alcools et l'éther, la densité du liquide n'est pas prise assez loin de la température critique pour que la vérification précise de la règle du *tiers de la densité* soit possible. Nous verrons, dans la suite de ce travail, une formule très simple qui s'applique à ce cas et permet le calcul très approché de Δ.

II. La méthode des deux diamètres, appliquée aux trois premiers alcools, donne pour leurs densités critiques *six* valeurs qui ne diffèrent de leur moyenne générale 0,2780 que de quantités très inférieures aux erreurs d'observation. Par suite, il est permis d'en conclure que les trois alcools ont *même densité critique*.

Ce résultat se généralise de la façon la plus remarquable, et l'on peut dire que : « *tous les alcools saturés, homologues de l'alcool méthylique, ont même densité critique, qu'ils soient normaux, primaires, secondaires ou tertiaires.* »

L'application de la règle du tiers de la densité ([1]) démontre cette proposition de la manière la plus nette pour *vingt et un* homologues supérieurs de l'alcool éthylique.

La signification physique de ce fait est très simple; en effet, d'après la règle du tiers de la densité, les alcools saturés, pour des températures de plus en plus basses, doivent avoir des densités de liquide sensiblement identiques, ce que l'expérience vérifie.

L'observation précédente ne s'étend pas à toutes les séries homologues; il semble au contraire qu'elle constitue un cas très particulier. En effet, si l'on considère le bromure de méthyle et ses homologues supérieurs, la densité du liquide (prise à la température la plus basse), et par suite la densité critique, diminuent très régulièrement et très rapidement à mesure que le poids de la molécule augmente.

4. *Propriété des diamètres.* — I. Dans ce qui suit, je m'occuperai exclusivement des diamètres relatifs aux températures correspondantes.

Soit y l'ordonnée d'un diamètre, α son coefficient angulaire,

---

([1]) La densité des liquides, telle qu'elle s'introduit dans les équations de la Thermodynamique, est *la densité du liquide sous la pression de la vapeur saturée*. Dans ces conditions, l'état liquide est parfaitement défini par la température *seule*, abstraction faite du cas où le liquide est dans un tube capillaire.

Au contraire, la densité des liquides ordinaires qui se trouve dans tous les Traités de Physique et de Chimie, et dont je me suis servi pour calculer d'une manière approchée la densité critique, est la densité du liquide *pris sous la pression de l'atmosphère*. Or, en général, la pression de vapeur saturée des liquides ordinaires est beaucoup plus faible que la pression atmosphérique; il s'ensuit que la plupart des liquides étudiés en Physique sont des *liquides comprimés*. Cette remarque s'applique d'ailleurs à l'eau, dont le maximum de densité *réel* est plus élevé de quelques millièmes de degré que le maximum *apparent* fixé en général à $+4^{\circ}$. Par suite, la densité maxima de l'eau est abaissée d'une manière sensible. Aujourd'hui que le gramme est *défini* par le *kilogramme* des Archives ou plutôt par la copie qui en a été faite par le *Bureau international des Poids et Mesures*, la remarque précédente n'a pas d'application. Si, comme autrefois, l'unité de poids était définie par le poids d'un centimètre cube d'eau à son maximum de densité, il serait *rationnel* de compléter la définition et d'ajouter que l'eau est prise *sous la pression de sa vapeur saturée*. L'unité de poids serait ainsi abaissée d'environ $\frac{1}{20000}$, et les densités des liquides ordinaires, *rapportées à la pression de la vapeur saturée,* devraient subir une double correction du même ordre de grandeur.

$T = m\Theta$ la température absolue, Δ la densité critique; on a

$$y = \Delta - \alpha(\Theta - T) = \Delta - \alpha\Theta(1 - m),$$

d'où

$$(2)\qquad y = \Delta[1 + a(1 - m)],$$

en posant

$$(3)\qquad a = -\frac{\alpha\Theta}{\Delta}.$$

Or j'ai montré dans un travail précédent ([1]), et les nombres de M. S. Young vérifient également, que, dans un intervalle d'environ 60° au-dessous de la température critique, les deux sortes de densités obéissent au *théorème des états correspondants* ([2]); les diamètres rectilignes doivent donc aussi lui obéir, au moins dans les mêmes limites.

Pour qu'il en soit ainsi, il est nécessaire et suffisant que, dans l'équation (2), a soit une constante. Dans le Tableau suivant, je donne ce coefficient calculé d'après les expériences très précises de M. S. Young

Corps.	Expérimentateurs.	a.
C^6H^6..........	S. Young.	0,9359
C^6H^5Fl........	Id.	0,9165
C^6H^5Cl........	Id.	0,9557
C^6H^5Br.......	Id.	0,9639
C^6H^5I.........	Id.	0,9572
$(C^2H^5)^2O$.....	Id.	0,9600
$CH^3.COOH$....	Id.	0,9647
$SnCl^4$.........	Id.	0,9945
CCl^4..........	Id.	0,9181
Moyenne générale..........		$a = 0,9518$

Excepté la benzine monofluorée, le chlorure d'étain et le tétrachlorure de carbone, la concordance des valeurs de a est très remarquable. Par suite, le théorème de M. Van der Waals s'applique aux diamètres précédents dont l'équation est alors

$$(2')\qquad y = \Delta[1 + 0,950(1 - m)].$$

([1]) E. MATHIAS, *Journ. de Phys.* [3], février 1892, et *Ann. de Toulouse*, 1891.

([2]) D'après les expériences de M. S. Young, ce théorème est particulièrement exact pour les densités de liquides.

La différence de 3 pour 100 par rapport à la moyenne donnée par la benzine monofluorée et le tétrachlorure de carbone n'a que peu d'influence. En effet, à 200° de la température critique, pour ces corps, $(1 - m)$ est sensiblement égal à $\frac{1}{3}$ et l'erreur sur y n'est que de $\frac{1}{130}$.

Quant au chlorure d'étain, il établit la transition entre le *groupe* de corps précédent et le suivant.

Le calcul de a, fait pour la partie rectiligne du diamètre des trois premiers alcools et pour l'acide sulfureux, donne le résultat suivant :

Corps.	Expérimentateurs.	a.
$CH^3.OH$	S. Young.	1,0575
$C^2H^5.OH$	Id.	1,0234
$C^3H^7.OH$	Id.	1,0673
SO^2	Cailletet et Mathias.	1,0534

Moyenne générale .... $a = 1,050$.

Ce Tableau montre que les diamètres des trois alcools et de l'acide sulfureux obéissent au théorème de M. Van der Waals, car a est sensiblement constant.

Dans aucun de ces *groupes* ne se rangerait l'acide carbonique : d'après les nombres de MM. Cailletet et Mathias entre $-34°$ et $+20°$ et d'après ceux de M. Amagat entre 0° et $+31°,35$. En particulier, le diamètre calculé d'après les nombres de M. Amagat donne $a = 0,858$, la densité critique étant 0,464. L'acide chlorhydrique présente un cas analogue, mais avec a sensiblement plus grand que *un*. Il semble donc que la constante a puisse prendre, oscillant autour de l'unité, toute une série de valeurs différentes ; mais il est commode, au point de vue des états correspondants, de ranger les corps en *groupes*, caractérisés par des valeurs de a nettement différentes, ce coefficient restant sensiblement constant pour tous les corps d'un même *groupe*.

II. Le coefficient angulaire d'un diamètre rectiligne, exprimé en fonction de la température centigrade $t°$, est, d'après l'équation (3),

$$\alpha = -a\frac{\Delta}{\theta}. \tag{4}$$

Il est donc négatif ([1]) et, dans chaque groupe de corps où le théorème des états correspondants s'applique (a constant) : *le coefficient angulaire du diamètre est proportionnel à la densité critique et en raison inverse de la température critique absolue.*

Les diamètres les plus inclinés sont donc ceux pour lesquels Θ est petit et Δ grand (cas de l'oxygène); les moins inclinés sont ceux des corps à température critique élevée et à densité critique faible (cas de l'éther et de la benzine).

Cela donne une indication sur la rapidité de la variation des deux sortes de densités, cette variation étant, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle à l'inclinaison du diamètre sur l'axe des abscisses.

III. *Liquides possédant un diamètre rectiligne.* — Soit un corps admettant un diamètre rectiligne jusqu'à la solidification, et passant à l'état solide sans présenter les états pâteux. Soit $X = x\Theta$ la température absolue de fusion ou de solidification (suivant les cas). Appelons $(3+f)\Delta$ la valeur limite qu'atteint la densité δ du liquide à la température X ([2]); la densité de vapeur saturée est sensiblement nulle, et l'ordonnée y du diamètre égale $\frac{\delta}{2}$. Portons cette valeur dans l'équation (2) du diamètre rectiligne; m devient x et l'on en tire

$$x = 1 - \frac{1+f}{2a},$$

ou sensiblement

(5) $$x = \frac{1-f}{2},$$

puisque a est généralement voisin de *un*.

Si l'on connaît la température de fusion ou de solidification et la température critique, x est connu, et l'équation (5) permet de calculer f au moyen de nombres tirés de l'expérience. On a alors

(5)' $$f = 1 - 2x.$$

([1]) Par suite, dans le même intervalle de températures, la variation absolue de la densité du liquide est toujours plus grande que celle de la vapeur saturée.

([2]) Si $f = 0$, la limite de la densité δ du liquide est bien 3Δ, comme le veulent les *isothermes réduites* des différentes équations des fluides (de Van der Waals, de Clausius, etc).

Selon la valeur de x, la valeur limite de la densité du liquide peut être supérieure, égale ou inférieure au triple de la densité critique Δ.

Plus exactement, f est donné par la formule

$$(6)'' \qquad f = (2a - 1) - 2ax = 2a(1 - x) - 1,$$

mais cela ne change rien aux conclusions précédentes.

Proposons-nous de calculer f pour un certain nombre de corps; à cause de la perturbation qu'affecte le diamètre rectiligne au voisinage de la fusion ou de la solidification, et que nous avons négligée, les valeurs obtenues pour f seront simplement approchées.

1° *Cas où a est connu.*

Corps.	θ.	a.	Température absolue de solidification.	Température absolue de fusion.	x.	f.
C^6H^6	561°,5	0,9359	»	276°	0,4915	−0,048
C^6H^5F	559,55	0,9165	»	272,2	0,4865	−0,039
C^6H^5Cl	633,0	0,9557	»	233	0,3681	+0,208
C^6H^5Br	670,0	0,9639	<253	»	<0,3776	>+0,200
C^6H^5I	721,0	0,9572	<255	»	<0,3526	>+0,237
CCl^4	556,15	0,9181	248,3	»	0,4464	+0,016
$SnCl^4$	591,7	0,9945	<287,9	»	<0,4865	>+0,021
$(C^2H^5)^2O$	467,4	0,9600	242	»	0,5177	−0,074
$CH^3.COOH$	594,6	0,9647	289,2	289,2	0,4864	−0,009
CO^2	304,0	0,858	»	216	0,7105	−0,503
SO^2	429,0	1,0534	197	»	0,4592	+0,139

2° *Cas où l'on suppose a = 1.*

Corps.	θ.	Température absolue de solidification.	Température absolue de fusion.	x.	f.
Azote	127°	58°	»	0,4567	+0,087
Hypoazotide	444,2	264	»	0,5943	−0,189
Acide chlorhydrique	324,2	163	»	0,5028	−0,006
Acide sulfhydrique	373,2	187,4	»	0,5021	−0,004
Cyanogène	397,0	»	238,6	0,6010	−0,202
Protoxyde d'azote	309,4	»	174	0,5624	−0,125
Sulfure de carbone	550	»	163	0,2964	+0,407
Chloroforme	537	»	203	0,3780	+0,244
Triméthylcarbinol	507,9	»	298	0,5867	−0,173

Ces Tableaux donnent la signification exacte de la règle du *tiers de la densité*. Elles montrent qu'elle n'est qu'une relation approchée et qu'elle donne, pour Δ, des valeurs tantôt par défaut (cas de CO^2) et tantôt par excès (cas de $SnCl^4$) (¹). Dans ce dernier cas, probablement le plus fréquent, l'erreur commise sur Δ pourrait être notable si l'on se servait de la densité du liquide à la température de fusion ou de solidification. Le plus souvent le point de fusion est inconnu, la densité correspondante aussi, et l'on ne possède que des δ se rapportant à des températures plus hautes; alors la relation $\Delta = \frac{\delta}{3}$ est plus approchée.

IV. *Liquides ne possédant pas de diamètre rectiligne.* — Nous avons vu que c'était le cas des trois alcools méthylique, éthylique et propylique dont le diamètre est curviligne dans une très grande partie de sa longueur. C'est également le cas de l'eau. Aucune règle ne permet actuellement de prévoir si un corps a ou non un diamètre rectiligne.

5. *Calcul rapide de la densité critique.* — La considération du diamètre rectiligne permet de démontrer très simplement une formule qui donne la densité critique, connaissant Θ et une valeur δ de la densité du liquide telle que la densité de vapeur saturée ne soit pas sensible ($m \leqq 0,7$) (²).

Dans ces conditions on a, à un assez haut degré d'approximation, $\delta = 2y$. Remplaçons l'ordonnée y du diamètre rectiligne par sa valeur tirée de (2). Il vient

$$\delta = 2\Delta[1 + a(1 - m)],$$

d'où

$$\Delta = \frac{\delta}{2[1 + a(1 - m)]}.$$

(¹) Les *isothermes réduites* provenant des équations de Van der Waals ou de Clausius, ou même de l'équation plus générale que j'ai signalée (*Journ. de Phys.* [3], t. I, p. 54; 1892) ne peuvent faire prévoir ce résultat. En effet, pour $n = \frac{1}{3}$ elles donnent toutes $m = 0$ au lieu de m voisin de $\frac{1}{3}$ que donne l'expérience. De plus, pour $n < \frac{1}{3}$ ou $\delta > 3\Delta$, on aurait $m < 0$, ce qui est absurde. Cela montre que les diverses équations des fluides ne représentent plus du tout l'état liquide au voisinage de la solidification.

(²) Pour $m = 0,70$, la densité de vapeur saturée δ' est généralement voisine du *centième* de la densité du liquide δ.

Remplaçons a par l'unité, il vient alors la formule approchée

$$\Delta = \frac{\delta}{2(2-m)}. \tag{6}$$

Cette formule provient, comme on voit, des deux résultats les plus importants de l'étude expérimentale des densités (diamètre rectiligne et a voisin de *un*); on peut donc accorder une grande confiance aux résultats qu'elle fournit (*voir* le Tableau final).

La formule (6), dans les conditions où elle est applicable, est très supérieure, à peine est-il besoin de le dire, à la règle du tiers de la densité dont elle est une généralisation (elle la redonne pour $m = 0,5$); c'est ce que montre le Tableau suivant ([1]) :

Corps.	δ.	$t°$.	$\frac{\delta}{3}$.	$\frac{\delta}{2(2-m)}$.	Δ.
CO^2	1,057	— 34°	0,352	0,460	0,460
Az^2O	1,003	— 20,6	0,334	0,423	0,410
SO^2	1,5128	— 30	0,504	0,527	0,520
$(C^2H^5)^2O$	0,736	0	0,245	0,259	0,260
Az	0,866	—202	0,289	0,299	0,299
CH^4	0,415	—164	0,138	0,145	0,143
AzH^3	0,6138	+ 16,5	0,204	0,2394	0,2387
O	1,0883	—169,5	0,363	0,408	0,405

Il suffit donc de connaître *une* valeur δ de la densité de liquide et la température critique pour avoir, par cela même, une valeur très approchée de la densité critique.

Comme cela se rencontre dans un très grand nombre de cas, on voit qu'il est dès lors possible de calculer Δ pour la plupart des corps, et de faire entrer cette quantité physique dans un Tableau des constantes critiques du genre de celui qui est inséré depuis 1891 dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes,* ou dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse* de 1891.

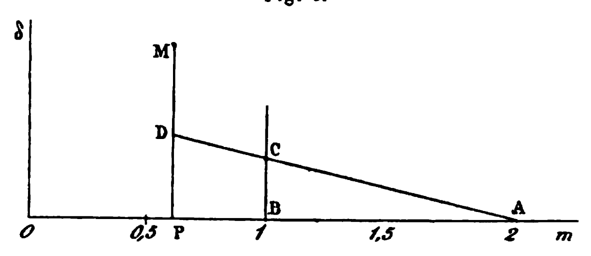
La formule (6) donne lieu à une construction graphique extrê-

([1]) Qui n'est autre qu'un Tableau tiré de mon précédent Mémoire (*Journ. de Phys.* [3], t. I, p. 55; 1892) complété par la formule (6), mais d'où l'on a retiré l'éthylène et l'acide chlorhydrique auxquels cette formule ne peut s'appliquer vu que la densité de vapeur saturée correspondant à la densité du liquide n'est pas négligeable.

mement simple. Soit M le point représentatif de la densité de liquide δ lorsque l'abscisse est m.

Joignons le milieu D de MP au point A dont l'abscisse est $m = 2$; AD *est le diamètre* et l'ordonnée BC correspondant à $m = 1$ *est la densité critique* Δ, au degré d'approximation de la formule bien entendu.

Fig. 1.



Aux deux moyens précédents de calculer Δ connaissant Θ et δ, on doit ajouter celui qui repose sur la formule empirique

$$\delta = A(m - 0{,}569 + 1{,}66\sqrt{1 - m}),$$

pour laquelle je renvoie le lecteur à mon Mémoire précédent (*Journal de Physique*, 1891). Les densités de liquides tirées du Mémoire de M. Young, à l'exception des alcools, la vérifient très bien lorsqu'on donne à la constante A des valeurs convenables qui se trouvent être rigoureusement proportionnelles aux densités critiques, comme le veut le théorème des *états correspondants*. On a, en moyenne,

$$\delta = 2{,}345\Delta(m - 0{,}569 + 1{,}66\sqrt{1 - m}).$$

Connaissant δ et m, cette formule, pour m compris entre 0,8 et $1 - \varepsilon$, fera en général connaître Δ à moins de $\frac{1}{100}$; par suite, elle complète la formule (6) qui s'applique aux valeurs de m inférieures à 0,7 (1).

(1) Il suffit également de connaître une valeur de la densité de vapeur saturée δ' et la valeur de m correspondante (m compris entre 0,85 et $1 - \varepsilon$) pour qu'il soit possible de calculer Δ par la formule connue

$$\delta' = A'(1 - m - 1{,}124\sqrt{1 - m} + \overline{0{,}579}^2).$$

Malheureusement le rapport $\frac{A'}{\Delta}$, tout en oscillant autour de 2,60, varie dans de

Aux méthodes de calcul précédentes, il convient de joindre le théorème des *états correspondants,* dont l'emploi est précisé par ce qui suit, et la formule empirique de M. Ph.-A. Guye

$$1146 \frac{\Delta\Theta}{\pi(1070+\Theta)} = \frac{M}{28,87}, \tag{7}$$

dans laquelle M est le poids moléculaire, Δ, Θ et π la densité, la température absolue et la pression critiques.

Cette formule a l'inconvénient d'introduire dans le calcul de Δ un trop grand nombre de quantités, Θ, π, M, de sorte que les erreurs commises sur chacune d'elles s'ajoutent dans le calcul de Δ. Les résultats que donne cette formule, comparés à ceux que donne la méthode si précise des deux diamètres, montrent que la formule de M. Ph.-A. Guye est insuffisante. Elle peut conduire à des valeurs inexactes par défaut ou par excès de plus de 16 pour 100 (²).

6. *Détermination directe de la densité critique.* — De même, les nombres que l'on déduit de la détermination expérimentale directe des *volumes critiques* peuvent s'éloigner beaucoup de la vérité, tantôt dans un sens et tantôt dans un autre; ainsi, le volume critique de la *benzine monofluorée,* déterminé avec le plus grand soin par M. S. Young, est trop petit d'environ 16,5 pour 100.

Cette erreur s'est reportée sur tous les volumes critiques que M. Young a déduits de l'application du théorème des états correspondants et dont le rapport aux nombres exacts varie entre 1,12

---

trop larges limites pour qu'on puisse accorder la même confiance à cette formule qu'à celle qui représente l'état liquide. L'erreur sur Δ peut s'élever jusqu'à 4 pour 100.

(¹) Ph.-A. Guye, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. CXII, 1891 et *Thèse de Doctorat,* p. 129 à 134.

(²) Il est juste de reconnaître que la formule (7) n'a pas été donnée comme permettant de calculer la densité critique Δ, connaissant Θ, π et M. Par la comparaison des deux nombres de l'égalité (7), selon qu'ils sont sensiblement égaux, ou doubles ou triples l'un de l'autre, M. Guye en conclut que la molécule est restée, au point critique, la même qu'à l'état ordinaire, ou qu'elle s'est doublée, triplée, etc. Pour cet objet, très important, la formule de M. Guye reste valable, et il n'est pas besoin qu'elle soit une relation rigoureusement exacte entre Δ, Θ, π et M. Il serait, cependant, intéressant de voir si, avec des valeurs différentes des constantes numériques, elle pourrait remplir les deux buts à la fois.

et 1,18. On voit par là qu'il est difficile, sinon impossible de déterminer directement et avec précision la densité critique, conclusion à laquelle je suis arrivé dans mon précédent Mémoire. Au contraire, la méthode du diamètre fournit, même appliquée à une grande distance de la température critique, des valeurs précises de la densité critique, parce que, le coefficient angulaire du diamètre étant toujours très faible, une erreur de 1° sur la température critique donne une erreur négligeable et sûrement plus petite que les erreurs d'observation. La détermination indirecte de la densité critique est donc très supérieure à sa détermination directe.

7. *Remarque sur le théorème des états correspondants.* — La comparaison des valeurs de a montre que les corps étudiés par M. Young se rangent en deux groupes; pour l'un, a est très voisin de 0,95, pour l'autre, a se rapproche de 1,05. Dans chacun de ces deux groupes, le théorème des états correspondants est satisfait, d'une façon presque rigoureuse pour le liquide, d'une façon très satisfaisante pour la vapeur saturée tant qu'on n'est pas très loin de la température critique. Si l'on compare deux corps de groupes différents, le théorème de M. Van der Waals, encore vrai pour le liquide, ne l'est plus pour la vapeur saturée, à moins qu'on ne soit très près de la température critique.

Il en résulte que le théorème des états correspondants doit s'appliquer, non pas à tous les corps pris en bloc, mais qu'il faut les ranger en groupes, le théorème conservant sa valeur dans chaque groupe. Cette remarque, tout en limitant l'applicabilité du théorème des états correspondants, prouve que ses vérifications expérimentales sont loin d'être aussi grossières dans l'ensemble que le pense M. Young.

8. *Densités critiques nouvelles.* — Voici, à titre de renseignement, un certain nombre de densités critiques nouvelles calculées soit par la règle du *tiers de la densité,* soit par la formule (6), qui permettent d'utiliser (si l'on peut s'exprimer ainsi) les densités de liquides dispersées dans le *Dictionnaire de Würtz* et ses suppléments, et restées jusqu'ici sans application physique et sans lien.

Corps.	δ.	t°.	$\frac{\delta}{3} = \Delta$.	$\frac{\delta}{2(2-m)} = \Delta$.	
Sulfure de carbone........	1,293	0°	0,431	0,430	0,430
Id.	1,271	+ 15	»	0,428	
Chlore..................	1,33 env.	?	0,443	»	
Brome (1)...............	3,187	0	1,062	»	
Iode (solide)............	4,948	+ 17	1,649	»	
Éthylamine..............	0,6964	+ 8	»	0,253	
Propylamine (2)..........	0,7283	0	»	0,252	0,253
Id.	0,7134	+ 21	»	0,254	
Trichlorure de phosphore..	1,612	0	0,537	0,534	
Hypoazotide.............	1,5035	− 5	»	0,539	0,542
Id.	1,488	+ 5	»	0,541	
Id.	1,474	+ 15	»	0,545	
Eau.....................	1	+ 4	0,333	»	0,342
Id......................	0,9400	+124,1	»	0,341	
Id......................	0,8816	+185,5	»	0,344	
Id......................	0,8661	+200	»	0,344	
Isopentane..............	0,6385	+ 14,2	»	0,230	
Id.	0,636	+ 17	»	0,230	
Hexane normal...........	0,663	+ 17	»	0,229	
Isobutyle................	0,635	− 10	»	0,230	
Amylène ordinaire (3).....	0,678	0	»	0,238	
Isoamylène (4)...........	0,670	0	»	0,237	
Octylène normal..........	0,7217	+ 17	0,240	0,2417	
Diallyle.................	0,684	+ 14	»	0,238	0,239
Id.	0,6456	+ 58	»	0,2395	
Dibutyle................	0,7057	0	»	0,2355	0,236
Id.	0,694	+ 18	»	0,237	
Toluène.................	0,8841	0	0,295	0,287	
Thiophène...............	1,062	+ 23	0,354	0,354	
Chlorure de méthyle......	0,9523	0	»	0,3549	0,354
Id.	0,9283	+ 13	»	0,3543	
Id.	0,9197	+ 17	»	0,3536	
Chlorure de méthylène....	1,3604	0	»	0,462	
Chloroforme..............	1,480	+ 18	»	0,507	
Chlorure d'éthyle.........	0,920		»	0,328	

(1) La densité critique du brome est sensiblement la moyenne arithmétique de celles du chlore et de l'iode.

(2) La propylamine a exactement la même densité critique que l'éthylamine, son homologue inférieur.

(3) Ou triméthyléthylène.

(4) Ou isométhyléthyléthylène.

Corps.	δ.	t°.	$\frac{\delta}{3} = \Delta$.	$\frac{\delta}{2(2-m)} = \Delta$.	
Chlorure d'éthylène.......	1,2808	0°	0,427	0,4236	0,422
Id.	1,256	+ 12	»	0,422	
Id.	1,247	+ 18	»	0,422	
Id.	1,1356	+ 85,5	»	0,419	
Chlorure d'éthylidène.....	1,204	+ 0	0,401	0,406	0,405
Id.	1,189	+ 4,3	»	0,403	
Id.	1,107	+ 57,8	»	0,405	
Chlorure de propyle.......	0,9156	0	»	0,316	
Chlorure d'allyle..........	0,934	0	»	0,318	
Bromure d'éthyle.........	1,4733	0	»	0,503	
Alcool allylique...........	0,8709	0	0,2903	0,2903	0,294
Id.	0,8604	+ 13	»	0,2916	
Id.	0,8507	+ 25	»	0,2927	
Id.	0,8183	+ 62	»	0,2953	
Id.	0,7883	+ 93,5	»	0,2969	
Formiate de méthyle......	0,9928	0	0,331	0,345	
Formiate d'éthyle.........	0,9356	0	»	0,3200	0,321
Id.	0,9188	+ 17	»	0,3217	
Formiate de propyle......	0,9188	0	0,306	0,308	0,308
Id.	0,8761	+ 38,5	»	0,308	
Id.	0,835	+ 72,5	»	0,308	
Formiate d'amyle.........	0,8743	+ 21	0,291	0,293	
Acétate de méthyle........	0,9562	0	»	0,3273	0,326
Id.	0,919	+ 22	»	0,3243	
Id.	0,8825	+ 55	»	0,3264	
Acétate d'éthyle..........	0,9239	0	»	0,3127	0,3125
Id.	0,8875	+ 29,4	»	0,3123	
Id.	0,8623	+ 50,3	»	0,3119	
Acétate de propyle........	0,910	0	0,303	0,299	
Acétate de butyle normal..	0,8718	+ 23	»	0,293	
Acétate d'isobutyle........	0,8921	0	0,2974	0,294	
Acétate d'amyle...........	0,8963	0	0,299	»	
Propionate de méthyle....	0,9578	+ 4	»	0,3235	
Propionate d'éthyle.......	0,914	0	0,3047	0,303	0,303
Id.	0,8945	+ 17	»	0,3030	
Id.	0,8625	+ 45	»	0,3025	
Propionate de propyle.....	0,9022	0	0,301	0,295	0,295
Id.	0,8498	+ 51,27	»	0,295	
Propionate d'isobutyle.....	0,8926	0	0,297	0,2906	0,290
Id.	0,8437	+ 49,2	»	0,290	
Butyrate d'éthyle.........	0,9019	0	0,301	0,297	
Butyrate de propyle.......	0,879	+ 15	0,293	»	
Butyrate d'isopropyle.....	0,8787	0	0,293	»	

Corps.	δ.	t°.	$\frac{\delta}{3} = \Delta$.	$\frac{\delta}{2(2-m)} = \Delta$.	
Butyrate de butyle........	0,8885	0°	0,296	»	
Butyrate d'isobutyle......	0,8798	»	0,293	»	
Butyrate d'amyle..........	0,852	+ 15	0,284	»	
Isobutyrate de méthyle....	0,9056	0	0,3019	0,3017	
Id.	0,8625	+ 38,6	»	0,3015	0,3016
Id.	0,815	+ 78,6	»	0,3016	
Isobutyrate d'éthyle.......	0,890	0	0,297	0,2945	
Id.	0,871	+ 12,8	»	0,295	0,295
Id.	0,831	+ 55,6	»	0,295	
Isobutyrate de propyle....	0,8872	0	0,296	0,2887	
Valérianate d'éthyle.......	0,894	0	0,298	0,294	
Id.	0,8765	+ 20	»	0,2955	0,295
Id.	0,8616	+ 40	»	0,2975	
Acétone..................	0,814	0	»	0,2785	0,278
Id.	0,7921	+ 18	»	0,2778	
Acétal....................	0,821	+ 22,4	»	0,285	
Acide propionique.........	1,0143	0	0,338	0,326	

LA PROPAGATION ANOMALE DES ONDES LUMINEUSES ET LES ANNEAUX DE NEWTON;

PAR M. CH. FABRY [1].

Les phénomènes de propagation anomale des ondes lumineuses peuvent être mis en évidence et étudiés au moyen de tout appareil qui produit l'interférence entre deux ondes sphériques de rayons différents. Un appareil producteur des anneaux de Newton peut, convenablement employé, servir très commodément à l'étude de ces phénomènes.

Imaginons un appareil producteur des anneaux de Newton, composé d'une lentille convergente dont une face, convexe, est appliquée sur une surface plane réfléchissante. Faisons tomber sur ce système une onde plane parallèle à la surface réfléchissante OA'. Soient Ω et Ω' les ondes réfléchies sur les surfaces OA, OA'. Ces deux ondes sont sphériques (celle qui s'est réfléchie sur

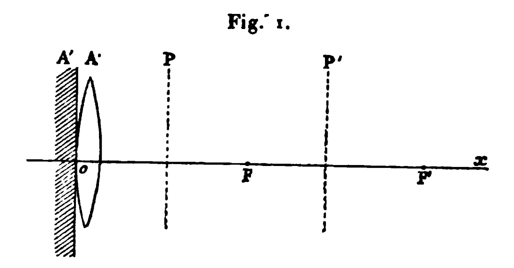
[1] Mémoire reçu par la rédaction du Journal le 20 juillet 1892.

la surface plane a aussi traversé deux fois la lentille); mais leurs rayons sont différents. Soient F et F′ leurs centres (1). En tout point de la droite OF ces deux ondes sont tangentes et présentent une différence de marche $\frac{\lambda}{2}$ (perte de phase dans l'une des réflexions). Sur un plan P normal à OF, on aura donc un système d'anneaux à *centre noir*.

Au delà de F, l'onde Ω prend une avance de $\frac{\lambda}{2}$. En tout point du segment FF′ les deux ondes se trouveront d'accord, et sur un plan P′ normal à Ox en un point de ce segment on aura des anneaux à *centre blanc*.

Enfin, au delà de F′, l'onde Ω′ prend à son tour une avance de $\frac{\lambda}{2}$, et les anneaux redeviennent à *centre noir*.

Fig. 1.



Il n'est pas nécessaire que l'onde incidente soit plane : si l'appareil est éclairé par *un point lumineux* S placé au voisinage de Ox, les deux ondes réfléchies seront encore sphériques, et leurs centres seront les images de S par rapport à deux miroirs de même sommet O et de foyers F et F′.

Disposition expérimentale. — Je me suis servi d'une lentille biconvexe de 2^m environ de distance focale, appliquée contre un

(1) Il est facile de calculer la position des points F et F′, et de s'assurer que ces points peuvent être fort loin l'un de l'autre : si, par exemple, on suppose la lentille infiniment mince, biconvexe et symétrique, et son indice égal à 1,5, on trouve

$$OF = \frac{f}{4}, \qquad OF' = \frac{f}{2},$$

en désignant par f la distance focale de la lentille. F est alors au milieu de OF′.

plan de verre. Le système est placé verticalement, et éclairé par un *point lumineux* (¹) placé à quelques mètres de distance. On l'obtient en dirigeant le faisceau solaire sur une lentille convergente de très court foyer; il doit être placé un peu en dehors de Ox pour que l'observateur n'intercepte pas les rayons incidents.

Les franges sont observées au moyen d'une loupe mobile. Si son plan focal coïncide avec la lame mince, on voit les anneaux de Newton ordinaires, à centre noir. A mesure qu'on s'en écarte, les anneaux vont en se resserrant, leur centre restant noir. Arrivé au centre de la première onde, on cessera de voir les anneaux (ils seraient alors infiniment resserrés). Ils reparaîtront aussitôt après, mais à centre blanc. Leurs diamètres iront en croissant jusqu'à ce que le plan focal de la loupe soit à égale distance des centres des deux ondes; ils se resserreront de nouveau, pour disparaître lorsque l'on arrivera au centre de la deuxième onde, et reparaître au delà avec un centre noir. Leurs diamètres augmenteront constamment si l'on continue à éloigner la loupe.

Lignes focales. — Si l'onde incidente est assez oblique par rapport aux surfaces réfléchissantes, chaque onde réfléchie a deux lignes focales distinctes. Soit Ox la normale commune en O aux deux ondes réfléchies (c'est-à-dire le rayon réfléchi au point de contact des deux faces), et supposons le plan d'incidence horizontal. Soient A et B les lignes focales de l'onde Ω, A' et B' celles de l'onde Ω' (²).

Sur un plan normal à Ox en un point du segment OA on aura un système de franges *elliptiques* à *centre noir*. Ces ellipses s'allongent dans le sens vertical à mesure qu'on approche de A. Au delà de A, l'onde Ω prend la forme d'une surface à courbures

---

(¹) L'emploi d'un point lumineux est absolument indispensable : grâce à son emploi, les franges cessent d'être localisées; leur netteté dépend de l'exiguïté du point lumineux. Si la source lumineuse avait quelque étendue, les franges seraient localisées dans la lame mince elle-même, et aucun des phénomènes étudiés ici ne serait observable.

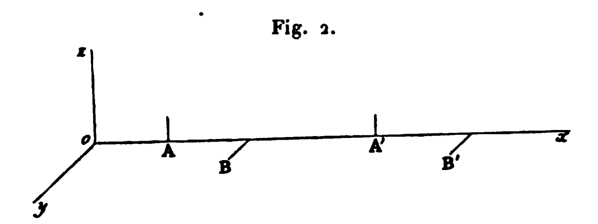
(²) Pour avoir quatre lignes focales réelles et dans l'ordre où elles se succèdent sur la figure, il suffit de placer le point lumineux à une assez grande distance de l'appareil, sous une incidence un peu inférieure à 45°. C'est alors que le phénomène est le plus complet.

opposées, puisque ses centres de courbure sont toujours A et B; l'onde Ω′ n'a pas changé de nature. Les franges sont alors *hyperboliques;* elles ont exactement la forme des franges que l'on obtient, en lumière convergente polarisée, avec un système de deux lames de quartz parallèles à l'axe dont les axes sont croisés.

L'onde Ω a pris une avance de $\frac{\lambda}{4}$. Les hyperboles seront donc à *centre gris.*

L'expérience permet aussi de montrer qu'il s'est réellement produit une *avance* de $\frac{\lambda}{4}$, et non un retard : on constate, en effet, que la tache centrale *grise* est immédiatement adjacente à une frange *noire* à droite et à gauche, et à une frange *brillante* en haut et en bas. Or les différences de phase que l'on observe sont dues à trois causes : 1° la différence des chemins géométriques; 2° la variation de phase de $\frac{\lambda}{4}$ par propagation anomale de l'onde Ω; 3° une perte de phase de $\frac{\lambda}{2}$ par réflexion de l'une des ondes. Il est clair que si cette dernière perte de phase ne se produisait pas, les franges brillantes et sombres seraient simplement transposées.

Fig. 2.



On trouverait alors une frange brillante en s'écartant du centre dans le sens horizontal. Mais en un pareil point c'est l'onde Ω qui a parcouru le plus long chemin géométrique; comme elles se trouveraient d'accord, il faut admettre que l'onde Ω a subi une *avance,* comme le veut la théorie.

En continuant les raisonnements que l'on vient de lire, il est facile de voir ce qui se passe pour les différentes positions de la loupe d'observation :

Entre O et A...	Ellipses à centre noir.
Entre A et B...	Hyperboles à centre gris, bordé de blanc en haut et en bas, et de noir à droite et à gauche.
Entre B et A'..	Ellipses à centre blanc.
Entre A' et B'..	Hyperboles à centre gris, bordé de noir en haut, en bas, et de blanc à droite et à gauche.
Au delà de B' ..	Ellipses à centre noir.

Le calcul des différences de marche conduit aux mêmes résultats quant à la forme des franges. Prenons trois axes de coordonnées rectangulaires disposés comme l'indique la figure, et soient a, b, a', b' les abscisses des lignes focales. En un point x, y, z la différence des chemins géométriques parcourus par les deux ondes sera

$$\Delta = \frac{1}{2}\left[y^2\frac{a'-a}{(a-x)(a'-x)} + z^2\frac{b'-b}{(b-x)(b'-x)}\right],$$

y et z étant supposés petits par rapport aux autres longueurs.

En y considérant x comme une constante, cette équation est celle des franges obtenues sur un plan parallèle à zOy et d'abscisse x; elle représente un système de coniques concentriques, dont le genre change chaque fois que x passe par les valeurs a, a', b, b'.

L'expérience fondamentale par laquelle M. Gouy a mis en évidence les variations de phase par propagation anomale (¹) consiste aussi à faire interférer deux ondes de courbures différentes, et à étudier la nature de la *frange centrale* (celle pour laquelle les chemins géométriques parcourus par les deux ondes sont égaux). Mais dans cette expérience, rien, dans la forme du phénomène, ne distingue la frange centrale des autres; seule la distribution des *couleurs* peut servir à faire cette distinction. L'expérience est délicate et exige des précautions minutieuses que M. Gouy a indiquées dans son Mémoire.

Dans l'appareil interférentiel que je viens d'étudier, la frange centrale se reconnaît toujours à sa position; il suffit de comparer *l'éclairement* du centre avec celui des points voisins; l'expérience réussirait même en lumière homogène. L'appareil n'exige, de

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, octobre 1891; *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. X, p. 502.

plus, aucun réglage, et permet de suivre chacune des ondes dans toute l'étendue de sa marche, aussi bien avant qu'après son passage par un foyer ou une ligne focale.

PERFECTIONNEMENTS A LA MÉTHODE DE M. MOUTON POUR L'ÉTUDE DU SPECTRE CALORIFIQUE;

PAR M. E. CARVALLO.

1. *Méthode de M. Mouton* (1). — Ce qui manque dans le spectre calorifique, ce sont des repères commodes pour remplacer les raies de Fraunhofer qu'on utilise dans le spectre visible et ultraviolet.

M. Mouton y supplée de la façon suivante :

Une lame de quartz Q, parallèle à l'axe, est placée entre un polariseur P et un analyseur A (*fig.* 1). La section principale de A

Fig. 1.

A Q P

est parallèle à celle de P. La section principale de la lame Q est à 45° des deux premières. Un faisceau de rayons lumineux parallèles entre eux et perpendiculaires à la lame Q traverse le système P, Q, A. Il est analysé à la sortie de A par un prisme ou un réseau. On obtient un spectre cannelé de Fizeau et Foucault. M. Mouton prend comme repères les franges noires de ce spectre cannelé et il enseigne à trouver leurs longueurs d'onde, leurs indices de réfraction pour une matière quelconque et l'épaisseur de la lame de quartz.

Dans le spectre calorifique, on promène une pile thermo-

---

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 5e série, t. XVIII; *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 393.

électrique linéaire en communication avec un galvanomètre. Les positions de la pile qui répondent aux minima d'intensité indiqués par le galvanomètre sont celles des franges noires. C'est cette méthode que j'ai utilisée dans ma thèse ([1]) pour étudier la loi de dispersion dans le spath d'Islande.

2. *Inconvénients de la méthode.* — J'ai déjà signalé les inconvénients de cette méthode. Elle est longue et pénible; la précision est peu satisfaisante, les erreurs pouvant monter à quelques unités du quatrième chiffre décimal, ce qui les rend environ dix fois plus fortes que celles du spectre visible. Je me suis proposé d'améliorer la méthode de M. Mouton, en recherchant les meilleures conditions d'observation et analysant les diverses causes d'erreur. Comme je l'ai exposé dans un Mémoire sur la polarisation rotatoire du quartz, c'est toujours une méthode de mesure mauvaise en principe, celle qui consiste à fixer la position d'un maximum ou d'un minimum. Et, en effet, ces points sont mal déterminés, la fonction mesurée ne variant pas sensiblement dans leur voisinage. Il faut au contraire s'attaquer aux valeurs pour lesquelles la fonction mesurée varie le plus vite. Quels sont donc les points du spectre cannelé qui répondent à cette condition? Nous allons les découvrir et les caractériser par le calcul.

3. *Calcul des intensités dans le spectre cannelé.* — Supposons que, la section principale du polariseur étant parallèle à celle de l'analyseur, la section principale de la lame de quartz soit à 45° des deux premières. Soient (*fig.* 2) OP l'amplitude de la vibration

Fig. 2.

P

Q′ A Q

O

lumineuse du polariseur, OQ et OQ′ ses composantes suivant les

([1]) *Ann. de l'École Normale*, Supplément pour 1890.

directions des deux vibrations ordinaire et extraordinaire de la lame de quartz. Soit enfin OA la composante de OQ et aussi de OQ′ suivant la vibration de l'analyseur. On a

$$\mathrm{OA} = \frac{\mathrm{OP}}{2}.$$

Dans l'analyseur, la vibration lumineuse est la résultante des deux vibrations, d'amplitude égale à OA, et qui proviennent des vibrations OQ et OQ′ du quartz.

Or ces deux vibrations ont subi, par le fait de leur passage à travers la lame de quartz, une certaine différence de phase φ déterminée pour chaque valeur de la longueur d'onde λ et variable avec λ. Si donc la première vibration est représentée par la formule

$$x = \mathrm{OA}\cos 2\pi \frac{t}{\mathrm{T}},$$

l'autre sera représentée par

$$x' = \mathrm{OA}\cos 2\pi \left(\frac{t}{\mathrm{T}} + \varphi\right).$$

La résultante de ces deux vibrations a pour expression

$$x + x' = \mathrm{OA}\left[\cos 2\pi \frac{t}{\mathrm{T}} + \cos 2\pi\left(\frac{t}{\mathrm{T}} + \varphi\right)\right] = 2\,\mathrm{OA}\cos 2\pi\left(\frac{t}{\mathrm{T}} + \frac{\varphi}{2}\right)\cos\pi\varphi.$$

L'intensité de cette radiation, à la sortie de la lame de quartz, est

$$i = (2\,\mathrm{OA})^2 \cos^2\pi\varphi.$$

Or $2\,\mathrm{OA} = \mathrm{OP}$ est l'amplitude de la vibration incidente. $(2\,\mathrm{OA})^2$ est alors l'intensité de la lumière incidente. Je la désigne par I. J'obtiens alors la formule

$$(1) \qquad i = \mathrm{I}\cos^2\pi\varphi,$$

qui fait connaître le rapport de l'intensité i de la lumière émergente à l'intensité I de la lumière incidente, en fonction de la différence de phase φ que la lame de quartz établit entre son rayon ordinaire et son rayon extraordinaire.

4. *Définition précise des repères dans le spectre cannelé.* — La méthode de M. Mouton consiste, nous l'avons vu, à prendre

pour repère les minima d'intensité du spectre cannelé. Ce sont les points pour lesquels on a $i = 0$. Ils sont donnés par la formule

$$\cos^2 \pi\varphi = 0,$$

d'où

$$\varphi = k + \tfrac{1}{2},$$

où k prend toutes les valeurs entières de zéro à l'infini. D'après les idées exposées au n° 2, nous prendrons au contraire comme repères les points du spectre où la dérivée

$$\frac{d\frac{i}{I}}{d\varphi} = -\pi \sin 2\pi\varphi$$

est maximum en valeur absolue. Ce sont les points donnés par la formule

$$(2) \qquad \sin 2\pi\varphi = \pm 1 \quad \text{ou} \quad \varphi = k \pm \tfrac{1}{4},$$

où k prend toutes les valeurs entières.

Nos repères sont les points du spectre cannelé pour lesquels la lame de quartz introduit entre les rayons ordinaire et extraordinaire une différence de phase égale à $\frac{1}{4}$, à un entier près.

En ces points, la formule (1) donne, pour le rapport de l'intensité émergente à l'intensité incidente,

$$\frac{i}{I} = \cos^2 \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}.$$

On arrive ainsi à cette méthode d'observation :

Les sections principales du polariseur et de l'analyseur étant rendues parallèles :

1° *Mettre celle du quartz à 45° des deux premières et mesurer l'intensité i reçue par la pile.*

2° *Mettre la section principale du quartz parallèle aux deux premières et mesurer l'intensité* I.

Les repères dans le spectre cannelé sont les positions de la pile pour lesquelles on a $\frac{i}{I} = \frac{1}{2}$.

C'est la méthode de M. Mouton, sauf que l'inventeur prenait pour repères les points où l'on a $\frac{i}{I} = 0$. Outre les avantages exposés au n° 2, nos repères ont encore celui de se prêter à une méthode d'observation meilleure. La voici :

5. *Nouvelle méthode d'observation :*

1° *Observer i comme précédemment* (n° 4).

2° *Au lieu de tourner la lame de quartz de 45°, comme le fait M. Mouton, tourner le polariseur de 90° et mesurer la nouvelle intensité i'.*

On voit, comme au n° 3, qu'on aura

$$i' = I \sin^2 \pi\varphi. \tag{3}$$

Les repères sont donc caractérisés par

$$i - i' = 0.$$

Des formules (2) et (3) on tire encore celle-ci

$$\frac{i - i'}{i + i'} = \cos 2\pi\varphi, \tag{4}$$

que j'emploie dans les observations.

Avant d'exposer les avantages de la nouvelle méthode, je vais donner, comme exemple, l'application que j'en ai faite en déterminant l'indice de réfraction pour la longueur d'onde $\lambda = 1^\mu{,}44$ et le rayon ordinaire du spath d'Islande.

6. *Exemple d'application de la nouvelle méthode.* — La lame de quartz employée est une de celles qui ont été étudiées par M. Mouton. D'après les recherches de ce savant, elle a pour épaisseur 369 microns. Pour la longueur d'onde $\lambda = 1^\mu{,}44$ [1], elle introduit entre les deux rayons une différence de phase

$$\varphi = \frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}.$$

---

[1] Ce nombre résulte des travaux de M. Mouton. Il demanderait sans doute à être repris avec les perfectionnements apportés ici à sa méthode.

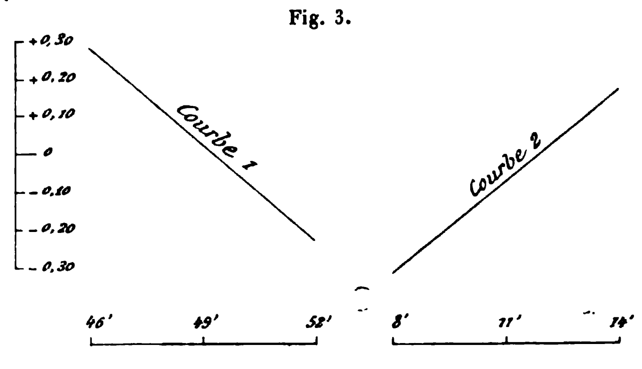
Si donc on place le système interférentiel P, Q, A (*fig.* 1) devant la fente d'un goniomètre sur lequel on a placé un prisme en spath d'Islande, on pourra, par notre méthode, déterminer l'indice de réfraction ordinaire du spath pour cette longueur d'onde $\lambda = 1^{\mu},44$. Voici le Tableau des nombres observés :

Spectre dévié à gauche (3 mars 1892).

Cercle.	i.	i'.	$\cos 2\pi\varphi$.
° ′	mm	mm	
229.46	53,9	31,3	+0,265
49	43,0	40,8	+0,026
52	31,9	51,3	−0,233

La première colonne de ce Tableau fait connaître la position de la pile par la lecture qui lui correspond sur le cercle du goniomètre ([1]). Les colonnes i et i' donnent les intensités calorifiques définies aux n°s 3 et 5. Elles sont mesurées en millimètres d'une échelle sur laquelle on observe par réflexion la déviation de l'aiguille du galvanomètre ([2]). On en déduit par le calcul les valeurs de $\cos 2\pi\varphi = \frac{i - i'}{i + i'}$ qui figurent dans la dernière colonne. Voici maintenant deux courbes qui ont pour abscisses les lectures du cercle et pour ordonnées les valeurs de $\cos 2\pi\varphi$; la courbe 1 est relative à l'image déviée à gauche; la courbe 2 répond à l'image déviée à droite.

Fig. 3.



([1]) Ce cercle est celui qui m'a servi dans ma thèse (*Ann. de l'École Normale*, Supplément pour 1890). Son vernier donne la demi-minute et permet d'évaluer à l'estime le quart de minute d'arc.

([2]) Pour plus de détails, voir mon Mémoire *Sur la polarisation rotatoire du quartz* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XXVI, mai 1892).

On voit avec quelle précision elles donnent, pour $\cos 2\pi\varphi = 0$, les lectures 229°49',3 et 130°11',9.

La différence de ces deux nombres donne, pour le double de la déviation, $2\Delta = 99°37',4$. Tous calculs faits, dans le détail desquels je ne veux pas entrer ici, je trouve pour l'indice de réfraction

$$n = 1,63639.$$

Deux autres déterminations, faites dans des conditions différentes [1], ont donné

1,63641 et 1,63643.

La moyenne de ces trois nombres est

1,63641 [2].

On voit combien chaque observation diffère peu de la moyenne. Les écarts sont de l'ordre des erreurs accidentelles, qu'on rencontre dans de bonnes déterminations faites sur les raies de Fraunhofer dans le spectre visible.

La supériorité de notre méthode ressortira mieux de la comparaison de l'exemple précédent avec un exemple d'application de la méthode de M. Mouton.

7. *Exemple d'application de la méthode de M. Mouton.* — Dans ma thèse, j'ai déterminé par la méthode de M. Mouton l'indice de réfraction ordinaire du spath pour la longueur d'onde $\lambda = 1^{\mu},45$ au moyen d'une lame de quartz d'épaisseur 247^{μ}. Voici les nombres trouvés :

(1) En particulier, la largeur des fentes a varié de $0^{mm},8$ à $1^{mm},5$.

(2) Ce nombre ne doit pas être regardé comme définitif, tant que je n'ai pas terminé l'étude des erreurs systématiques de ces observations. C'est le travail que je poursuis en ce moment.

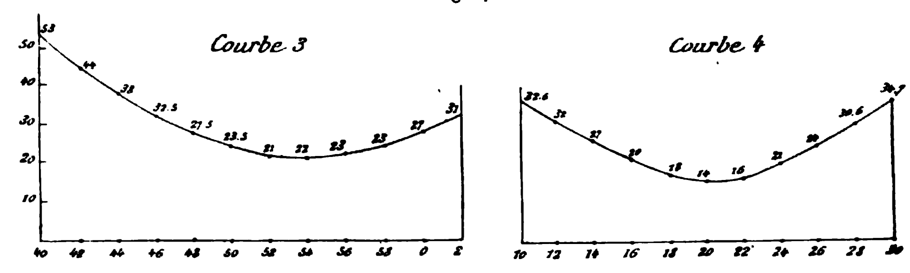
Image déviée à gauche (25 juillet 1888).

Cercle.	$\frac{i}{\mathrm{I}}$.
229°46′	0,32
48	0,27
50	0,23
52	0,21
54	0,22
56	0,23
58	0,23
230. 0	0,27
2	0,31

La première colonne donne les positions de la pile repérées sur le cercle gradué du goniomètre. La deuxième colonne fait connaître les valeurs du rapport $\frac{i}{\mathrm{I}}$ des intensités i et I mesurées comme il est dit au n° 4.

Au moyen de ces nombres, j'ai construit la courbe 3. La courbe 4

Fig. 4.



a été obtenue de même pour l'image déviée à droite. On voit avec quelle indécision ces courbes donnent, pour les positions des minima d'intensité

$$229°54' \quad \text{et} \quad 130°20'.$$

On en déduit pour le double de la déviation $2\Delta = 99°34'$ et pour l'indice de réfraction

$$n = 1,63613.$$

Une autre détermination moins nette a donné

$$n = 1,63655.$$

L'écart de ces deux observations est de 42 unités du cinquième chiffre décimal.

8. *Comparaison des deux méthodes.* — Comme il était prévu, la nouvelle méthode est beaucoup plus précise que celle de M. Mouton. Les écarts accidentels sont environ dix fois plus forts dans celle-ci que dans celle-là. De plus, alors qu'il me fallait au moins quatre heures, et généralement davantage, pour obtenir les mesures d'indices qui figurent dans ma thèse, les déterminations que je donne au n° 6 n'ont jamais demandé plus d'une heure.

Cependant on peut faire mieux encore. Si l'on remarque, en effet, que le cercle de mon goniomètre permet de lire, comme dernière subdivision, la demi-minute, on voit que la méthode comporte plus de précision que le cercle lui-même. Elle constitue, par la lecture de l'échelle du galvanomètre, une sorte de vernier ou microscope donnant, dans les exemples ci-dessus, les 0′, 2. On fait mieux à la pile qu'on ne pourrait faire avec le même cercle et par le pointé optique des raies de Fraunhofer, car on met avec plus de précision deux traits en coïncidence (celui du cercle et celui du vernier) dans la méthode de la pile, qu'on ne fait une lecture quelconque du cercle après un pointé optique.

De tout cela résulte que notre précision est limitée ici, non pas par la méthode même, mais par notre cercle. On peut affirmer sans crainte que la seule limite imposée à ces observations par la pile est, comme pour les raies de Fraunhofer, l'imperfection de l'appareil optique. Il en résulte la nécessité d'analyser avec soin toutes les erreurs systématiques de ces déterminations.

9. *Erreurs systématiques.* — Elles se décomposent en trois :

1° Celles qui dépendent du goniomètre. Elles sont étudiées dans ma thèse.

2° Celles qui viennent de la largeur des fentes. Elles s'étudient comme je l'ai exposé dans mon Mémoire sur la polarisation rotatoire du quartz, dans le spectre calorifique.

3° Celles qui viennent du système interférentiel P, Q, A (*fig.* 1, n° 1).

C'est cette étude que j'ai maintenant entreprise par la théorie

et par l'expérience. Dans le cours de cette étude, j'ai été conduit à un nouveau perfectionnement de la méthode et à une nouvelle disposition expérimentale dont je pense tirer un grand profit. J'espère pouvoir donner prochainement le résultat de ces nouvelles recherches.

NOTE SUR LA MANIFESTATION DES CHAMPS ÉLECTROSTATIQUES, QUI SE PRODUISENT AUTOUR DES CIRCUITS OUVERTS OU FERMÉS, PARCOURUS PAR LES COURANTS ALTERNATIFS (ONDES ÉLECTRIQUES D'UNE GRANDE LONGUEUR);

PAR M. W. DE NIKOLAEVE.

Les courants étaient produits soit par une bobine de Ruhmkorff, soit par un dynamo-alternateur qui donnait, pendant les expériences, une différence de potentiels pouvant atteindre 250 volts. Les bobines employées étaient de deux modèles : une de dimensions moyennes travaillait avec un interrupteur Ducretet et était alimentée par quatre accumulateurs; l'autre, beaucoup plus grande, était alimentée par deux accumulateurs.

Pour obtenir un potentiel oscillant, dont on pût faire varier l'amplitude, on réunissait l'une des électrodes A (*fig.* 1) avec la terre; de plus, les deux électrodes de la bobine étaient réunies aux bornes d'un micromètre à étincelles; alors, en faisant varier la distance disruptive, on avait à sa disposition, à l'électrode B, un potentiel oscillant, dont l'amplitude dépendait de la grandeur de l'étincelle.

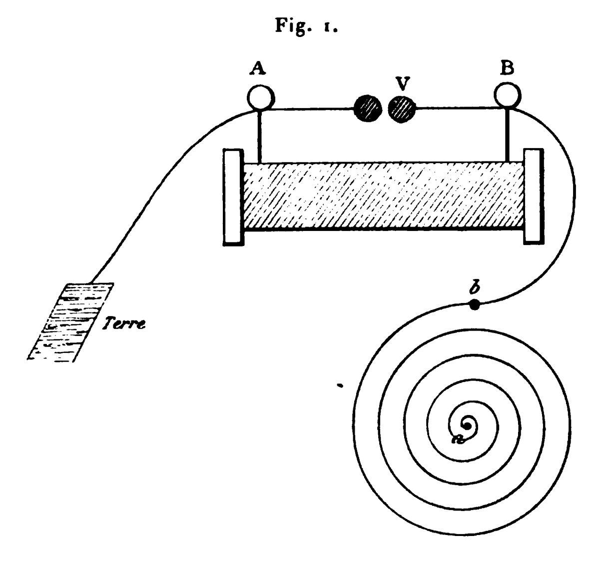
L'électroscope employé était des plus simples, à feuilles d'aluminium; il était placé dans une cage en verre.

Pour obtenir un effet marqué, on peut utiliser les champs, qui se produisent autour de chaque bobine, parcourue par les courants alternatifs; mais, pour avoir un effet indiscutable, nous avons étudié le champ autour d'une spirale plane (disques de Faraday).

Les *fig.* 1, 2, 3, 4 montrent la disposition des appareils, appropriés seulement pour la manifestation des champs électrostatiques, mais non pour des mesures. Pour manifester le champ électrostatique dans les circuits ouverts, on relie une électrode A de la bobine

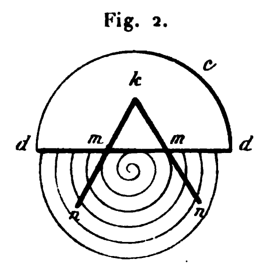
de Ruhmkorff ou d'un alternateur à la terre, et l'autre électrode B avec une extrémité (b) de la spirale, tandis que l'autre extrémité

Fig. 1.



(a) reste isolée. Parallèlement au plan de la spirale et à distance variable, est placée une plaque métallique (cd) couvrant la moitié (en général une partie) de la spirale. Près de la spirale on place l'électroscope (k, m, n) et on le relie à la plaque (cd). Quand la

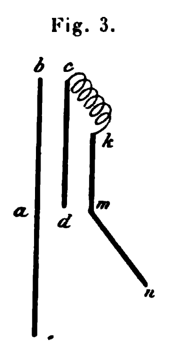
Fig. 2.



bobine ou l'alternateur est mis en action, on voit une forte divergence des feuilles suivant toute leur longueur et en même temps les parties inférieures (mn) des feuilles, qui ne sont pas séparées de la spirale par la plaque, sont repoussées par la partie voisine de la spirale, de sorte que les feuilles montrent des déviations dans deux plans, normaux l'un à l'autre.

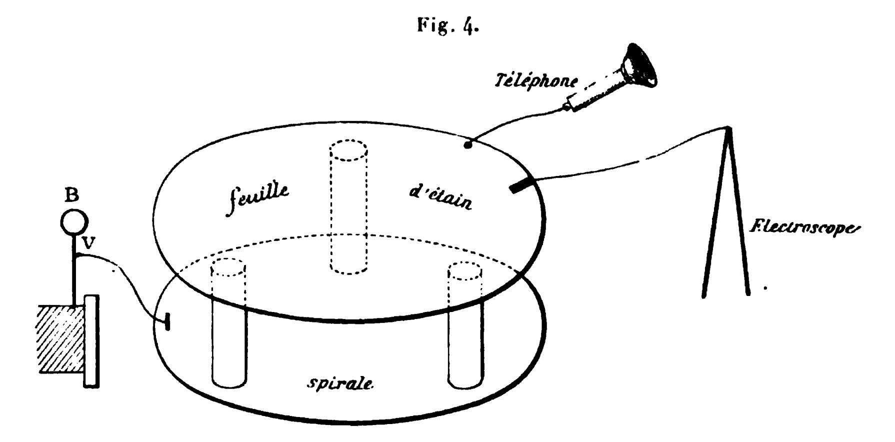
L'explication de ce fait est fort simple : les forces du champ variable électrostatique, qui est produit par les courants alternatifs, induisent dans la plaque et dans l'électroscope des charges,

Fig. 3.



variables en quantité et en signe, qui, à leur tour, forment les champs secondaires variables. Mais, comme les phases des champs primaires et des champs secondaires sont presque les mêmes, on voit que les parties voisines de la spirale et des feuilles forment,

Fig. 4.



à chaque moment, des champs unipériodiques et de mêmes phases, de sorte qu'ils doivent se repousser. Si même les phases n'étaient pas identiques, mais que leur différence ne dépassât pas $\left(\frac{\pi}{2}\right)$, les feuilles seraient encore repoussées par la spirale. La valeur de la divergence est déterminée par la valeur de la force

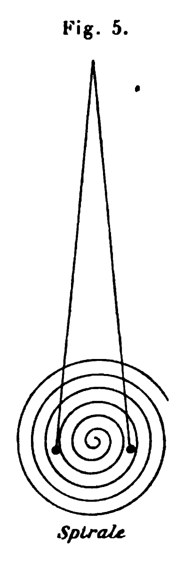
effective. Si, au lieu de relier la plaque avec l'électroscope, on la relie, n'importe par quel point, avec l'une des bornes d'un téléphone dont l'autre borne est reliée au sol ou même isolée, on entend un son très intense. Les mêmes expériences, répétées avec des courants fermés, quand l'extrémité (a) de la spirale est reliée à la seconde borne de la bobine de Ruhmkorff, reproduisent les mêmes effets, seulement leur intensité est plus faible.

L'existence des champs électrostatiques, autour des courants fermés, nous montre que, dans tous les appareils électrodynamiques animés par des courants alternatifs existent simultanément des champs magnétiques et électrostatiques.

Si l'on avait deux bobines (assez plates), l'une fixe, l'autre reliée avec un fléau de balance et si le courant alternatif les parcourait dans la même direction, la pesée donnerait la différence entre les deux actions; et si le courant les parcourait dans des directions opposées, la pesée donnerait la somme des actions.

Enfin on peut montrer un champ électrostatique d'une autre manière. Devant la spirale ou au-dessus d'une bobine (*fig.* 5, 6),

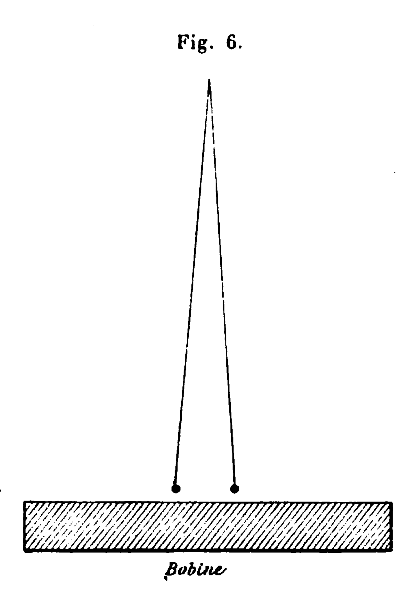
Fig. 5.



on pend, sur deux longs fils en soie (4^{m} de longueur), deux petites boules légères en verre. Quand la bobine fonctionne, les boules se repoussent et se tiennent à une distance de 4^{cm} à 5^{cm}. Il est à

remarquer que, chaque fois qu'on tourne le commutateur de 180°, les boules (*a*, *b*, *fig.* 6) placées au-dessus d'une bobine éprouvaient une forte secousse dans le plan des fils; cette secousse était comparable à l'effet d'un choc.

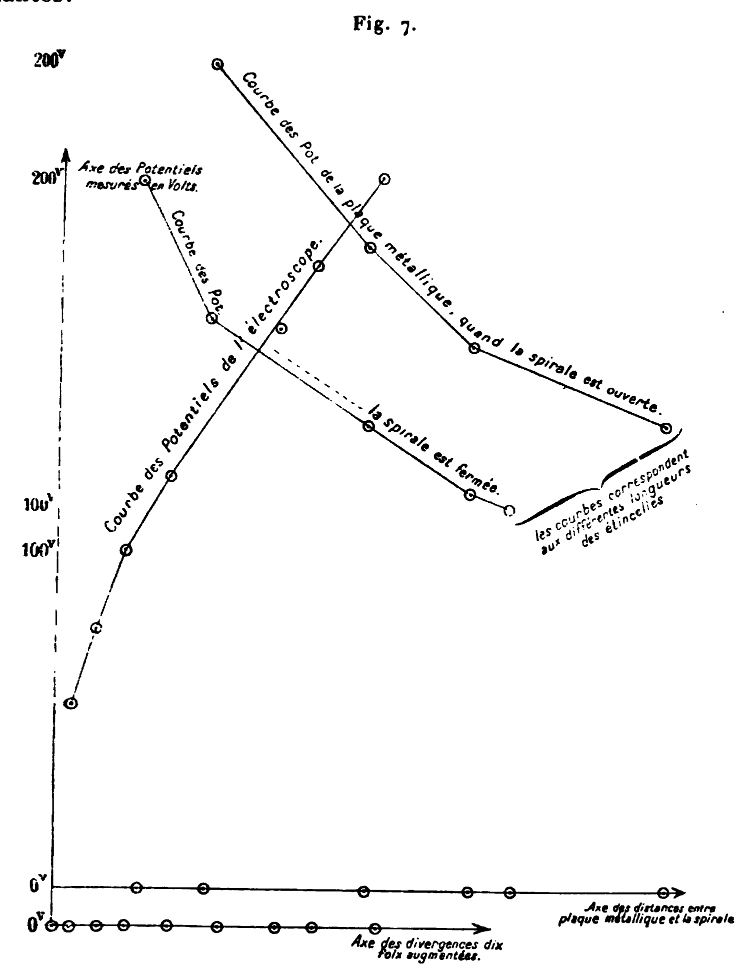
Fig. 6.



La *fig.* 4 montre une disposition employée pour faciliter le changement de la distance entre la spirale et la plaque métallique. La spirale est placée horizontalement; sur la spirale on place trois cylindres en bois couverts de paraffine, sur lesquels est posée une plaque en paraffine recouverte d'une feuille d'étain. Cette disposition, tout à fait provisoire, n'est pas recommandable, parce que la présence du bois influe sur la charge de l'étain; par exemple, quand les cylindres en bois sont remplacés par des cylindres en paraffine de plus petite longueur, de sorte que la distance entre la spirale et la feuille d'étain soit plus petite, le potentiel effectif de l'étain est devenu moindre; il faudrait, pour des mesures nettes, pendre la feuille métallique au-dessus de la spirale, de sorte que l'espace interposé fût rempli d'une même matière, air, paraffine, eau, etc.; peut-être de cette manière pourrait-on mesurer aussi les constantes diélectriques. Nous nous proposons de faire ces mesures.

L'électroscope était calibré au moyen d'un voltmètre Cardew, qui était intercalé dans une batterie d'accumulateurs, de sorte qu'on pouvait connaître approximativement le potentiel effectif de l'électroscope, quand ces feuilles recevaient des charges oscillantes.

Fig. 7.



Bien que ces appareils ne fussent pas appropriés pour des mesures, cependant les expériences montraient que l'action électrostatique, marquée par l'électroscope, dépend de la distance de la feuille d'étain à la spirale. N'ayant aucune intention d'indiquer la

loi de cette dépendance, mais seulement d'en donner une idée, nous reproduisons ici trois courbes (*fig.* 7) l'une donnant le potentiel de l'électroscope en fonction de la divergence des extrémités des feuilles, et les deux autres les potentiels effectifs de la feuille d'étain pour quatre distances de la spirale, qui était une fois ouverte et l'autre fois fermée. L'étincelle employée était très petite, la distance entre les bornes de l'électro-micromètre ne dépassait pas $0^{mm},1$.

En ce qui concerne le son entendu dans le téléphone, quand la spirale était alimentée par un alternateur, nous devons dire que l'alternateur employé ressemblait beaucoup à l'alternateur Ganz, et que, pour le dernier, d'après les recherches de M. le professeur H.-F. Weber, on peut poser, pour la force électromotrice, la fonction suivante

$$E = E_1 \sin(2\pi n t + \alpha_1) + E_3 \sin(6\pi n t + \alpha_3) + E_5 \sin(10\pi n t + \alpha_5),$$

où les amplitudes E_1, E_3, E_5 se comportaient comme

100, 30 et 40.

Comme la force électromotrice E se composait de trois forces, le courant alternatif se composait aussi de trois ondes, ayant différentes amplitudes et phases, et le son entendu était certainement un complexe sonore.

Le son, entendu dans le téléphone, quand la spirale était alimentée par une bobine de Ruhmkorff, imitait parfaitement et beaucoup plus fortement le son produit par l'étincelle.

Remarque. — Pendant l'état variable de la fermeture et de l'ouverture d'un courant constant, se forment des champs électrostatiques dont les effets, surtout dans les spirales et bobines, ne doivent pas être négligés.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY;
T. XLIX (fin).

S.-P. THOMPSON. — Sur la galvano-hystérésis, p. 439.

On fait passer un courant suffisamment intense, pendant quelques instants, dans une bobine de fil de fer doux isolé. Le fil est ensuite déroulé et, après un certain temps, mis en communication avec un galvanomètre. Si alors on le soumet à une aimantation longitudinale ou à une succession d'aimantations longitudinales de sens contraires, on constate qu'un courant électrique traverse le galvanomètre.

La direction du courant qui provient du fil de fer est la même que celle du courant qui l'a primitivement traversé; elle est de sens contraire à celle qui aurait lieu si le fil agissait comme un condensateur.

Un fil qui a produit une telle décharge n'en produit pas une seconde, à moins qu'il n'ait été traversé de nouveau par un courant de charge.

L'auteur a étudié ces phénomènes à l'aide d'anneaux de fil de fer recuit, recouverts de fils de cuivre isolés et enroulés en hélice revenant axialement sur elle-même, de manière que le courant qui passe dans le fil de cuivre ne puisse développer directement aucune force électromotrice induite dans le fil de fer.

M. Thompson croit que les effets obtenus se rapprochent de ceux obtenus par Villari ([1]), en 1865, par l'agitation mécanique de barreaux de fer préalablement traversés par des courants électriques. Ils se rapprocheraient également des effets obtenus par Hughes ([2]) avec la balance d'induction.

J.-N. LOCKYER. — Sur les causes qui produisent les phénomènes que présentent les étoiles nouvelles, p. 443.

L'auteur a réuni et discuté toutes les observations d'étoiles nouvelles en s'attachant spécialement à déterminer la série des

([1]) *Pogg. Ann.*, t. CLVI, p. 87.
([2]) *Roy. Soc. Proc.*, t. XXXI, p. 531; 1881.

variations spectroscopiques depuis la première apparition d'une étoile nouvelle jusqu'à sa disparition finale. Il est arrivé à cette conclusion, déjà énoncée par lui, à savoir que « les nouvelles étoiles, qu'elles semblent ou non en rapport avec les nébuleuses, sont produites par le choc d'essaims de météores ».

Il existe une relation étroite entre le spectre des nébuleuses et le spectre des étoiles, mais tandis que, dans les comètes, on n'a à considérer qu'un seul essaim de météores, dans les étoiles nouvelles on en a deux, qui peuvent être ou n'être pas de densité et de dimensions égales. Le spectre des étoiles nouvelles est donc un spectre composé. On a, en fait, une radiation mixte et un spectre d'absorption semblable à celui qui est présenté par une étoile variable, comme *Mira* de la Baleine quand elle atteint son maximum d'éclat.

Lorsque la *Nova Coronæ* (1866) fut observée pour la première fois, elle présentait un spectre de raies brillantes superposé à un spectre de raies sombres. Les phénomènes d'absorption étaient semblables à ceux qui caractérisent les étoiles telles que α d'Orion, et les raies étaient surtout celles de l'hydrogène. Il y avait, dans la partie bleue du spectre, deux raies peu marquées qui ont été identifiées avec celles que l'on a trouvées dans le spectre des comètes et qui sont dues au carbone.

Le spectre de *Nova Cygni* (1876) consistait, quand on l'a observé pour la première fois, en plusieurs raies brillantes et en cannelures; les raies de l'hydrogène étaient très visibles. A mesure que l'étoile pâlit, les raies devinrent moins nombreuses et moins brillantes; mais ce qu'il y eut de plus frappant, ce fut l'*éclat* que prit une raie située dans le vert, à λ 500 environ, que l'on regarde généralement comme la raie principale du spectre des nébuleuses, à mesure que les autres raies s'effaçaient. Ce sont précisément les phénomènes qui se produiraient si l'étoile résultait de la collision d'essaims de météores. L'éclat de la raie 500, au moment où l'étoile se refroidit et disparaît est un argument en faveur de l'opinion qui veut que les nébuleuses soient à une température relativement basse.

La *Nova Andromedæ* (1885) semble offrir le même spectre que la nébuleuse; la partie la plus brillante est due au carbone.

Il semble donc que le carbone est un des éléments caractéris-

tiques du spectre des étoiles nouvelles; c'est aussi un des éléments caractéristiques des spectres des essaims de météores; aussi la théorie de l'origine des étoiles nouvelles par collision est-elle vérifiée par la présence de cette substance dans leur spectre.

W. RAMSAY et E.-P. PERMAN. — Essai de détermination des relations adiabatiques de l'oxyde d'éthyle. — Ire Partie : Éther gazeux, p. 447.

Les auteurs ont cherché à déterminer comment se comporte l'éther gazeux à l'approche du point critique, lorsqu'on l'échauffe de manière à modifier son état adiabatiquement.

Ils ont aussi déterminé les rapports entre les chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant.

Ils ont mesuré la vitesse du son dans la vapeur d'éther à des températures, des pressions et des volumes variables. Les différentielles isothermiques obtenues et les résultats expérimentaux relatifs à la vitesse du son ont permis de calculer le rapport entre les deux chaleurs spécifiques.

La conclusion générale est que, pour un volume constant, la chaleur spécifique, à pression ou à volume constant, décroît jusqu'à une valeur limite à mesure que la température s'élève, puis augmente à partir de ce moment; le changement est d'autant plus rapide que le volume est plus petit. Avec des volumes considérables, la chaleur spécifique tend à devenir indépendante de la température et du volume, tandis qu'avec de petits volumes l'influence des variations de température et de volume est très grande.

HARTLEY. — Sur les caractères physiques des raies produites par les spectres électriques des corps simples, p. 448.

La comparaison des spectres d'étincelles d'un grand nombre de corps simples montre que ces spectres, classés d'après la loi périodique, se ressemblent non seulement par le groupement des raies, mais encore par les caractères physiques des raies individuelles.

Les spectres électriques des éléments sont caractérisés :

1° Par l'extension de certaines raies au-dessus et au-dessous de la partie du spectre limitée par les électrodes;

2° Par le nimbe qui entoure les extrémités des raies;
3° Par le spectre continu qui sert de fond aux raies.

L'auteur est arrivé à cette conclusion, que les spectres des corps simples difficilement volatils ou mauvais conducteurs de l'électricité n'offrent pas cette extension des raies; et qu'inversement les métaux très volatils ou bons conducteurs de l'électricité présentent des spectres dont les raies s'allongent ainsi.

M. Hartley croit que le nimbe dépend de la quantité de matière contenue dans l'étincelle et de l'intensité de l'action chimique que les rayons émis par sa vapeur incandescente sont capables d'exercer. Ce nimbe ne paraît pas dépendre de la volatilité ou de l'oxydabilité de la vapeur de l'élément. Ainsi le magnésium fournit le nimbe le plus grand; puis viennent le cadmium et le mercure; les plus petits nimbes sont produits par le platine, l'or, le cuivre et l'argent.

Le *fond continu* que présentent certains spectres, notamment ceux des métalloïdes, serait causé par la combustion soit d'une substance solide, soit d'une vapeur qui ne serait pas celle d'un élément, mais bien celle d'un oxyde.

La *largeur des raies* dépendrait de l'intensité de l'énergie chimique, de la volatilité et de la densité de la vapeur, et enfin de la conductibilité électrique du métal.

A. MALLOCK. — Note sur l'instabilité des tubes et des ballons de caoutchouc lorsqu'ils sont distendus par la pression d'un fluide, p. 458.

Quand un tube de caoutchouc subit la pression interne d'un fluide, il conserve sa forme cylindrique jusqu'au moment où son diamètre atteint des dimensions qui sont dans un rapport donné avec son diamètre primitif. Si l'on introduit une nouvelle quantité de fluide dans le tube, il devient instable et la pression interne diminue.

Quand donc on introduit dans un tube de longueur donnée plus de fluide qu'il n'en faut pour atteindre la limite de stabilité, il ne reste pas cylindrique dans toute sa longueur, mais prend la forme d'un cylindre présentant une ou plusieurs proéminences.

Dans le cas d'une sphère élastique creuse, la forme sphérique persiste, quelle que soit la quantité de liquide qu'on y introduise;

mais il existe également une limite à la pression que l'élasticité des parois produit à l'intérieur.

Si l'épaisseur des parois du tube ou de la sphère est petite par rapport au rayon du tube ou de la sphère, et si, d'autre part, la substance dont ces parois sont faites peut être considérée comme incompressible, comme les autres constantes d'élasticité restent invariables pour des dilatations comme celles qui se produisent, la valeur du rayon au moment où l'instabilité commence peut être aisément déterminée par le calcul.

M. Mallock a effectué ce calcul et a institué une série d'expériences pour vérifier les résultats obtenus sur le caoutchouc.

L'auteur a trouvé, par exemple, que, pour un cylindre, la valeur du rayon au point critique est

$$1.815 r_0,$$

r_0 étant le rayon du tube non dilaté. La longueur du tube est alors 1,58 l_0, l_0 désignant la longueur primitive.

Pour une sphère, la valeur du rayon au point critique est

$$r_0\sqrt{3},$$

r_0 étant le rayon initial.

Les résultats expérimentaux coïncident sensiblement avec ceux de la théorie. R. PAILLOT.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XXVIII; janvier 1893.

D. BERTHELOT. — *Sur les conductibilités électriques de l'acide phosphorique et des phosphates alcalins*, p. 5.

Wiedemann's Annalen.

T. XLVII, n° 12; 1892.

D. KREICHGAUER et W. JAEGER. — *Sur le coefficient de température de la résistance électrique du mercure et sur les résistances en mercure du* Reichsanstalt, p. 513.

K. Wesendonck. — *Production d'électricité par le frottement des gaz et des métaux*, p. 529.

F. Richarz. — *Sur la polarisation galvanique de petites électrodes*, p. 567.

Kr. Birkeland. — *Oscillations électriques dans des fils; mesure directe d'ondes progressives*, p. 583.

O. Werner. — *Mesure de constantes diélectriques au moyen de l'inducteur différentiel*, p. 613.

M. Wien. — *Sur la mesure des résistances à l'aide du téléphone*, p. 626.

Ch. Wiener. — *Dispersion de la lumière par des surfaces mates*, p. 638.

Ch. Wiener. — *Unité de sensation pour la mesure de l'intensité des sensations*, p. 659.

W. Voigt. — *Frottement intérieur des corps solides et particulièrement des métaux*, p. 671.

F. Niemöller. — *Sur la mesure des coefficients de diffusion des liquides*, p. 694.

G. de Metz. — *Sur la compressibilité absolue du mercure*, p. 706.

G. Helm. — *Propagation de l'énergie à travers l'éther*, p. 743.

E. Cohn. — *Sur le Mémoire de M. Winkelmann :* Sur l'emploi et le mode d'action du téléphone dans les méthodes électriques de zéro, p. 752.

F. Kohlrausch. — *Sur la dissolution des silicates de soude, et, en particulier, influence du temps sur leur constitution*, p. 756.

G. Quincke. — *Diffraction de la lumière polarisée*, p. 765.

E. Lommel. — *Reproduction visible des lignes équipotentielles dans des plaques livrant passage à un courant; explication du phénomène de Hall*, p. 766.

TABLE DES MATIÈRES.

JANVIER 1893.

19309 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL
DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME II. — FÉVRIER 1893.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

11, RUE RATAUD, 11.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue Vauquelin, n° 18, à Paris. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les vingt premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, se vendent séparément .... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale .... 15 fr.
Autres pays .... 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

NOTIONS GÉNÉRALES SUR LES INSTRUMENTS SERVANT A MESURER LE TEMPS (1).

Par M. B. BAILLAUD.

1. *Notions générales sur les instruments servant à mesurer le temps.* — Les instruments employés aujourd'hui à la mesure du temps sont composés d'un appareil produisant un mouvement sensiblement uniforme, dit *appareil réglant,* et d'un appareil moteur destiné à rendre à l'appareil réglant le mouvement que les frottements peuvent lui faire perdre. C'est l'appareil réglant qui doit être regardé comme la partie essentielle. A la rigueur, pour un intervalle peu considérable, on pourrait se passer de l'appareil moteur. Dans les horloges astronomiques, le moteur est un poids, et l'appareil réglant un pendule; dans les chronomètres, le moteur est un ressort, et l'appareil réglant un balancier combiné avec un second ressort, dit *spiral réglant.* Dans les horloges du commerce, on trouve des combinaisons dans lesquelles le moteur est un ressort, et l'appareil réglant un pendule. Nous ne décrirons ici que les pendules astronomiques et les chronomètres.

2. *Pendules astronomiques. Appareil moteur.* — Les *fig.* 1 et 1 *bis* représentent la projection, sur un plan parallèle au cadran, des diverses pièces qui constituent l'appareil moteur d'une pendule construite par M. Fénon pour la salle méridienne de l'observatoire de Toulouse; la *fig.* 3 représente en coupe un développement linéaire de ce même appareil. La *fig.* 2 représente l'ensemble de la pendule.

Les diverses roues ont leurs axes perpendiculaires à deux

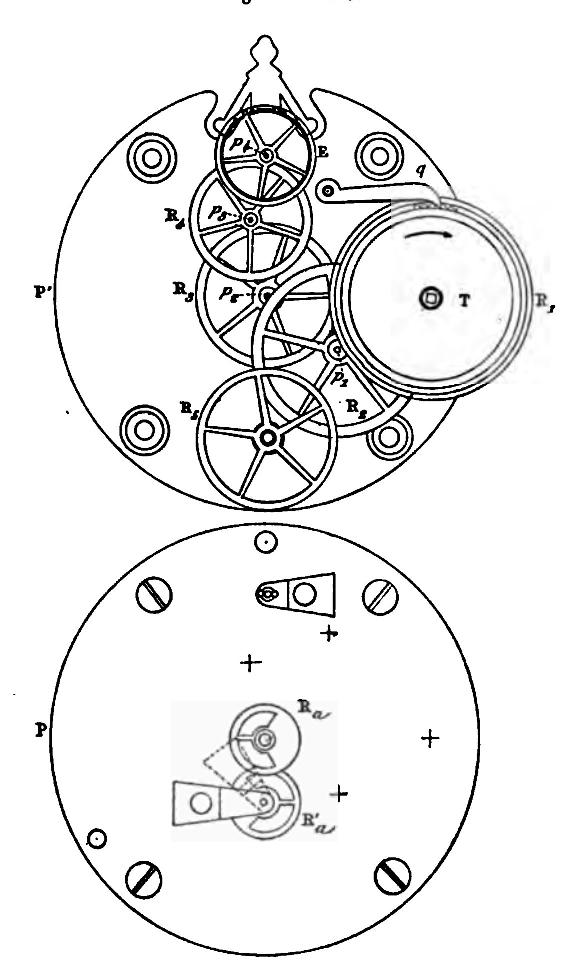
(1) Cet article est extrait du *Cours d'Astronomie à l'usage des étudiants des Facultés des Sciences,* t. Ier; 1893 (Paris, Gauthier-Villars et fils).

Le Tome I de cet Ouvrage (*Quelques théories applicables à l'étude des Sciences expérimentales*) intéresse au même titre les physiciens et les astronomes. Il traite : 1° des principes du Calcul des probabilités et de la combinaison des observations; 2° de la théorie générale des instruments d'Optique (théorie de Gauss) au premier et au second degré d'approximation (aberrations, propriétés des pinceaux lumineux); 3° des instruments en usage dans les observatoires; 4° de la mesure des angles; 5° de l'interpolation. R.

plaques parallèles P, P′, reliées invariablement l'une à l'autre. Le cadran C est parallèle à ces mêmes plaques et leur est aussi invariablement fixé.

Dans la *fig.* 1, on a projeté sur la plaque P′ les pièces comprises entre P et P′, et dans la *fig.* 1 *bis,* on a projeté sur la

Fig. 1 et 1 *bis*.



plaque P les pièces comprises entre cette plaque P et le cadran C.

Sur un tambour T s'enroule une corde convenablement attachée à ce tambour par une de ses extrémités. L'autre extrémité

porte le poids moteur. A ce tambour est invariablement liée une roue dentée R_1 de 144 dents, qui engrène avec un pignon p_1 de 16 dents. L'axe de ce pignon porte une roue dentée R_2, munie de 124 dents, laquelle engrène avec un pignon p_2 muni de 14 dents,

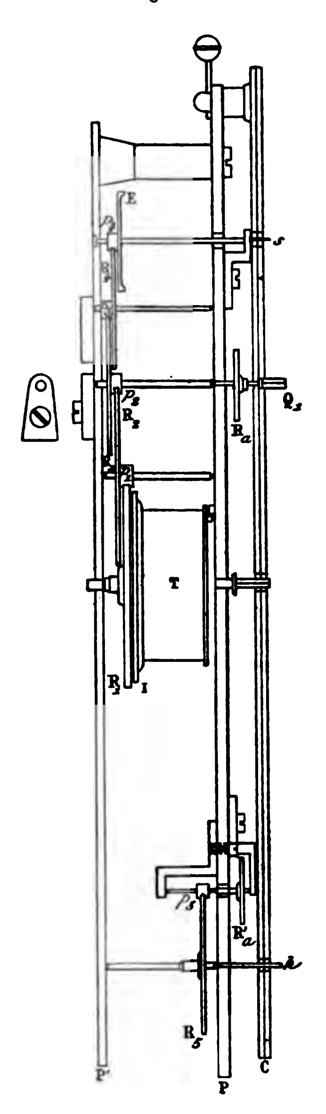

Fig. 2.



dont l'axe porte, comme il sera expliqué plus loin, un carré Q_1, sur lequel se place l'aiguille des minutes. Cet axe porte une roue R_3, munie de 112 dents, engrénant avec un pignon p_3 muni de 14 dents, de sorte que ce pignon p_3 fait 8 tours pendant que l'ai-

guille des minutes en fait un. L'axe du pignon p_3 porte une roue R_4, munie de 105 dents, qui engrène avec un pignon p_4 qui en

Fig. 3.



a 14. Pendant que la roue R_4 fait 2 tours, le pignon p_4 en fait 15, et, par conséquent, pendant que l'aiguille des minutes fait 1 tour,

l'axe du pignon p_4 en fait 60. Cet axe porte à son extrémité s l'aiguille des secondes.

L'axe de l'aiguille des secondes porte aussi une roue E, dite *roue d'échappement,* qui relie l'appareil moteur à l'appareil réglant, comme il sera expliqué plus loin.

Indépendamment des roues et pignons mentionnés ci-dessus, l'appareil moteur en comprend encore d'autres, destinés à faire marcher l'aiguille des heures. A cet effet, l'axe du pignon des minutes porte une roue R_a engrénant avec une autre roue R'_a, de même grandeur et du même nombre de dents. L'axe de la seconde R'_a porte un pignon p_5, muni de 10 dents, qui engrène avec une roue R_5 qui en porte 120. L'extrémité h de l'axe de cette roue porte l'aiguille des heures. Il est manifeste que, quel que soit le nombre des dents des roues R_a, R'_a, l'axe de l'aiguille des heures tourne douze fois moins vite que l'axe de l'aiguille des minutes.

La roue R_a tient sur l'axe du pignon p_2 à frottement doux. C'est elle qui porte le carré Q_1. De cette façon, le mouvement du tambour produit par le poids moteur se transmet à l'aiguille des heures, le frottement doux de la roue R_a sur l'axe du pignon p_2 étant suffisant, en raison de la faible résistance opposée par le mouvement des roues R'_a et R_5, et de la légèreté de l'aiguille des heures. Mais, si l'on fait tourner avec le doigt l'aiguille des minutes, la roue R_a tourne librement sur l'axe du pignon p_5. L'aiguille des heures seule est entraînée, ce qui permet la remise à l'heure.

Les trois aiguilles sont représentées sur la *fig.* 4, qui donne l'aspect du cadran.

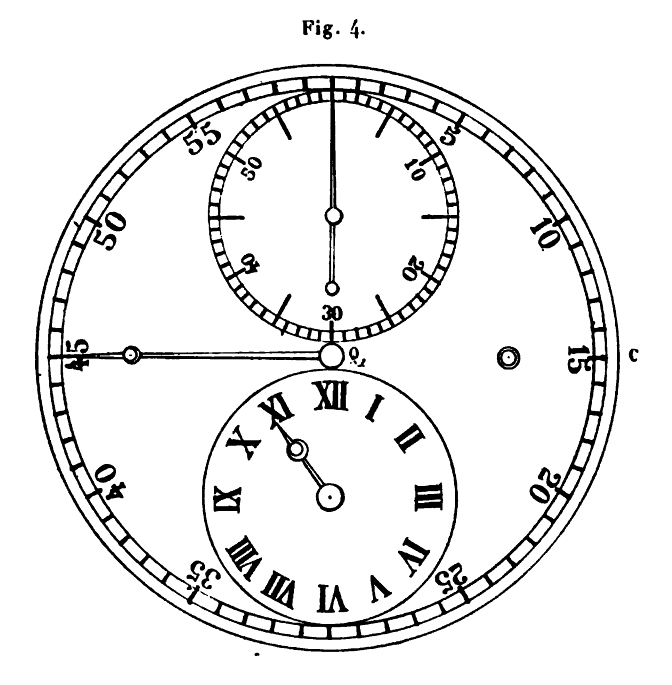
Dans la plupart des horloges du commerce, on a ramené les trois aiguilles à avoir le même centre. On conçoit aisément que, dans une pendule de haute précision, il importe de diminuer, autant que possible, le nombre des pivots, des pignons et des roues.

3. *Remontage de la pendule.* — On remonte le poids en tournant le tambour en sens inverse de celui dans lequel la corde se déroule. Ce mouvement arrêterait la marche de la pendule si l'on ne disposait pas un mécanisme tel qu'une autre force, pendant le

remontage, pût actionner les rouages. Les choses sont disposées comme nous allons l'expliquer.

Les quatre parties α, β, γ, δ de la *fig.* 5 représentent les détails du tambour T. En β, on voit une coupe de la pièce la plus volumineuse de ce tambour, sur laquelle s'enroule la corde qui porte le poids moteur. L'axe invariablement fixé à la pièce β se termine par un carré H, qui sert à faire tourner le tambour pour

Fig. 4.

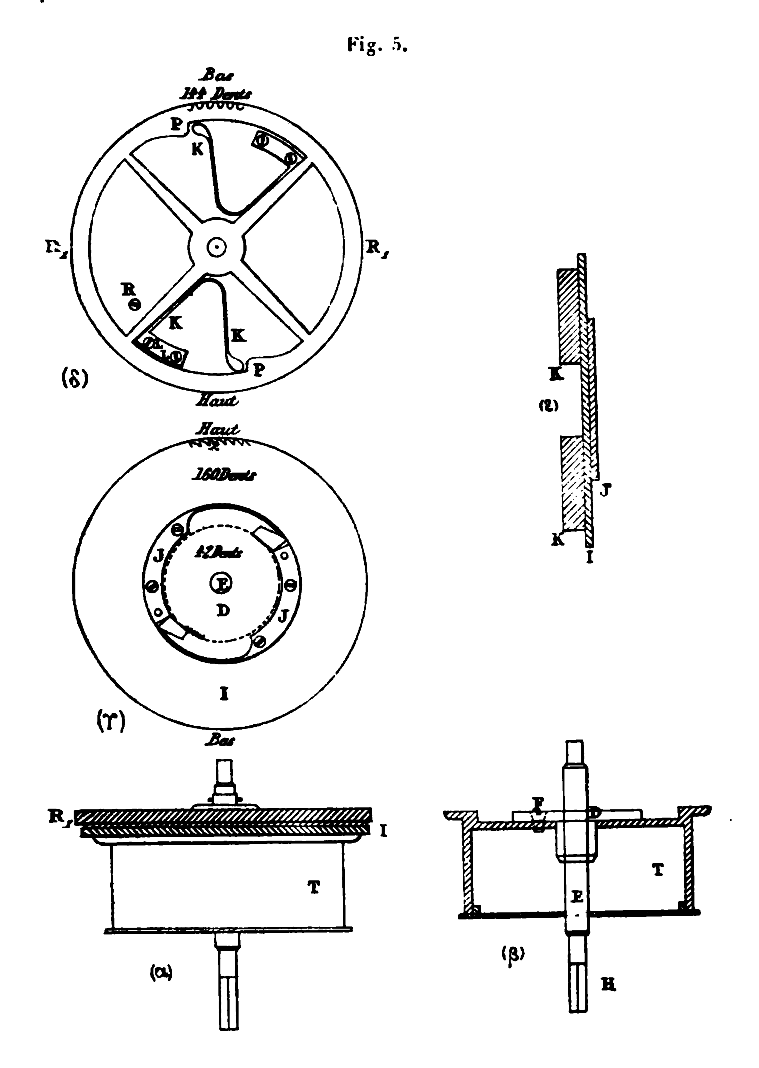


le remontage, au moyen d'une clef carrée. Sur la *fig.* 1, ce carré est représenté, et est en avant de la figure. On voit qu'à sa face postérieure, le tambour est creusé. Dans la cavité se loge une roue d'encliquetage D, fixée au tambour au moyen de 3 vis, telles que F.

La *fig.* α donne une vue de profil du tambour. On a placé en arrière de ce tambour une roue d'encliquetage I, munie de 160 dents tournées en sens inverse des dents de la roue D. Cette roue est libre sur le pivot. En arrière est placée la roue R_1, qui compte 144 dents. Cette roue, libre aussi sur le pivot, est maintenue par un chapeau assujetti par une goupille.

On a représenté en α et β le mode de rattachement des roues I et R_1 l'une à l'autre et au tambour T.

Fig. 5.



γ représente la face antérieure de la roue I. Deux ressorts en demi-cercle J, fixés par des vis à cette face antérieure, sont terminés par de petites pièces qui pénètrent dans les dents de la roue D, que l'on a représentée aussi en ponctué dans cette figure γ, pour plus de clarté, et forment encliquetage. Si le tambour tourne

dans le sens de a flèche (*fig.* 1), la roue D, qui lui est invariablement liée, entraîne les pièces qui terminent les ressorts J et, par suite, la roue I.

En δ, on a représenté la roue R_1 qui est censée superposée à la face postérieure de la roue I. A cette face sont fixés, par des vis L, des ressorts K recourbés qui se logent entre les bras de la roue R_1. Les extrémités de ces ressorts K viennent buter contre des saillies intérieures P de la roue R_1. Ces ressorts tendent à faire tourner la roue R_1 ; mais son mouvement est limité par une cheville R qui vient buter contre un bras de la roue R_1. Ce mouvement de la roue R_1 tend à se faire dans le sens de la flèche, c'est-à-dire dans le sens suivant lequel le poids moteur tend à faire tourner le tambour, et c'est ce qui arrive quand on remonte le poids moteur. On a, en effet, disposé un cliquet q qui pénètre dans les dents de la roue I et qui la rend immobile pendant le remontage, de sorte que, cette roue étant immobile, les ressorts K, qui, comme on va le voir, sont toujours tendus, font tourner la roue R_1.

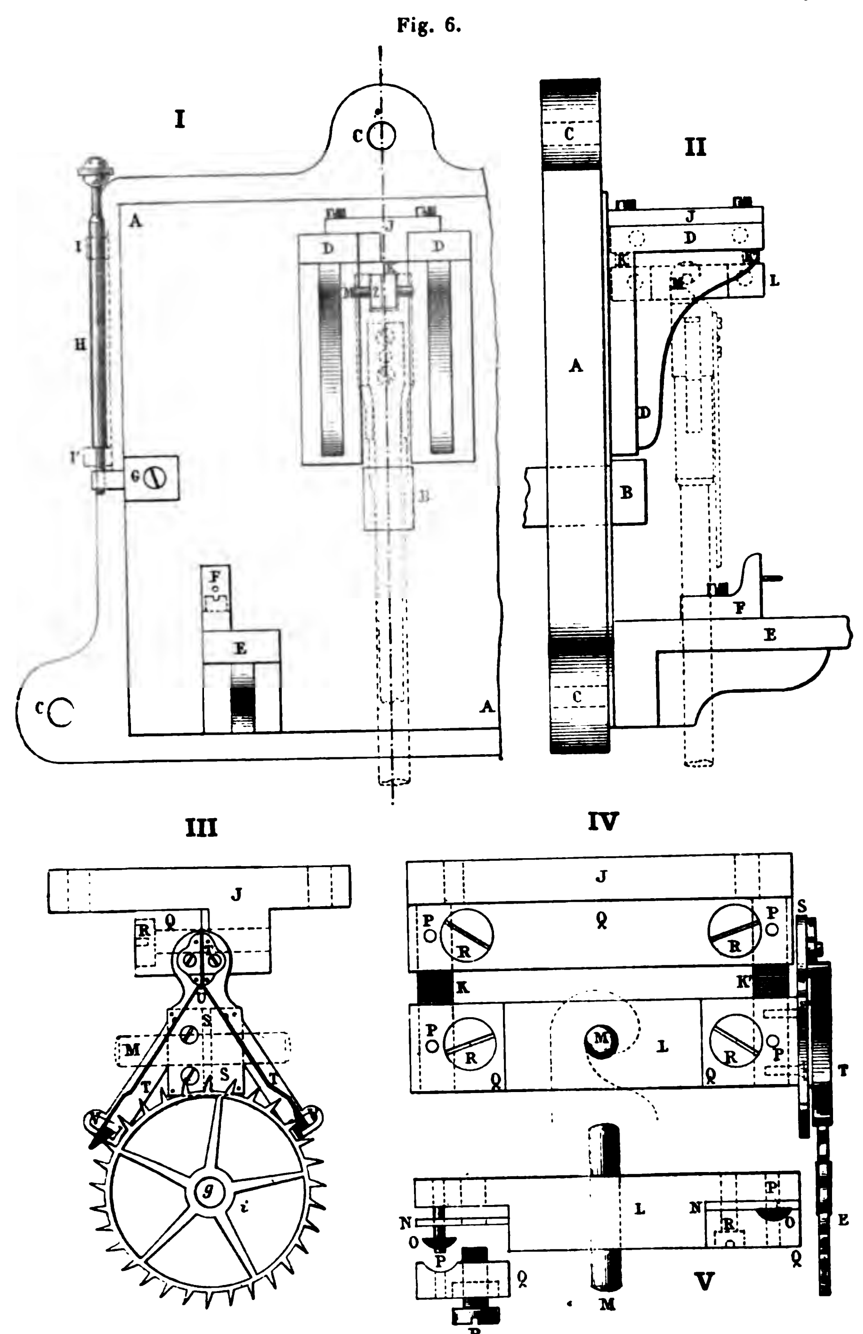
Quand le poids moteur descend, il entraîne la roue I dans le sens de la flèche et, par suite, tend les ressorts K autant que le permet la cheville R.

On comprendra que la tension des ressorts K suffise à entretenir le mouvement pendant le remontage, si l'on remarque qu'en une minute le pignon p_2 fait $\frac{1}{60}$ de tour, le pignon p_1 en fait $\frac{1}{60} \times \frac{14}{124}$, et le tambour en fait $\frac{1}{60} \times \frac{14}{124} \times \frac{16}{144}$, environ $\frac{1}{5000}$ de tour. On aura donc bien eu le temps d'effectuer le remontage avant que la tension des ressorts K ait disparu.

On a représenté en ε une projection en profil de la roue I, des ressorts J qu'elle porte à sa face antérieure et des ressorts K qu'elle porte à sa face postérieure.

4. *Pendule.* — L'appareil réglant est un pendule formé d'une tige rigide en acier, terminée par une bouteille cylindrique de même métal dans laquelle est une certaine quantité de mercure. Le coefficient de dilatation du mercure étant environ seize fois plus grand que celui de l'acier, il n'est pas nécessaire que la hauteur du mercure dans la bouteille soit bien grande pour que l'on obtienne la compensation.

Fig. 6.



La partie supérieure de la tige d'acier est terminée par un double crochet qui permet de suspendre le pendule à une cheville M, ainsi qu'on le voit dans les diverses parties I, II, III, IV de la *fig.* 6. Cette cheville M traverse une pièce rectangulaire L aux deux extrémités de laquelle sont pressées, au moyen d'un dispositif approprié, deux lames minces K, K′ d'acier, formant ressorts. Ces lames sont fixées de la même manière, à leurs extrémités supérieures, à une pièce J fixée sur deux supports D, faisant corps avec un support général A reposant, par son centre, sur un crochet B en fer forgé, scellé dans le pilier de la pendule. Le support général est orienté au moyen de vis pénétrant dans des trous taraudés C et dont l'une se termine par une pointe qui s'engage dans un trou pratiqué dans l'un des goujons de butée scellés, comme le crochet D, dans le pilier de la pendule.

Les parties les plus délicates et les plus importantes de cet ensemble sont les attaches des lames K, K′, soit à la pièce L, soit à la chaise J. L'une d'elles est représentée démontée à gauche de la *fig.* V, et en place à droite de la même figure. P est une cheville d'acier faisant corps avec la pièce L. Cette cheville traverse successivement trois pièces libres : une plaque N d'acier trempé, la lame K du ressort, un segment O en acier trempé. Après quoi la cheville P traverse encore une presse Q, qui serre tout le système au moyen d'une forte vis R pénétrant dans la pièce L. De cette façon, le ressort est pressé et non pas suspendu à la cheville P, ce qui aurait le grave inconvénient que, sous l'action du poids assez considérable du balancier, le trou par lequel la cheville P traverse la lame K s'allongerait, et la longueur du pendule s'accroîtrait avec le temps.

5. *Échappement de Reid.* — L'organe intermédiaire entre l'appareil moteur et l'appareil réglant est l'échappement.

Cet organe, le plus délicat de tous ceux qui constituent la pendule, est formé de la roue d'échappement E des *fig.* 1 et 3, dont les dents ont la forme générale indiquée sur la *fig.* 6, III. Une platine en acier S est fixée par deux vis et deux pieds à l'extrémité de la pièce L. Sur cette platine sont montés deux ressorts T, dont les extrémités sont garnies de saphirs sur lesquels glissent les dents de la roue E. Le centre de flexion des ressorts T coïncide en U avec celui des lames K, K′. Pour limiter la pression

exercée par les ressorts T sur les dents de la roue g, leur course est limitée par des chevilles en or montées en dessous des saphirs des extrémités et mobiles dans les ouvertures V, V′ pratiquées dans la platine S. Ces chevilles en or, au point le plus bas, reposent sur des saphirs chaussés dans la platine S à la base des ouvertures V, V′, de façon qu'il n'y ait pas d'adhérence entre ces chevilles et la platine. A chaque oscillation du pendule, l'extrémité de chacun des ressorts T passe d'une dent à une autre. Le balancier reçoit une impulsion presque insensible qui suffit à conserver aux oscillations leur amplitude. Les oscillations du balancier sont ainsi isochrones et le mouvement de l'appareil moteur uniforme.

L'échappement de Reid, que nous venons de décrire, marche sans huile. Il est le plus parfait que l'on puisse employer.

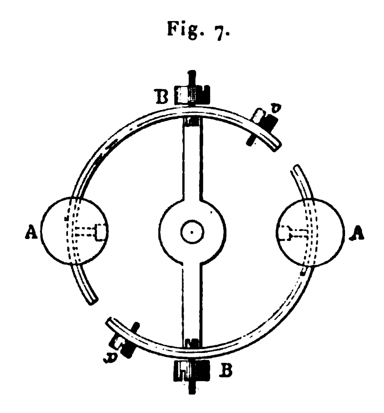
6. *Chronomètres. Balancier compensateur. Spiral réglant.* — Il nous suffira ici d'indiquer les différences essentielles entre les chronomètres et les horloges. Comme nous l'avons déjà dit au n° 1, le poids moteur est remplacé par un ressort. D'autre part, le pendule est remplacé par un balancier animé d'un mouvement oscillatoire au moyen d'un ressort dit *spiral réglant*. Nous n'aurons rien à dire des rouages, qui ne diffèrent de ceux des horloges par rien d'essentiel. L'échappement ne peut naturellement avoir identiquement la même forme. On lui a donné, dans les montres et chronomètres, bien des formes diverses. Nous décrirons l'échappement libre à détente.

Le mouvement du balancier est produit par un ressort spiral attaché par un bout au bâti du chronomètre, par l'autre au balancier. Celui-ci, tournant dans un sens convenable, enroule le spiral dont la résistance croissante arrête le balancier, puis le ramène en arrière. Quand le balancier est à sa position primitive, ainsi que le spiral, il la dépasse, déroule le spiral dont l'élasticité arrête de nouveau le balancier, puis le ramène de nouveau, et ainsi de suite.

La durée des oscillations dépend ordinairement de leur amplitude, qui varie avec la température, avec l'état des huiles, avec la force motrice, etc. On a pu rendre cette durée indépendante de l'amplitude en donnant au spiral réglant une longueur convenable, ou en terminant ce spiral par certaines courbes.

Le balancier compensateur est un anneau formé de deux métaux inégalement dilatables : intérieurement de l'acier, extérieurement du cuivre jaune. Il est traversé par une lame d'acier dite *barrette,* percée en son centre d'un trou où passe l'axe de rotation terminé par des pivots très finement travaillés qui reposent sur des *trous* formés de pierres dures, rubis ou diamants, dans lesquels on met une gouttelette d'huile très fine. Ce balancier est coupé en deux points opposés, de telle sorte qu'il est formé de deux arcs voisins du demi-cercle, fixés chacun à une extrémité de la barrette. Chacun de ces arcs porte une masse métallique A voisine de la coupure (*fig.* 7).

Fig. 7.

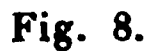


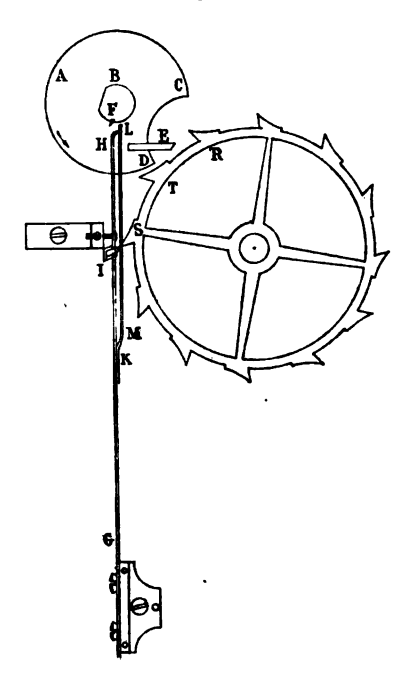
Si la température s'élève, l'acier étant moins dilatable que le cuivre, chacun des demi-anneaux se courbe davantage, et la masse qu'il porte se rapproche du centre. Les oscillations deviendraient plus rapides. Mais, en même temps, la force élastique du ressort diminue, ce qui rend le mouvement plus lent. On conçoit qu'il puisse y avoir compensation. L'action des masses A dépend manifestement de leur position sur l'anneau, et l'on obtient la compensation rigoureuse par tâtonnements en déplaçant convenablement les masses A.

Aux extrémités de la barrette, on place des masses B fixées par des vis qui permettent de les rapprocher ou de les éloigner plus ou moins du centre. Ces masses, qui n'influent pas sur la compensation, permettent le réglage en rendant le mouvement plus ou moins rapide.

7. *Échappement libre.* — Le mouvement oscillatoire du balancier se transmet au rouage par l'intermédiaire de la roue d'échappement (*fig.* 8).

Sur l'axe du balancier sont montés un cercle A évidé assez profondément de C en D, et un rouleau B. Le cercle A porte un long rubis E, et le rouleau B un rubis F dont on expliquera plus loin l'usage.


Fig. 8.



A la platine du chronomètre est fixé un ressort détente GH, aminci à son extrémité G et recourbé en forme de crosse à l'extrémité H. Ce ressort est pourvu en I d'une partie d'acier dans laquelle est encastré un rubis sur lequel viennent reposer successivement les dents de la roue d'échappement R. Au ressort détente GH est fixé en K un second ressort très peu résistant KL, recourbé en M de manière à courir à peu près parallèlement au ressort détente et s'appuyer librement en L sur son extrémité.

Le fonctionnement de cet ensemble apparaît de lui-même. La roue R, sous l'action du ressort moteur, tend à tourner de R vers S.

La dent S repose sur le rubis I qui s'oppose au mouvement. Cependant le balancier, par l'action du spiral réglant, tourne alternativement dans les deux sens, et entraîne avec lui le cercle A et le rouleau B. Supposons que, la position du balancier correspondant à la figure, le mouvement entraîne le cercle et le rouleau dans le sens de la flèche. Le rubis F soulèvera le ressort ML, passera à droite de ce ressort, et rien ne sera modifié. Dans le mouvement inverse, le rubis F butant contre le ressort ML, le soulève et soulève en même temps le ressort détente GH. Le rubis I s'écarte et la dent S échappe. En même temps, la dent R tombe sur le rubis E, le repousse, et donne ainsi au cercle A, et, par suite, au balancier, une impulsion qui lui restitue la vitesse que le choc du rubis F contre le ressort ML et les frottements lui ont fait perdre. Puis, le ressort détente reprenant sa position primitive, la dent T vient à son tour reposer sur le rubis I.

8. *Ressort moteur.* — Le ressort moteur est un long ruban d'acier, travaillé de telle manière qu'il s'enroule de lui-même en spiral. Il est enfermé dans un barillet cylindrique, attaché par une de ses extrémités à un arbre fixe concentrique au barillet et par l'autre au pourtour du barillet. Si l'on fait tourner ce barillet de façon à enrouler le ressort, on augmente la courbure, et, par suite, le ressort tend à se dérouler en faisant tourner le barillet en sens inverse.

Ce barillet remplace le tambour sur lequel s'enroule la corde du poids moteur d'une horloge à poids. Il est naturellement relié au rouage par une combinaison semblable à celle qui a été décrite pour les horloges (§ 3), de façon que l'on puisse remonter le chronomètre sans arrêter le mouvement.

Mais on remarque de suite que, à mesure que le ressort moteur se déroule, sa force devient moindre, de sorte que l'impulsion reçue par le balancier à chaque échappement diminue. On remédie en partie à cet inconvénient par l'introduction d'une fusée.

La fusée, établie à côté du barillet, est une sorte de tambour conique sur lequel est établi un gradin en hélice. Une chaîne fixée par une extrémité à la surface du barillet, par l'autre sur celle de la fusée, est enroulée sur les deux surfaces. A mesure que le déroulement du ressort fait tourner le barillet, la chaîne s'enroule

sur le barillet et fait tourner la fusée. Au début, quand le ressort moteur a toute sa force, la chaîne agit vers le sommet de la fusée à une petite distance de l'axe. Plus tard, quand la force du ressort a diminué, la chaîne agit vers la base de la fusée à une plus grande distance de l'axe, et les choses sont calculées de telle manière que le moment O de la force qui sollicite la fusée soit constant.

C'est, bien entendu, la fusée qui communique le mouvement au rouage par l'intermédiaire d'un tambour monté sur le même axe et semblable à celui qui sert à remonter les horloges.

SUR L'EMPLOI DES BALLONS PERDUS POUR L'EXÉCUTION DE MESURES MÉTÉOROLOGIQUES A TRÈS GRANDES HAUTEURS;

PAR M. LE COMMANDANT RENARD.

Il y a quelques mois, des recherches sur de nouveaux vernis et de nouvelles enveloppes très légères pour les aérostats m'ont suggéré l'idée de mettre à la disposition des savants qui s'occupent de l'atmosphère une *sonde aérienne* peu coûteuse, permettant d'exécuter à très peu de frais de nombreuses mesures de toute nature (thermométrie, actinométrie, hygrométrie, électricité atmosphérique, composition chimique de l'air des hautes régions, etc.).

Le problème que je m'étais posé était le suivant :

Franchir avec un petit ballon perdu de 100^{mc} *environ de capacité* les neuf dixièmes de la masse atmosphérique *en emportant un baromètre enregistreur et un autre instrument à indications continues (thermomètre, actinomètre, etc.).*

Je tenais à ne pas dépasser cette capacité de 100^{mc}, estimant qu'un grand ballon, dont les frais de gonflement et de départ seraient très élevés, ne pourrait exécuter que de rares ascensions, dont les résultats seraient nécessairement incomplets et hors de proportion avec les dépenses faites.

Quelques chiffres donneront immédiatement une idée de la difficulté pratique du problème.

La force ascensionnelle de l'hydrogène commun à la pression de 1^{kg} par centimètre carré et à $0°$ est sensiblement égale à $1^{kg},122$.

Dans la région où la pression est réduite au dixième de la valeur précédente, elle n'est plus que $0^{kg},1122$, de telle sorte que la force ascensionnelle totale du gaz de notre ballon de 100^{mc} se réduit à $11^{kg},220$ et il faut, dans ces conditions, enlever une enveloppe de 100^{mq} (1), deux instruments enregistreurs et les appareils destinés à les protéger contre les chocs de l'atterrissage.

Pour résoudre le problème je me suis proposé :

1° De trouver une enveloppe imperméable à l'hydrogène et ne pesant que 30^{gr} par mètre carré;

2° D'alléger les instruments enregistreurs de manière à les ramener à un poids voisin de 1200^{gr}, ce qui peut être obtenu par l'emploi judicieux de l'aluminium dans les appareils Richard;

3° De protéger ces appareils contre les chocs par un dispositif aussi léger que possible.

Aujourd'hui ces trois problèmes sont résolus.

1° L'enveloppe pèse de 45^{gr} à 50^{gr} le mètre carré et sous la pression de 30^{mm} d'eau, quatre fois supérieure à la pression maxima réellement atteinte dans notre ballon, elle ne perd que 7^{lit} d'hydrogène par mètre carré en dix-huit heures. Dans ces conditions, un ballon de 100^{mq} de surface ne perdrait en six heures (durée maxima d'une expérience) que 230^{lit} de gaz, soit $\frac{1}{400}$ environ de la capacité du ballon de 100^{mc} (2) que nous proposons.

C'est l'imperméabilité pratique.

2° Je me suis occupé tout d'abord du baromètre et du thermomètre enregistreurs. Les instruments construits par M. Richard pesaient $2^{kg},800$ chacun et j'ai pu facilement ramener leur poids à $1^{kg},200$ environ, y compris leur boîte protectrice.

3° Pour protéger contre les chocs de l'atterrissage ces instruments délicats, je les ai placés au milieu de cages d'osier extrêmement légères et cependant très solides auxquelles ils sont reliés par huit ressorts de caoutchouc de 7^{cm} à 8^{cm} de longueur allant des huit

---

(1) La surface d'un ballon de 100^{mc} est d'environ 100^{mq}.

(2) Un ballon sphérique de 100^{mc} a environ 100^{mq} de surface.

sommets de la cage aux huit sommets de la boîte qui renferme les instruments.

Chacune de ces cages pèse moins de 1^{kg}.

L'instrument est fixé dans sa cage comme une araignée au milieu de sa toile et il est facile de se rendre compte en laissant tomber l'appareil de l'efficacité du système de protection dont il s'agit. D'ailleurs, pendant la descente, le ballon complètement vidé et faisant parachute ne pourra pas tomber avec une vitesse supérieure à 2^m par seconde, vitesse résultant d'une chute libre de $0^m,20$, bien inférieure à la limite d'efficacité de notre protecteur en osier.

De ce côté, il n'y a donc absolument rien à craindre.

Ces divers problèmes résolus, j'ai arrêté ainsi le projet de sonde aérienne à très grande hauteur.

Diamètre du ballon	6^m
Volume	113^{mc}
Surface	113^{mq}
Poids de l'enveloppe	kg 5,650
Filet (ne se rompant que sous un effort total de 500^{kg}).	0,573
Poids des deux enregistreurs	2,400
Poids des deux parachocs	2
Total	10,623

Dans ces conditions, le ballon monterait jusqu'à la région où la force ascensionnelle x du mètre cube de gaz serait donnée par la relation

$$113x = 10,623,$$

d'où

$$x = 0^{kg},0940.$$

Comme la force ascensionnelle A du gaz à la pression de 1^{kg} par centimètre carré (pression normale) est de $1^{kg},122$, on en conclut que la pression atmosphérique dans la région occupée par la sonde aérienne au sommet de la courbe sera réduite à $\frac{0,0940}{1,122}$ ou $0^{kg},0838$ par centimètre carré, soit à 62^{mm} *de mercure*.

Les $\frac{11}{12}$ de la masse atmosphérique seront franchis.

La hauteur atteinte (variable avec la température) sera voisine de 20^{km}.

Il nous reste un mot à dire du mode d'opération :

1° Par beau temps, on réglera la force ascensionnelle au départ de façon à monter avec une vitesse moyenne de 3^m par seconde; le sommet de la trajectoire sera alors atteint en deux heures environ.

Une légère fuite systématique, trop faible pour arrêter le ballon avant sa zone d'équilibre, abrégera la durée du stationnement dans les régions élevées et déterminera une descente, dont la vitesse n'excédera pas 2^m par seconde.

L'expérience aura ainsi duré en tout cinq à six heures. *Quatorze à quinze mètres cubes d'hydrogène suffiront* pour l'exécution, le ballon se remplissant peu à peu pendant l'ascension et conservant une force ascensionnelle à peu près constante jusqu'au moment où il sera plein.

Les frais de gaz s'élèveront environ à 20^{fr}, et la dépense totale de l'expérience ne pourra guère dépasser 50^{fr}, y compris les frais de retour du matériel par les soins des autorités locales.

2° Par mauvais temps, on recourra à la méthode si simple imaginée à Metz, en 1870, par le colonel du Génie Goulier.

Le ballon *entièrement rempli* sera lesté d'un sac plein d'eau, dont l'écoulement sera réglé de façon à élever la zone d'équilibre d'environ 3^m par seconde.

Dans ces conditions, la pluie ou même la neige pourront bien ralentir l'essor du ballon, mais ne pourront jamais l'enrayer complètement, et, une fois au-dessus des régions troublées, l'aérostat gagnera fatalement la hauteur prévue.

Une *petite fuite* déterminera la descente, qui s'exécutera dans des conditions identiques à celles dont nous avons parlé précédemment.

Dans ce cas, le prix de revient de l'ascension pourra s'élever à 150^{fr} environ, chiffre encore assez faible pour qu'on puisse souvent répéter ces essais par mauvais temps, qui présentent un grand intérêt au point de vue de la répartition des températures.

En terminant, nous tenons à faire remarquer qu'avec les enveloppes ordinaires des ballons, qui pèsent environ $0^{kg},300$ par mètre

carré, on ne pourrait exécuter de sondages à très grande hauteur qu'au prix d'une dépense excessive.

Soit D le diamètre du ballon, et supposons que, comme précédemment, nous voulions l'élever jusqu'à la région où la pression est réduite à 62^{mm} de mercure, et supposons en outre que le ballon n'enlève que sa propre enveloppe.

Sa surface sera πD^2, et son poids

$$0,300\,\pi D^2.$$

Son volume sera $\frac{1}{6}\pi D^3$ et sa force ascensionnelle au sommet de sa trajectoire sera avec l'hydrogène

$$0,0940 \times \tfrac{1}{6}\pi D^3.$$

L'équilibre sera atteint, si l'on a

$$0,300\,\pi D^2 = 0,0940 \times \tfrac{1}{6}\pi D^3,$$

d'où

$$D = \frac{1,8}{0,0940} = 19^m,15.$$

Un pareil ballon aurait une capacité de 3700^{mc} environ, coûterait très cher, exigerait un personnel de manœuvre nombreux, et chaque expérience, même par un beau temps, permettant de ne gonfler le ballon qu'en faible partie, coûterait plus de 500^{fr} d'hydrogène.

Si l'on recourait au gaz d'éclairage, dont la force ascensionnelle n'est que les deux tiers de celle de l'hydrogène, on aurait

$$D = \frac{1,8}{2 \times 0,0940} = 28,60,$$

ce qui donne un ballon énorme de $12\,000^{mc}$ de capacité et d'un emploi pratiquement impossible.

VARIABILITÉ DE LA CONSTANTE CAPILLAIRE;

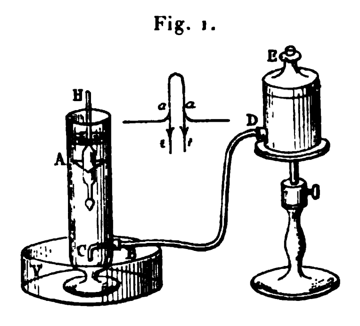
PAR M. C. MARANGONI.

M. Duclaux (¹) avait étudié une cause d'erreur dans les mesures aréométriques, et en avait parfaitement expliqué les phénomènes curieux par la variation de la tension superficielle du liquide.

Dans le numéro de septembre 1892 de ce Journal, M. Boris Weinberg démontre, par une autre méthode, la grande influence de l'état de propreté de la surface sur la valeur de la tension, ainsi que M. Quincke d'abord, et moi ensuite, nous l'avons prouvé. Mais, comme ces résultats ne semblent pas généralement connus, je vais décrire deux appareils de cours, de très facile construction, qui mettent en évidence les effets surprenants de la tension et qui jettent beaucoup de jour sur la variation de la constante capillaire.

Premier appareil. — Un cylindre AB en verre (qui peut être celui de Hope, pour le maximum de densité) porte une tubulure

Fig. 1.



inférieure à laquelle est adapté un tube BC coudé de haut en bas. Un tuyau de gomme joint le tube B à la tubulure inférieure D d'une bouteille (telle que le flacon de Mariotte). On remplit le cylindre et le flacon d'eau, et l'on plonge dans le cylindre un aréomètre sensible H (un alcoomètre Salleron, par exemple) et, pour

(¹) *De l'influence de la tension superficielle des liquides sur les mesures aréométriques* (*Journal de Physique*, 1re série, t. I, p. 179-204; 1872).

qu'il ne touche pas les parois, on l'enfile dans un triangle formé de fil fin de cuivre. On pose enfin le cylindre dans un large réservoir V, qui puisse recueillir toute l'eau du flacon.

Manipulations. — On salit la surface de l'eau du cylindre en la saupoudrant de saponine (extrait de *Saponaria officinalis*); l'aréomètre monte tout de suite de quelques degrés. Qu'on descende le flacon du support; dès que le niveau baisse, on verra la tige de l'aréomètre s'enfoncer, comme sur l'eau pure. Si l'on place de nouveau le flacon sur le support, l'eau monte, et la tige s'élève sur le liquide au même niveau que dans l'eau salie; mais, au moment où l'eau déborde du cylindre, la tige s'enfonce tout à coup comme si l'aréomètre était sur l'eau pure. Un bouchon E sert pour arrêter le débordement. Avec de la raclure de savon ou des matières graisseuses, on obtient les mêmes effets, mais moins frappants. Ce qui surprend, c'est la quantité minime de savon, ou d'autres impuretés, qui suffit pour amoindrir notablement les indications aréométriques.

Pour les cours, il vaut beaucoup mieux remplacer la tige en verre par une feuille de mica (muscovite); j'ai employé une feuille de $12^{cm} \times 2^{cm}$ qui avait $\frac{7}{109}$ de millimètre d'épaisseur. De cette façon, l'effet de la poussée du liquide est minime, tandis que celui de l'action capillaire est beaucoup augmenté. Avec cet *aréomètre capillaire,* au moment du débordement de l'eau salie avec la saponine, la bande de mica, qui émergeait totalement de l'eau, se plongeait tout d'un coup entièrement, c'est-à-dire de 12^{cm}. On doit lester l'aréomètre de façon que la feuille de mica soit presque totalement submergée dans de l'eau pure et propre.

Explication. — L'eau mouille la tige; la tension superficielle *tt* du ménisque (*fig.* 1) fait plonger l'aréomètre d'un volume excédant celui qu'exigerait le principe d'Archimède. Alors l'excès de poussée soulève un ménisque *aa* dont le poids lui est égal. Toute cause qui diminue ou augmente la tension fait donc monter ou plonger la tige de l'aréomètre à partir du point normal d'affleurement. Il suffit d'approcher de la surface bien propre de l'eau un pinceau trempé dans de l'éther pour voir l'aréomètre s'élever

tout d'un coup; les vapeurs d'éther suffisent pour beaucoup amoindrir la tension de l'eau ([1]).

Deuxième appareil. Autre dispositif. — Voici un autre appareil plus simple et plus commode. On découpe la calotte d'une cloche de verre, de 10^{cm} à 12^{cm} de diamètre; on introduit le tube N obtenu dans un cylindre de verre M (*fig.* 2) qu'on remplit

Fig. 2.



d'eau. Au milieu du tube, on place l'*aréomètre à mica,* et l'on salit la surface de l'eau avec de la saponine. Quand on soulève le tube sans le sortir de l'eau, l'aréomètre descend; quand on enfonce le tube, l'aréomètre remonte. L'effet est le même qu'avec l'*appareil à débordement;* ici c'est le tube qui ramasse ou restitue les impuretés de la surface.

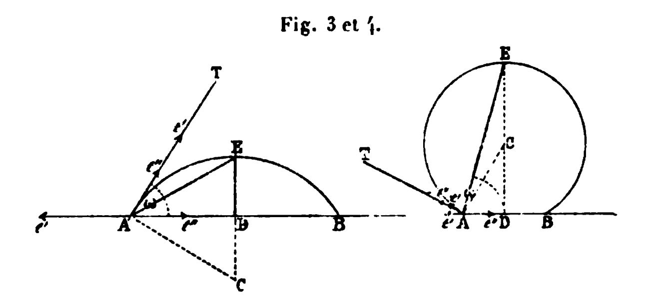
Mais les expériences deviennent plus intéressantes si l'on substitue à l'aréomètre une bulle de saponine. Si l'on souffle une bulle de solution de saponine (1 pour 100) et qu'on la dépose dans l'*appareil à tube plongeur,* à la surface de l'eau salie avec de la saponine, la bulle prend à peu près la forme d'une demi-sphère. Quand on élève le tube, la bulle s'aplatit comme un verre de montre (*fig.* 3); quand on plonge le tube, la bulle s'étrangle au contact du liquide et prend une forme qui approche d'une sphère entière, ce que j'ai appelé *bulle à la moresque* (*fig.* 4).

Discussion sur la forme; rapport de tension. — Soient AEB

([1]) *Voir* d'autres phénomènes analogues dans mon Mémoire : *La staderina dei coseni* (*R. Accad. dei Lincei,* 17 septembre 1886).

une section méridienne de la bulle (*fig.* 3 et 4), AB le niveau du liquide; comme il s'agit de bulles de grand diamètre, on peut négliger la dépression de niveau à l'intérieur des bulles. Menons la tangente AT au point A et la corde AE. Soit l'angle TAB $= \omega$,

Fig. 3 et 4.



et soient t' et t'' les tensions de la surface extérieure et intérieure de la bulle et des surfaces planes adjacentes. Au point A sont appliquées quatre forces; et, pour l'équilibre, il faut que la résultante de leurs composantes horizontales soit nulle, c'est-à-dire

$$t'' + t''\cos\omega + t'\cos\omega - t' = 0,$$

d'où

$$\frac{t''}{t'} = \frac{1-\cos\omega}{1+\cos\omega};$$

mais on a

$$\sin^2\frac{1}{2}\omega = \frac{1-\cos\omega}{2},$$

$$\cos^2\frac{1}{2}\omega = \frac{1+\cos\omega}{2},$$

qui, divisées l'une par l'autre, donnent

$$\text{tang}^2\frac{1}{2}\omega = \frac{1-\cos\omega}{1+\cos\omega},$$

c'est-à-dire

$$(1) \qquad \frac{t''}{t'} = \text{tang}^2\frac{1}{2}\omega.$$

En vérifiant les différents cas, on a évidemment, pour $\omega = 0°$,

$$\text{tang}^2\frac{1}{2}\omega = 0,$$

par conséquent $t'' = 0$, et l'on a une lame plane d'air;

Pour $\omega < 90$,

$$\tang^2 \frac{1}{2} \omega < 1,$$

par conséquent $t'' < t'$, et l'on a une bulle en verre de montre;

Pour $\omega = 90$,

$$\tang^2 \frac{1}{2} \omega = 1,$$

par conséquent $t'' = t'$, et l'on a une bulle hémisphérique;

Pour $\omega > 90$,

$$\tang^2 \frac{1}{2} \omega > 1,$$

par conséquent $t'' > t'$, et l'on a une bulle à la moresque;

Pour $\omega = 180$,

$$\tang^2 \frac{1}{2} \omega = \infty,$$

par conséquent $t' = 0$, et l'on a une bulle tangente.

Pour avoir une lame plane d'air, on souffle une bulle sur l'eau salie de saponine dans une assiette, puis on aspire l'air de la bulle; la calotte se déprime sans diminuer sensiblement de base, puis se détache du tube qui l'a soufflée, et prend la forme d'un verre de montre; mais, si l'on tient l'extrémité du tube très près de la surface et qu'on aspire, la bulle se transforme en une très jolie lame d'air plane et circulaire. La surface intérieure étant chagrinée, cela indique que $t'' = 0$.

Au contraire, pour avoir des *bulles tangentes,* on prend une assiette avec de l'eau pure. On souffle à l'extrémité d'un tube une bulle de saponine, on la dépose sur l'eau et on la crève, en la touchant au sommet; la saponine s'étale. On dépose une seconde bulle de saponine au milieu de l'auréole formée, et on la crève; et ainsi de suite on en dépose huit ou dix successivement. La première bulle est en verre de montre; la deuxième est à peu près hémisphérique; la troisième est à la moresque; les suivantes se relèvent de plus en plus, et la dernière est une sphère complète qui n'a pas d'adhérence avec la surface, et y demeure tangente ou danse sur la surface de l'eau : c'est parce qu'on a $t' = 0$. Les gouttes récentes d'alcool qui surnagent sur l'alcool, les liquides à

l'état sphéroïdal dépendent de la même cause : la tension de la surface qui soutient les gouttes est minime ou nulle.

Reprenons notre formule (1)

$$\frac{t''}{t'} = \text{tang}^2 \frac{1}{2}\omega.$$

Comme il est difficile de mesurer exactement l'angle ω, je lui ai substitué le rayon de base $AD = r$, et la flèche $DE = f$. Dans les *fig.* 3 et 4, on voit que l'angle ω, formé par la tangente et la corde, a pour mesure la moitié de l'arc AEB, et l'angle EAB a pour mesure la moitié de l'arc EB; on a donc

$$\text{EAB} = \frac{1}{2}\omega.$$

Mais le triangle EAD donne

$$\frac{\text{DE}}{\text{DA}} = \text{tang}\frac{1}{2}\omega = \frac{f}{r};$$

cette valeur, substituée dans la formule (1), donne

$$\frac{t''}{t'} = \left(\frac{f}{r}\right)^2,$$

formule fort simple et élégante.

J'ai mesuré f et r, visant à deux échelles (verticale et horizontale) les bulles par un point fixe, et j'ai corrigé les lectures par le calcul. J'ai mesuré les tensions t' et t'' en faisant la lecture de deux *aréomètres capillaires* faits exprès, dont l'un était dans la bulle, et l'autre en dehors. Quand la bulle prenait la forme d'un verre de montre, l'aréomètre extérieur s'enfonçait plus que l'intérieur; quand la bulle prenait la forme à la moresque, l'aréomètre extérieur s'élevait plus que l'intérieur. Voici quelques résultats :

	$\frac{t'}{t''}$.	$\left(\frac{r}{f}\right)^2$.	Différence.
Bulle en verre de montre.........	1,37	0,99	0,38
» à la moresque..............	0.86	0,23	0,63

Ces différences sont trop fortes, et il fallait en chercher les causes; les voici :

1° Dans le calcul, on suppose que l'angle de raccordement du

ménisque avec la tige des aréomètres est nul. Quincke a prouvé qu'il varie et qu'il peut faire diminuer même de $\frac{1}{3}$ la valeur calculée de la constante capillaire.

2° La tension n'est pas la même sur toute la surface, comme on suppose dans le calcul; à cause de la viscosité superficielle, la variation de tension est plus forte là où l'aire varie davantage.

A l'intérieur de la bulle, la tension varie très peu; c'est pourquoi j'ai interverti le rapport $\frac{t'}{t}$. La méthode des aréomètres capillaires ne se prête donc pas à des mesures exactes; mais les résultats de la formule $\left(\frac{r}{f}\right)^2$ méritent plus de confiance; elle donnerait des variations comme 1 : 4.

Conclusion. — La constante capillaire diminue quand la température augmente; elle diminue aussi par la présence d'impuretés ou de certaines vapeurs; elle croît, au contraire, quand l'aire augmente. Je propose de substituer au nom de *constante capillaire* celui de *coefficient de capillarité* (1).

RÉFRACTION DANS L'ATMOSPHÈRE.

PAR M. H. EKAMA.

Supposons que l'atmosphère soit composée de couches concentriques et très minces, dans lesquelles la densité change suivant une certaine loi, la vitesse de la lumière changera alors aussi d'une certaine manière.

Soit i l'angle formé par un élément de la trajectoire et le rayon vecteur; on a

$$\frac{\sin i}{v} = \frac{1}{a},$$

v étant la vitesse de la lumière et a une constante différente pour chaque trajectoire.

---

(1) Voir *Staderina dei coseni,* loc. cit.

Faisons passer un plan par le centre de la Terre et un élément de la trajectoire, toute la trajectoire sera alors située dans ce plan.

On a

$$r\frac{d\varphi}{dr} = \operatorname{tang} i = \frac{v}{\sqrt{a^2 - v^2}},$$

d'où

$$\frac{dr}{d\varphi} = r\frac{\sqrt{a^2 - v^2}}{v}, \qquad \frac{d^2 r}{d\varphi^2} = r\frac{a^2 - v^2}{v^2} - r^2\frac{a^2}{v^2}\frac{dv}{dr}.$$

Le rayon de courbure est

$$\rho = \frac{\left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{r^2 + 2\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 - r\frac{d^2 r}{d\varphi^2}}.$$

$$\rho = \frac{\left(r^2 + r^2\frac{a^2 - v^2}{v^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{r^2 + 2r^2\frac{a^2 - v^4}{v^2} - r^2\frac{a^2 - v^2}{v^2} + r^3\frac{a^2}{v^3}\frac{dv}{dr}} = \frac{ra}{v + r\frac{dv}{dr}}.$$

$a = v \operatorname{coséc} i$ et v n'est qu'une fonction de r,

$$v = \varphi(r) \qquad \text{et} \qquad \frac{dv}{dr} = \varphi'(r);$$

donc

$$\rho \sin i = \frac{vr}{v + r\frac{dv}{dr}} = \frac{r\varphi(r)}{\varphi(r) + r\varphi'(r)}.$$

La seconde partie ne dépend que de la position du point et, par conséquent, les centres de courbure de toutes les trajectoires qui passent par ce point seront situés dans un plan perpendiculaire au rayon vecteur et la distance du point donné est

$$\frac{r\varphi(r)}{\varphi(r) + r\varphi'(r)}.$$

Pour $r = \infty$, $\rho \sin i = \frac{\varphi(r)}{\varphi'(r)}$, comme Bravais (¹) l'a trouvé pour des couches parallèles,

$$r^2 + 2\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 - r\frac{d^2 r}{d\varphi^2} = \frac{r^2 a^2}{v^2}\left(v + r\frac{dv}{dr}\right).$$

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. XLVI, p. 499.

Comme v est très grand, la trajectoire aura la partie concave du côté du centre de la Terre, même quand $\frac{dv}{dr} < 0$.

Ce n'est que lorsque $\frac{dv}{dr}$ est négatif et très grand, c'est-à-dire quand la densité des couches inférieures de l'atmosphère diminue très vite, que la partie convexe de la trajectoire pourra être tournée vers le centre.

PHILOSOPHICAL MAGAZINE.

T. XXXIV; 2e semestre 1892.

Carl BARUS. — The measurement of high temperature (La mesure des hautes températures), p. 1-18.

Ce Mémoire, qui n'est que l'introduction d'un travail plus étendu sur la détermination des points de fusion des roches ignées, a pour objet la graduation d'un couple thermo-électrique platine-platine iridié (à 20 pour 100) par comparaison directe avec un thermomètre à air.

La mesure de la force électromotrice du couple s'effectue en l'opposant à une force électromotrice connue et variable à volonté prise sur le circuit de deux daniells préalablement comparés à un étalon Clark.

L'évaluation précise de la température de la soudure chaude exige de nombreuses précautions. Le réservoir thermométrique, en porcelaine de Bayeux vernie, est une sphère portant aux deux extrémités d'un diamètre horizontal, d'une part, un tube de porcelaine relié au manomètre, d'autre part, un tube cylindrique rentrant d'une longueur égale au rayon de la sphère. C'est au fond de ce tube, et par suite au centre du réservoir thermométrique, qu'est placée l'une des soudures du couple. Un moufle sphérique concentrique entoure le réservoir; il porte deux bras creux horizontaux livrant passage, l'un au tube du thermomètre, l'autre aux fils du couple soigneusement isolés par un enduit de terre réfractaire. Ce moufle est mis en rotation autour de l'axe commun des deux bras. Il est chauffé dans un fourneau cylindre à

réverbère hémisphérique par deux brûleurs à gaz débouchant tangentiellement aux parois du fourneau; il résulte de cette disposition un tourbillon de flammes ayant un axe vertical passant par le centre du moufle. Ce mouvement gyratoire combiné à la rotation horizontale du moufle assure une parfaite uniformité de la température à l'intérieur du réservoir thermométrique.

Les résultats des expériences n'ayant pu être représentés par une formule simple avec une précision égale à celle des mesures, l'auteur a dû se contenter de dresser des Tables donnant les forces électromotrices du couple pour les températures de la soudure chaude comprises entre 150° C. et 1200° C. de l'échelle thermodynamique, la soudure froide étant à 20°. La représentation graphique n'a pas montré la perturbation qui devrait se produire vers 1000°, d'après les formules données par M. Le Chatelier (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CII, p. 819; 1886).

CARL BARUS. — Thermoelectrics of platinum-iridium and of platinum-rhodium (Propriétés thermo-électriques du platine iridié et du platine rhodié), p. 376-381.

L'auteur compare la force électromotrice du couple platine-platine iridié à 20 pour 100 avec celles du couple platine-platine rhodié à 10 pour 100 (couple de M. Le Chatelier). Les soudures chaudes des deux couples, fondues ensemble pour assurer l'égalité de leurs températures, sont chauffées dans un creuset de platine rempli de chaux calcinée. Les soudures froides sont respectivement plongées dans des bains de pétrole isolés. La mesure des forces électromotrices s'effectue comme dans les précédentes expériences; la température se déduit de la force électromotrice du couple platine-platine iridié.

La difficulté de maintenir constante la température des soudures chaudes pendant le temps nécessaire pour les deux mesures de force électromotrice a été tournée de la manière suivante : Le creuset étant porté à une température élevée, on le laisse se refroidir et pendant ce refroidissement on mesure alternativement la force électromotrice de chaque couple. Les résultats des mesures étant portés en ordonnées, les temps en abscisses, on ob-

tient deux courbes, d'où il est facile de déduire les forces électromotrices des couples à un même instant, c'est-à-dire pour une même température de la soudure chaude. Il a été constaté que le rapport de ces forces électromotrices est constant pour la température 20° des soudures froides et pour des températures des soudures chaudes allant jusqu'à 1200°; ce rapport est 0,7724, la plus grande force électromotrice étant celle du couple à platine rhodié. Au-dessus de 1200°, le refroidissement étant trop rapide pour permettre des mesures précises, M. Barus a dû effectuer ces mesures pendant le chauffement du creuset; le rapport devient alors 0,7774 et se maintient sensiblement constant jusqu'à 1700°.

L'auteur attribue la petite différence entre les deux rapports aux dérivations résultant de la conductibilité des gaz chauds et de celle de la terre réfractaire servant à isoler les fils et aux forces électromotrices de contact qui s'établissent entre les fils et leurs enveloppes.

Si l'on admet cette explication et, par suite, la constance du rapport, l'échelle des températures définie par la force électromotrice de l'un des couples est alors la même que celle qui est définie par la force électromotrice de l'autre. Il est donc indifférent de se servir de l'un ou de l'autre couple pour l'évaluation des températures. De plus, cette concordance des indications des deux instruments semble indiquer que la relation entre les températures qu'ils définissent et les températures de l'échelle normale doit être la même quel que soit l'intervalle considéré et qu'on peut dès lors extrapoler jusqu'à 1700° les résultats obtenus par l'auteur dans ses expériences sur le couple platine-platine iridié.

W.-H. BRAGG. — The *elastic medium* method of treating electrostatic theorems (La méthode du *milieu élastique* pour la démonstration des théorèmes d'électrostatique), p. 18-35.

L'auteur a voulu montrer par un exposé méthodique que toute l'électrostatique peut s'établir aussi facilement, en admettant l'existence d'un milieu élastique qu'en admettant, comme on le fait ordinairement, les actions à distance.

Les hypothèses servant de bases sont : 1° Il existe un fluide parfait incompressible (l'éther) remplissant tout l'espace et tous

les corps; 2° dans certains corps (bons conducteurs), rien ne s'oppose au mouvement de ce fluide; 3° dans d'autres corps (mauvais conducteurs), le fluide ne peut se mouvoir sans entraîner avec lui les molécules matérielles; 4° quand un déplacement se produit dans ces derniers, il se développe une force tendant à ramener le fluide dans sa position primitive et cette force est proportionnelle au déplacement, au nombre de molécules déplacées et à une quantité dépendant de la nature des corps (coefficient de Maxwell); 5° à une charge positive d'électricité correspond uue augmentation de la quantité d'éther contenue dans un corps; à une charge négative correspond une diminution de cette quantité.

La méthode permet de se faire facilement une image mentale de la manière dont s'accomplissent les phénomènes électriques et de ce qu'expriment les équations, de simplifier le raisonnement mathématique, de voir beaucoup plus nettement que dans la théorie ordinaire la signification du pouvoir inducteur spécifique et du coefficient d'élasticité.

H.-A. ROWLAND. — Notes on the theory of the transformer (Notes sur la théorie des transformateurs), p. 54-57.

Dans cette théorie on suppose ordinairement que les coefficients de self-induction et de mutuelle induction des bobines des transformateurs sont constants. Cette hypothèse conduit à des conclusions erronées et l'auteur s'est proposé de traiter le problème dans toute sa généralité en tenant compte de l'hystérésis aussi bien que de la variation de la perméabilité magnétique du fer. Mais dans ces conditions de nombreuses difficultés mathématiques surgissent et l'auteur n'a pu traiter qu'un petit nombre de cas particuliers.

F.-J. SMITH. — An air-mercure pump, for raising mercury in different kinds of mercurial pumps (Pompe à air et à mercure pour élever le mercure dans les différentes espèces de pompes à mercure), p. 115-117.

Dans la trompe Sprengel la chute du mercure diminue la pression de l'air dans un réservoir. Renversons la pompe et insufflons de l'air sous pression, par le canal qui sert ordinairement à mettre la trompe en communication avec le réservoir où l'on veut faire

le vide. Cet air divisera le mercure en colonnes de faibles longueurs et le fera monter à un niveau tel que la somme des longueurs de ces colonnes soit égale à la hauteur du mercure qui exprime la pression de l'air employé. Tel est le principe de l'appareil imaginé par l'auteur pour faire passer automatiquement le mercure employé dans les divers genres de pompes du réservoir inférieur au réservoir supérieur. L'air comprimé est fourni par une trompe à eau.

E. Withe SMITH. — Note on the measurement of the internal resistance of cells (Note sur la mesure de la résistance intérieure des piles), p. 173-177.

La méthode dont l'exposé fait l'objet de cette Note était destinée à la mesure de la résistance intérieure d'un accumulateur, pendant sa charge ou sa décharge. Le schéma des communications pourra sans doute être facilement rétabli sans figure en suivant les indications suivantes : Relions le pôle positif de l'accumulateur P au pôle positif d'une pile P_1. Soient O un point du conducteur de liaison, A un point du pôle négatif de l'accumulateur, B un point du pôle de même nom de la pile. Attachons en A et O les extrémités d'un circuit contenant une force électromotrice E (celle de la machine servant à charger l'accumulateur) et une résistance r_1; en O et B les extrémités d'une résistance dont la valeur m_1 est telle, que A et B soient au même potentiel.

Supposons maintenant qu'un courant d'intensité I, provenant d'une source extérieure, circule de A en B. La différence de potentiel entre ces points devient V, et l'on a

$$V = v + v_1,$$

v étant la différence de potentiel entre O et A, v_1 celle entre B et O. Mais en exprimant qu'en A et B la somme algébrique des intensités dans les divers circuits qui aboutissent en ces points est nulle, on a

$$I = \frac{v+e}{b} + \frac{v+E}{r} = \frac{v_1 - e_1}{b_1} + \frac{v_1}{m_1},$$

e étant la force électromotrice de l'accumulateur, b sa résistance intérieure; e_1 et b_1 les valeurs des mêmes quantités pour la pile P_1.

En tirant v et v_1 de ces équations, on obtient

$$V = \frac{brI - re - bE}{b+r} + \frac{m_1 b_1 I + m_1 e_1}{m_1 + b_1}.$$

Mais, d'après le choix qui a été fait de la résistance m_1, on doit avoir $V = 0$ pour $I = 0$, c'est-à-dire

$$0 = -\frac{re + bE}{b+r} + \frac{m_1 e_1}{m_1 + b_1};$$

donc

$$\frac{V}{I} = \frac{br}{b+r} + \frac{m_1 b_1}{m_1 + b_1} = R_1,$$

R_1 étant la résistance apparente entre A et B, résistance qu'il est commode de mesurer.

Si maintenant nous joignons O au pôle positif d'une pile P_2 de résistance b_2 et de force électromotrice e_2 et si nous mettons en dérivation entre O et le pôle négatif C de la pile, une résistance m_2, telle que A et C soient au même potentiel, quand aucun courant extérieur ne passe de A en C, nous avons pour la résistance apparente C entre ces points

$$R_2 = \frac{br}{b+r} + \frac{m_2 b_2}{m_2 + b_2}.$$

On trouverait pour la résistance apparente entre B et C

$$R_3 = \frac{m_1 b_1}{m_1 + b_1} + \frac{m_2 b_2}{m_2 + n_2};$$

par suite

$$\frac{br}{b+r} = \frac{R_1 + R_2 - R_3}{2},$$

égalité qui donnera la résistance cherchée b.

LIVEING et DEWAR. — On the spectrum of liquid oxygen, and on the refractive indices of liquid oxygen, nitrous oxide, and ethylene (Sur le spectre de l'oxygène liquide et sur les indices de réfraction de l'oxygène, du bioxyde d'azote, de l'éthylène liquéfiés), p. 210-215.

M. Olzewski, en opérant sur une masse d'oxygène liquide de 5^{cm} d'épaisseur, n'avait pu observer la bande B que l'on aperçoit facilement dans le spectre d'absorption de l'oxygène gazeux sous de faibles pressions. Avec une épaisseur d'oxygène liquide de 20^{cm}, MM. Liveing et Dewar ont observé une bande en cet en-

droit. Cette bande, ainsi que la bande A, qui apparaît déjà avec de plus faibles épaisseurs, sont limitées très nettement du côté le moins réfrangible du spectre et se fondent graduellement du côté le plus réfrangible. Dans le spectre d'absorption de l'oxygène gazeux, la disposition de ces bandes est renversée; elles sont limitées nettement du côté le plus réfrangible et graduellement fondues du côté le moins réfrangible. Cette disposition inverse n'avait pas encore été remarquée.

Les auteurs confirment l'observation faite par Olzewski sur la couleur : l'oxygène liquide a une couleur bleue qu'il est impossible de confondre avec la couleur bleu indigo que lui communiquent des traces d'ozone liquide.

Les indices de réfraction ont été déterminés par la méthode du minimum de déviation du prisme. A cause des difficultés des expériences, les auteurs n'ont pu obtenir les indices de l'oxygène et de l'éthylène que pour les raies D; celui du premier corps à son point d'ébullition (—181°) est 1,124; celui du second à sa température d'ébullition (—100°) est 1,3632. Les indices du bioxyde d'azote à — 90° sont respectivement

1,329 1,3305 1,3345 1,3378 1,3257 1,3368,

pour les raies C, D, F, G; la raie du lithium $\lambda = 6705,5$ et la raie de l'iridium $\lambda = 4509,6$.

DEWAR et FLEMING. On the electrical resistance of pure metals, alloys and non metals at the boiling-point of oxygen (Sur la résistance électrique des métaux purs, des alliages et des corps non métalliques jusqu'au point d'ébullition de l'oxygène), p. 326-337.

Dans le cas des métaux et des alliages, les résistances sont constituées par des fils de 50^{cm} à 100^{cm} de longueur et de $0^{mm},1$ de diamètre, enroulés sur une mince plaque de mica, placée au fond d'un tube à essai, dans lequel se trouve le liquide destiné à maintenir le fil à la température voulue. Ces résistances sont mesurées à l'aide du pont de Wheatstone. Les mesures sont faites aux températures suivantes : 100° C. environ; 20°; 0°; — 80° température d'un mélange d'acide carbonique neigeux et d'éther; — 100° point d'ébullition de l'éthylène; — 182° température d'ébullition de

l'oxygène sous la pression atmosphérique; — 197° température d'ébullition de l'oxygène dans le vide.

Les courbes obtenues en portant les températures absolues en abscisses et les résistances en ordonnées ont, pour les métaux purs, des formes telles que leurs prolongements passent très près de l'origine des abscisses; la résistance des métaux tend donc vers zéro en même temps que la température absolue, résultat qui a été admis par Clausius, à titre d'hypothèse, dès 1858. Les courbes du fer, du nickel et de l'étain, et peut-être du cuivre, ont leur concavité tournée vers le haut; celles du platine, de l'or, du palladium et probablement de l'argent ont leur cavité tournée vers l'axe des abscisses; celles de l'aluminium et celles de presque tous les alliages se confondent à peu près avec une droite.

En représentant la résistance à t° par la formule

$$R_t = R_0(1 \pm at),$$

les auteurs ont trouvé pour le coefficient a des valeurs très voisines de celles qu'ont obtenues MM. Cailletet et Bouty dans des expériences analogues effectuées jusqu'à — 100°.

Quelques expériences faites sur des filaments de charbon de lampes à incandescence ont montré qu'aux basses températures la résistance du charbon varie dans le même sens qu'aux températures ordinaires, c'est-à-dire que la résistance de ce corps augmente quand la température s'abaisse.

E.-H. GRIFFITHS et G.-M. CLARK. — Note on the determination of low temperatures by platinum-thermometers (Note sur la détermination des basses températures par les thermomètres à platine), p. 515-518.

D'après M. Callendar [1], on a la relation

$$T - t_{pt} = \delta\left(\frac{T^2}{100^2} - \frac{T}{100}\right) \tag{1}$$

entre la valeur T de la température exprimée au moyen de l'échelle normale et la valeur t_{pt} exprimée au moyen de l'échelle

[1] *Phil. Mag.*, t. XXXII, p. 104, et *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. X, p. 513.

fournie par la résistance du platine, c'est-à-dire définie par

$$t_{pt} = \frac{R - R_0}{R_{100} - R_0} 100, \quad (2)$$

où R_0, R_{100}, R sont les résistances d'un fil de platine à la température de la glace fondante, à celle de l'eau bouillante et à la température normale T.

Les auteurs ont cherché, à l'aide de ces relations, quelle serait la température pour laquelle la résistance R serait nulle. Ils ont trouvé $T = -273^{\circ},86$ comme moyenne des nombres fournis par sept thermomètres à résistance de platine, ce qui confirme, au moins pour le platine, l'exactitude de l'hypothèse de Clausius.

Il résulte de cette remarque une simplification très importante de la graduation des thermomètres à résistance de platine. En effet, il suffit de déterminer par expérience les valeurs de R_0 et R_{100}, car, en faisant $R = 0$ dans la relation (2), on a la valeur de t_{pt} correspondante à $T = -273$ et la relation (1) peut dès lors servir à calculer δ en y remplaçant T par -273 et t_{pt} par la valeur correspondante.

Les auteurs se sont assurés qu'en effectuant de cette manière la graduation des sept thermomètres qu'ils ont étudiés, les valeurs calculées de T différaient de la température vraie de moins de $0^{\circ},14$ pour $T = 50^{\circ}$ et d'au plus $0^{\circ},44$ pour $T = 150^{\circ}$.

J. BLONDIN.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES;

Tome CXIII, 2e semestre 1891.

SAVÉLIEFF. — Résultats des observations actinométriques faites à Kief (Russie), en 1890.

CROVA. — Remarques sur la Communication de M. Savélieff, p. 481.

A l'aide de l'actinomètre enregistreur de M. Crova, M. Savélieff a constaté qu'en été et en automne, la valeur absolue de l'intensité calorifique de la radiation solaire, par un ciel en apparence bien pur, atteint un maximum vers 10^{h} du matin, un maximum secondaire entre 1^{h} et 2^{h} de l'après-midi, et un minimum vers midi.

En automne, le minimum et le maximum secondaire deviennent moins marqués et s'effacent.

M. Crova avait obtenu à Montpellier des résultats analogues. L'hiver et le commencement du printemps se manifestent par des courbes symétriques de part et d'autre de l'ordonnée de midi.

C. DECHARME. — *Aimantations longitudinales et transversales superposées*, p. 523.

Quand on aimante longitudinalement une lame d'acier, puis qu'on l'aimante transversalement ensuite, il arrive généralement que, dans le spectre magnétique obtenu, la première aimantation se trouve masquée. Elle n'a pas disparu, car il suffit de quelques passes longitudinales pour la rendre prépondérante à son tour. Une série d'opérations alternées permettent de masquer tour à tour les deux aimantations. Le barreau finit par prendre un état d'instabilité magnétique telle qu'une faible passe suffit pour faire apparaître l'un ou l'autre des deux spectres. On peut, avec quelques précautions, obtenir un spectre mixte où les deux aimantations apparaissent à la fois.

LOEWY et PUISEUX. — *Détermination de la constante de l'aberration*, p. 549 et p. 1089.

On sait que l'aberration annuelle est liée à la vitesse de propagation de la lumière et à la longueur du demi grand axe de l'orbite terrestre, de telle sorte que la connaissance de deux de ces grandeurs permet de déterminer la troisième. Les meilleures mesures de l'aberration exécutées jusqu'ici conduisent à des nombres qui varient de 20″,31 à 20″,54. Cette incertitude a été attribuée à l'imperfection des instruments, à certaines lacunes dans la théorie du mouvement de la Terre autour de son centre de gravité, à une variation possible dans les latitudes géographiques.

MM. Lœwy et Puiseux ont imaginé pour faire cette mesure une méthode indépendante des causes d'erreur que nous venons de signaler. La pièce essentielle de leur appareil est un double miroir plan taillé sur un même bloc de verre en forme de prisme. Cette pièce représente un compas d'ouverture constante, grâce

auquel les variations de distances d'étoiles séparées par un grand arc sur la sphère céleste peuvent être évaluées avec la même précision que les petits arcs compris dans le champ d'une lunette.

La méthode consiste à mesurer la différence des arcs qui séparent deux couples d'étoiles A et B, choisis de telle sorte que les quatre étoiles arrivent à la même hauteur à quelques minutes près, ce qui permet de ramener la correction due au changement de réfraction à moins d'une seconde d'arc. Grâce au choix convenable des coordonnées, l'écartement des composantes du couple A est maximum, sous l'influence de l'aberration, quand la distance du couple B passe par un minimum. Le phénomène inverse se produisant à six mois d'intervalle, la différence mesurée a éprouvé une variation totale équivalente à quatre fois la constante cherchée. L'emploi des deux couples élimine les erreurs tenant aux variations possibles de l'angle du prisme et à l'imperfection de la mise au foyer.

L'ensemble des expériences, dont la concordance a été très satisfaisante, a donné pour valeur finale de la constante d'aberration

$$20'',447 \pm 0'',024.$$

Ce résultat présente un accord remarquable avec le nombre $20'',445$ fourni par W. Struve, en 1843.

POINCARÉ. — Sur l'équilibre des diélectriques fluides dans un champ électrique, p. 555.

D'après la théorie de M. von Helmholtz, quand un fluide diélectrique est placé dans un champ électrique, il faut, dans les équations de l'Hydrostatique, introduire des termes complémentaires.

On se trouve conduit à cette condition que

$$\frac{F^2}{8\pi}dk - gz\,d\left(\frac{1}{v}\right)$$

doit être une différentielle exacte, F représentant l'intensité du champ, k le pouvoir diélectrique, v le volume spécifique. Cette différentielle prend une valeur notable dans la couche de passage qui sépare deux fluides.

M. Poincaré déduit de ces considérations l'équation de la surface de séparation des deux fluides diélectriques; mais il fait remarquer qu'il serait nécessaire de tenir compte de la différence de potentiel qui peut exister à la surface de séparation des deux diélectriques.

M. BRILLOUIN. — Sur le degré de complexité des molécules gazeuses, p. 575.

Les raies spectrales qui caractérisent une même vapeur ont, entre des limites de température très étendues, des périodes déterminées qui, rangées pour chaque vapeur dans l'ordre décroissant, tendent vers une limite finie différente de zéro. On peut faire trois hypothèses sur la constitution de la molécule gazeuse pour expliquer ce grand nombre de périodes.

a. Les périodes résultent des mouvements internes des parties constituantes de la molécule et se communiquent à l'éther sans altération. Cette hypothèse conduit à admettre que la molécule d'un corps simple est formée d'un nombre très grand, mais limité d'atomes ne possédant que des mouvements d'ensemble.

b. La molécule est constituée par un petit nombre d'éléments dont la position relative est définie par peu de variables indépendantes. Les équations du mouvement sont des équations différentielles non linéaires, comme celles du pendule. Le mouvement se décompose en une série de termes sinusoïdaux déterminés par les conditions initiales.

c. La molécule formée d'un seul ou de plusieurs atomes indéformables agit sur l'éther à la manière d'un choc par son déplacement, et provoque des vibrations dont les périodes dépendent de la forme et des dimensions de cette molécule, mais non de sa vitesse. Chaque atome composant pourrait ainsi, sans dissociation, produire son système de raies.

COLLEY, MICHKINE et KAZINE. - Observations actinométriques faites à l'observatoire de l'Académie Petrowsky, près de Moscou, p. 630.

A. CROVA. — Remarques sur les observations précédentes, p. 632.

L'intensité totale des radiations émises par le Soleil et diffusées

par le ciel sur l'unité de surface a été déterminée au moyen de l'actinographe Richard frères. Bien que ces observations ne soient pas directement comparables à celles de M. Crova à Montpellier et de M. Savélieff à Kieff, il y a lieu de remarquer qu'on observe, comme dans ces stations, deux maxima principaux non symétriques séparés par une dépression vers midi, et que ces maxima se rapprochent de midi en automne.

G. SIRE. — Nouvel appareil gyroscopique, p. 638.

Lorsqu'un tore est assujetti à tourner autour de deux axes rectangulaires entre eux, on ne peut obtenir une rotation alternative autour de l'un de ces axes, que si l'axe du tore s'oriente parallèlement à cet axe, et de façon que les deux rotations aient lieu dans le même sens. M. Sire a vérifié ce principe au moyen d'un tore mobile à l'intérieur d'une chape susceptible de tourner autour de deux axes rectangulaires entre eux. Les rotations alternatives sont obtenues par l'action d'une corde à boyau s'enroulant d'une part à volonté sur l'axe qu'on veut actionner, et d'autre part sur le tambour d'un petit barillet à l'intérieur duquel est disposé en ressort. Si, pendant la rotation du tore, on actionne un des axes ou les deux à la fois, on détermine divers mouvements d'oscillation ou de précession de l'axe du tore, vérifiant le principe énoncé plus haut.

P. DUHEM. — Sur les pressions à l'intérieur des milieux magnétiques ou diélectriques, p. 657.

M. Duhem indique diverses conclusions qu'il a tirées de la théorie de M. von Helmholtz, sur les pressions au sein des milieux magnétiques. Il trouve que la pression à l'intérieur des fluides magnétiques est normale à l'élément pressé et indépendante en grandeur de son orientation. La densité est liée à la pression par une relation qui dépend du coefficient d'aimantation.

Dans un cristal diélectrique dépourvu de centre, le potentiel thermodynamique interne renferme un terme linéaire par rapport aux composantes de l'aimantation. L'étude de ce terme rend compte des propriétés des corps pyro et piézo-électriques.

Dans un milieu diélectrique laissant subsister la loi de Coulomb entre les conducteurs, les lois des actions entre corps mauvais conducteurs sont profondément modifiées.

H. DESLANDRES. — Méthode nouvelle pour la recherche des bandes faibles dans les spectres de bandes. Application au spectre des hydrocarbures, p. 661.

M. Deslandres a proposé (*Comptes rendus*, 1887) une loi générale de répartition des bandes dans les spectres de bandes. L'application de cette loi le conduit à attribuer aux hydrocarbures trois bandes nouvelles faibles que l'on observe dans l'arc électrique contenant du cyanogène ou des hydrocarbures et dans la combustion du cyanogène. Divers auteurs avaient précédemment attribué ces bandes au cyanogène.

GÉNÉRAL DERRÉCAGAIX. — Sur la mesure d'une nouvelle base de la triangulation française, p. 770.

La base choisie a été prise sur l'accotement est de la route de Paris à Fontainebleau, entre Villejuif et Juvisy. Chaque terme consiste en une chambre souterraine en pierre dure de Lorraine fondée sur un fort massif de béton et recouverte d'une dalle affleurant le sol. Un pilier indépendant, enchâssé dans le béton, porte un repère cylindrique en platine, dont l'axe définit l'extrémité de la ligne mesurée. Les dalles ont été, après l'opération, recouvertes de pyramides de granit. La base est brisée aux trois septièmes de sa longueur à partir du terme sud et l'angle des deux segments est de 14 minutes centésimales. La base a été fractionnée en segments par des dalles scellées dans le sol et munies de plaques de cuivre enchâssées portant un repère.

L'appareil employé est l'appareil bimétallique (cuivre et platine) construit par Brunner frères. Les règles ont été étalonnées par rapport au mètre international, au Bureau de Breteuil, et leurs coefficients de dilatation ont été mesurés. Les portées successives sont définies par les axes optiques de microscopes verticaux établis sur l'alignement de la base.

La mesure a été effectuée de juin à août 1890, sous la direction de M. le lieutenant-colonel Bassot et de M. le commandant Defforges, par les officiers de la section de Géodésie. La mesure a

été effectuée deux fois et les résultats suivants ont été obtenus :

	Première mesure.	Seconde mesure.	Différences.
	mm	mm	mm
Longueur du premier segment...	3049348,6	3049336,6	+ 2,0
» du second » ...	4177553,2	4177564,1	— 10,9
Somme des deux segments......	7226891,8	7226900,7	— 8,9

Il y a lieu de retrancher 4^{mm} pour réduire à la ligne droite et $99^{mm},8$ pour réduire au niveau de la mer. On arrive ainsi à la température $19°,26$ à

$$7226^{m},792$$

avec une erreur possible de 1^{cm}.

L'ancienne base de Delambre, de Melun à Lieusaint, calculée à partir de la nouvelle base, ne diffère que de 1^{cm} de la valeur trouvée par Delambre avec les règles de Borda. L'incertitude due à la triangulation atteignant 5^{cm}, il y a sans doute des erreurs qui se compensent.

On a aussi calculé, à partir de la nouvelle base, les côtés de jonction de la nouvelle méridienne avec les triangulations anglaises, belges, italiennes et espagnoles. Les mesures françaises nouvelles dépassent systématiquement les mesures étrangères de $\frac{1}{60000}$ de leur valeur en moyenne. Le rapport admis entre les étalons étrangers et le mètre international paraît donc systématiquement trop faible.

B.-C. DAMIEN. — Sur la variation du point de fusion avec la pression, p. 785.

Au moyen d'une pompe de Natterer à soupape d'aluminium, M. Damien développe des pressions pouvant atteindre 200 atmosphères dans un appareil qu'il a décrit précédemment (*Comptes rendus*, 3 juin 1889). Les substances étudiées sont toutes fusibles au-dessous de 100°. La température t de fusion sous une pression de p atmosphères est représentée par des expressions de la forme

$$t = t_0 + a(p-1) - b(p-1)^2.$$

La dérivée $\frac{dt}{dp}$ devient donc nulle en changeant de signe pour

une pression

$$p_e = 1 + \frac{a}{2b}.$$

En même temps, conformément à la formule de Thomson, le volume spécifique du solide, qui était plus petit que celui du liquide, doit devenir plus grand. M. Damien a vérifié cette conséquence sur quelques-uns des corps expérimentés.

C. RAVEAU. — Sur la théorie de la lumière, p. 853.

M. Raveau considère un milieu homogène possédant une perméabilité magnétique sensiblement constante en toute direction, ce qui est le cas de la plupart des cristaux. Prenant pour axes de coordonnées les trois axes de l'ellipsoïde d'induction électrostatique, il exprime l'énergie par unité de volume, et il arrive, en suivant deux marches différentes, à la mettre en partie sous la forme d'une énergie cinétique, en partie sous celle d'une énergie potentielle élastique. Il obtient, sauf la signification physique des constantes, une expression identique à celle qu'a donnée Mac-Cullagh en fonction des composantes de l'élongation. L'énergie magnétique correspond dans le système de Mac-Cullagh à l'énergie cinétique, et dans celui de MM. W.-Thomson et Glazebrook à l'énergie potentielle. M. Raveau est conduit à conclure que la théorie de Fresnel manque de rigueur.

H. RESAL. — Sur les expressions des pressions dans un corps élastique homogène, p. 911.

Lamé, en 1852, est parvenu à réduire de 36 à 2 le nombre des coefficients qui entrent dans les expressions des pressions dont il s'agit. De Saint-Venant, en 1856, est arrivé au même résultat d'une manière plus simple, en considérant des plans et axes d'élasticité. M. Resal en fournit une nouvelle démonstration plus courte, en ayant recours aussi à la considération des axes de symétrie. Il arrive aux formules connues

$$p_{xx} = -(\lambda\Delta + 2\mu\delta_x), \quad \ldots,$$
$$p_{xy} = -\mu\gamma_{xy}, \quad \ldots$$

Ces formules sont indépendantes de l'orientation des axes coordonnés.

H. POINCARÉ. — **Sur la théorie de l'élasticité**, p. 914.

M. H. Poincaré avait, dans la *Théorie mathématique de la lumière,* écrit la fonction fondamentale W_2, qui définit l'élasticité d'un corps, avec 27 coefficients arbitraires, au lieu de 21. M. Brillouin (*Bull. des Sciences mathématiques,* t. XIII) a contesté la légimité de cette extension, parce que la pression P_{xy} ne serait plus égale à la pression P_{yx}, ce qui rendrait impossible l'équilibre du corps élastique.

M. Poincaré fait remarquer qu'avant la déformation les trois composantes de la pression, qui s'exerce sur un élément de surface $d\omega$ orienté perpendiculairement à l'axe des x, sont

$$-\frac{dw}{d\xi'_x}\,d\omega = P_{xx}\,d\omega,$$
$$-\frac{dw}{d\eta'_x}\,d\omega = P_{yx}\,d\omega,$$
$$-\frac{dw}{d\zeta'_x}\,d\omega = P_{zx}\,d\omega.$$

Après la déformation, les composantes de la pression sur un élément de même aire, orienté de même, sont déterminées par les relations

$$\frac{dw}{d\xi'_x} = -P_{xx}(1+\eta'_y+\zeta'_z) + P_{xy}\xi'_y + P_{xz}\xi'_z,$$
$$\frac{dw}{d\eta'_x} = -P_{yx}(1+\eta'_y+\zeta'_z) + P_{yy}\xi'_y + P_{yz}\xi'_z, \quad \dots$$

Ces conditions sont remplies en négligeant les carrés des ξ, et l'on a

$$P_{xy} = P_{yx}.$$

Les termes additionnels ainsi introduits n'exercent pas d'influence sur la stabilité de l'équilibre.

HUTIN et LEBLANC. — **Sur un moteur à courants alternatifs**, p. 933.

Les auteurs ont construit un moteur pour courants alternatifs qui, sans commutateur, utilise un courant alternatif ordinaire dé-

bité par une ligne unique, et dans lequel le couple développé est indépendant de la vitesse de rotation. L'appareil se compose de deux anneaux, l'un fixe et l'autre mobile. Chacun d'eux est recouvert de deux circuits distincts symétriques, comprenant $2n$ bobines enroulées de telle sorte qu'un courant y développe $2n$ pôles alternés. Les deux circuits mobiles peuvent être fermés respectivement sur des résistances sans self-induction, variables à volonté. Les deux circuits fixes, formés de conducteurs de sections différentes, sont montés en dérivation sur le courant alternatif à utiliser; l'un d'eux est coupé par un condensateur.

Les auteurs démontrent qu'en disposant convenablement du rapport des sections des fils enroulés sur les deux circuits fixes, de la capacité du condensateur, et des résistances formant les circuits mobiles, on peut développer sur l'axe de la machine un couple moteur dont l'intensité est indépendante de sa vitesse. On peut annuler les effets de self-induction, en intercalant dans la ligne un deuxième condensateur de capacité déterminée.

Des expériences faites sur un moteur de ce système ont justifié les prévisions théoriques. Avec une génératrice donnant une alternance de 75 périodes par seconde, le moteur a fourni environ 11 chevaux, avec un rendement de 0,78.

HATON DE LA GOUPILLIÈRE. — Sur la durée de l'évaporation dans les générateurs, p. 977 et 1036.

M. Haton évalue par le calcul la vitesse d'abaissement du plan d'eau dans un générateur, lorsque ce plan d'eau est descendu au-dessous de la ligne des carneaux. Il suppose que l'alimentation a cessé et que la consommation de vapeur se continue de manière que la pression conserve sa valeur. Il faut tenir compte : 1° de la chaleur fournie directement à la surface de chauffe à travers la paroi métallique : cette cause agissant seule donnerait une évaporation proportionnelle à la surface utilisée; 2° de la chaleur fournie par le métal rougi à la zone mouillée adjacente : l'effet de cette seconde cause est proportionnel au périmètre; 3° de la chaleur rayonnée par la surface rougie vers le liquide; on admet que cette quantité de chaleur est proportionnelle à la surface rougie. M. Haton indique l'application de ses calculs à divers types de chaudières.

WILD. — Sur un inclinateur à induction, p. 990.

M. Wild a décrit (*Comptes rendus*, t. XCVIII, p. 91) une méthode de détermination de l'inclinaison magnétique qui permet d'éliminer l'erreur provenant de ce que la sensibilité des galvanomètres employés varie avec la déviation. Il a fait construire, pour appliquer cette méthode, une boussole à induction qui a été installée en 1890 à l'observatoire de Pawlowsk. Il résulte des expériences faites que l'inclinaison absolue peut être déterminée avec une erreur moyenne de $\pm 4'',5$.

P. GAUTHIER. — Sur un procédé de construction des vis de haute précision pour les appareils de mesure de la Carte du ciel, p. 991.

Pour corriger les erreurs provenant de la vis conductrice et de l'outil, M. Gautier insuffle sur la vis construite à la manière ordinaire une poussière très fine d'émeri, puis il la fait passer un grand nombre de fois dans un écrou en cuivre d'égale longueur, en ayant soin de la retourner bout pour bout à chaque passage. La vis et l'écrou se corrigent ainsi mutuellement et arrivent à une grande perfection. La vis ainsi corrigée est employée à tracer des réseaux pour la Carte du ciel.

M. BRILLOUIN. - Théorie élastique de la plasticité et de la fragilité des corps solides, p. 1054.

On suppose à tort, dans la théorie ordinaire de l'élasticité, que les forces élastiques sont liées aux déformations par des relations linéaires. En renonçant à cette hypothèse, on peut étudier certains cas d'indétermination correspondant à la rupture ou à l'écoulement des corps. Un système de forces élastiques déterminées ne correspond pas toujours à une déformation déterminée. Quand une déformation donnée ne fait naître aucune réaction élastique dans un corps, l'équilibre de corps est indifférent ou instable pour cette déformation. Si cette déformation n'entraîne pas de variation de densité, elle s'accroît sans rupture; le corps est plastique. Si cette déformation entraîne une variation de densité, elle provoque la rupture dans les régions de plus grande dilatation

cubique : le corps est fragile. Quand l'action déformatrice est localisée en un point, il y a rupture, si une onde plane de vitesse de propagation nulle est accompagnée de variation de densité. La théorie moléculaire ne peut fournir une explication satisfaisante des phénomènes de l'élasticité, si l'on n'attribue pas des mouvements individuels aux molécules dans l'état d'équilibre des corps.

G. FOUSSEREAU.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXV; janvier 1893.

R. THRELFALLE. — *Les propriétés électriques des corps purs. — I. Préparation de l'azote pur et essais de condensation*, p. 1.

H. RUBENS et B.-W. SNOW. — *Sur la réfraction des rayons de grande longueur d'onde dans le sel gemme. La sylvine et la fluorine*, p. 35.

WALTER BAILY. — *Notes sur la construction d'un tableau des couleurs*, p. 46.

BOSANQUET. — *Le mal des montagnes; la puissance et l'endurance*, p. 47.

WILLIAM POLE. — *Nouvelles données relatives au daltonisme* (III), p. 52.

EDGEWORTH. — *Une nouvelle façon d'employer les moyennes corrélatives*, p. 63.

SANFORD. — *Une modification nécessaire à la loi d'Ohm*, p. 65.

RIMINGTON et SMITH. — *Expériences dans des champs électriques et magnétiques, constants et variables*, p. 68.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XXVIII; février 1893.

H. BOUASSE. — *Réflexion et réfraction dans les milieux isotropes, transparents et absorbants*, p. 145.

H. LESCŒUR. — *Recherches sur la dissociation des hydrates salins et des composés analogues*, p. 237.

Wiedemann's Annalen.

T. XLVIII; n° 1; 1893.

H. ÉBERT. — *Essai d'une généralisation de la théorie de Maxwell*, p. 1.

G. Quincke. — *Nouveau genre d'appareils de mesures magnétiques et électriques*, p. 25.

F. Heerwagen. — *Méthode de zéro pour la mesure de la constante diélectrique des liquides conducteurs*, p. 35.

L. Boltzmann. — *Phénomène analogue aux anneaux de Newton produit par le passage d'ondes planes de Hertz à travers des lames métalliques planes à faces parallèles*, p. 63.

L. Boltzmann. — *Sur un milieu dont les propriétés mécaniques conduisent aux équations de Maxwell pour l'électromagnétisme*, p. 78.

L. Boltzmann. — *Quelques questions relatives à la théorie de l'électricité de Maxwell*, p. 100.

H.-O.-G. Ellinger. — *Indice de réfraction des rayons électriques dans l'alcool*, p. 108

Ad. Heydweiller. — *Électrisation de l'air par les décharges en aigrettes*, p. 110.

P. Drude. — *Addition à des remarques sur le travail de M. O. Wiener :* Ondes lumineuses stationnaires et direction des vibrations de la lumière polarisée, p. 119.

P. Drude. — *Sur le calcul des phénomènes magnéto-optiques*, p. 122.

H. Kayser et C. Runge. — *Sur les spectres de l'aluminium, de l'indium et du thallium*, p. 126.

H. Kayser et C. Runge. — *Sur les spectres infra-rouges des alcalis*, p. 150.

R. Wachsmuth. — *Recherches sur la conductibilité calorifique interne*, p. 158.

A. Winkelmann. — *Sur la valeur absolue de la conductibilité calorifique de l'air*, p. 180.

C. Brodman. — *Modification de la méthode d'écoulement par les tubes capillaires, appropriée aux liquides très visqueux*, p. 188.

Th. Lonstein. — *Remarques sur le travail de M. Cantor :* Sur les constantes capillaires, p. 207.

W. Jaeger. — *Note sur la purification du mercure*, p. 208.

LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,
QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55, A PARIS.

COURS
D'ASTRONOMIE
A L'USAGE
DES ÉTUDIANTS DES FACULTÉS DES SCIENCES,

PAR

M. BAILLAUD,

DIRECTEUR DE L'OBSERVATOIRE DE TOULOUSE,
DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES.

DEUX VOLUMES GRAND IN-8, SE VENDANT SÉPARÉMENT :

Ire PARTIE : *Quelques théories applicables à l'étude des Sciences expérimentales. Probabilités : erreurs des observations. Instruments d'Optique. Instruments d'Astronomie. Calculs numériques, interpolations,* avec 58 figures; 1893 .... 8 fr.

IIe PARTIE : *Astronomie sphérique. Étude du système solaire. Détermination des éléments géographiques*.......... (*Sous presse.*)

Après quinze années d'enseignement, l'Auteur a cru utile de réunir en un Ouvrage peu volumineux les notions essentielles de l'Astronomie que doivent connaître les Étudiants des Facultés des Sciences. Il a donné dans la première Partie diverses questions dont la connaissance intéresse autant les Physiciens que les Astronomes : les principes du Calcul des probabilités et leur application à la théorie des erreurs des observations; l'étude des instruments d'Optique; celle des instruments de précision qui servent à la mesure du temps, des longueurs ou des angles et, en particulier, des principaux instruments astronomiques; les procédés usités dans les calculs numériques, notamment l'emploi des Tables de logarithmes, des nombres et des fonctions trigonométriques, celui des logarithmes d'addition, les formules principales de la Trigonométrie sphérique, les méthodes d'interpolation.

La seconde Partie de cet Ouvrage est consacrée à l'Astronomie elle-même. On y a introduit avec les questions explicitement comprises dans le programme de la licence ès Sciences mathématiques, diverses questions d'Astronomie théorique qui doivent être, aujourd'hui, regardées comme élémentaires : la détermination des orbites, des planètes et des comètes d'après trois observations, les principes de la théorie des planètes, de la théorie de la Lune et du Calcul numérique des perturbations.

TANNERY (Jules), Sous-Directeur des Études scientifiques à l'École Normale supérieure et **MOLK (Jules)**, Professeur à la Faculté des Sciences de Nancy. — **Éléments de la théorie des fonctions elliptiques.** 4 volumes in-8 se vendant séparément.

TOME I : *Introduction. — Calcul différentiel* (Ire Partie); 1893. 7 fr. 50
TOME II : *Calcul différentiel* (IIe Partie); 1893....... (*Sous presse.*)
TOME III : *Calcul intégral*.................... (*En préparation.*)
TOME IV : *Applications*..................... (*En préparation.*)

TABLE DES MATIÈRES.

FÉVRIER 1893.

19309 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME II. — MARS 1893.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

11, RUE RATAUD, 11.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les vingt premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, se vendent séparément .... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

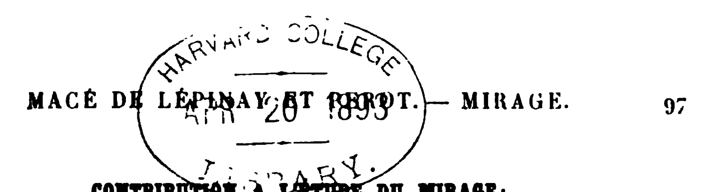
Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale .... 15 fr.
Autres pays .... 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.



CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU MIRAGE;

PAR MM. J. MACÉ DE LÉPINAY ET A. PEROT (1).

Lorsque l'on cherche, ainsi que l'ont tenté Biot (2) et Bravais (3), à compléter la théorie classique du mirage de Monge, il faut établir tout d'abord l'équation générale d'une trajectoire lumineuse et pour cela partir d'une hypothèse sur la loi de variation de l'indice de l'air avec la hauteur; or, aucune hypothèse donnant des résultats simples n'a pu correspondre à la réalité (4), toute hypothèse plausible conduisant à des résultats extrêmement complexes.

Dans ces conditions, nous avons eu recours à l'expérience, en réalisant un milieu analogue à celui dans lequel se produit le phénomène naturel.

Imaginons une masse d'air indéfinie, telle que la température, fonction uniquement de la hauteur verticale, soit sensiblement constante au-dessus d'un certain niveau, mais croisse indéfiniment et de plus en plus rapidement de haut en bas. Un pareil milieu correspond bien à celui dans lequel prend naissance le mirage, à la seule condition de l'imaginer interrompu par le sol. L'indice, dans ce milieu indéfini, sensiblement constant au-dessus d'un certain niveau, décroîtra de haut en bas, mais tendra nécessairement vers une seconde limite, qui est l'indice de l'air infiniment échauffé, c'est-à-dire l'unité.

La courbe dont les abscisses sont les indices, les ordonnées les hauteurs verticales, est donc comprise entre deux asymptotes verticales.

---

(1) Le Mémoire complet a paru dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XXVII, septembre 1892.

(2) *Mémoires de l'Institut*, t. X; 1810.

(3) *Société météorologique de France*, p. 227, 280; 1852, et p. 55; 1853. *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XLVI, p. 492; 1856.

(4) L'hypothèse principalement développée par Biot revient à poser

$$n^2 = n_0^2 + bz;$$

celle de Bravais, à écrire $n = a + bz$.

Pour réaliser un milieu analogue, nous avons transformé une expérience imaginée par Wollaston (1).

Supposons deux liquides miscibles : au bout de quelques heures, il se forme par diffusion une couche de mélange, par strates horizontales, dans laquelle l'indice varie d'une manière continue de la valeur correspondant au liquide le plus dense à celle qui correspond au plus léger. L'analogie avec une masse d'air échauffée est complète et les phénomènes qui peuvent s'y produire doivent obéir aux mêmes lois générales.

Wollaston se contentait de constater que si, plaçant l'œil à une faible hauteur au-dessus du niveau primitif de séparation des deux liquides, on examine un objet délié, on en voit des images multiples. Nous avons voulu aller plus loin et étudier en détail la forme des trajectoires lumineuses dans un pareil milieu.

Description de l'appareil (2). — L'appareil employé consiste en une cuve fermée par des glaces parallèles, soutenues par une armature de laiton, de 1^{m} de long sur 5^{cm} de largeur et 15^{cm} de hauteur. On la remplit aux deux tiers du liquide le plus dense (3), et l'on achève avec le plus léger.

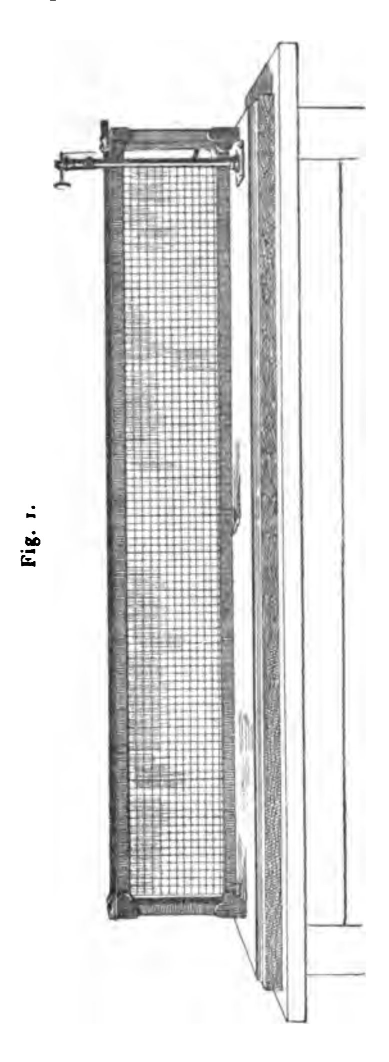
La lumière d'un arc électrique traverse deux fentes étroites horizontales, fixées l'une sur la lanterne, l'autre près de l'une des extrémités de la cuve. Distantes de 50^{cm} environ, elles délimitent un faisceau plan qui se transforme dans la cuve en une nappe cylindrique à génératrices horizontales, dont la section droite a la forme de la trajectoire que l'on se propose d'étudier. Pour rendre visible cette dernière, nous immergeons dans la cuve une plaque de cuivre peinte en blanc, portant une série de traits noirs horizontaux et verticaux, distants de 1^{cm}. Cette plaque est disposée dans un plan vertical suivant une grande diagonale de la cuve. Dans ces conditions, le faisceau cylindrique qui traverse la cuve y dessine sa trace sous la forme d'une ligne lumineuse que l'on

(1) *Philosophical Transactions*, 1800.

(2) Construit par M. Ph. Pellin.

(3) Les deux liquides doivent être aussi transparents que possible pour éviter les pertes de lumière par diffusion.

peut rendre aussi déliée qu'on le désire, pour effectuer une mesure, ou, au contraire, assez large pour la rendre visible de loin. Il est facile, dans le premier cas, de relever en deux ou trois mi-


Fig. 1.

nutes les abscisses et les ordonnées d'une série suffisante de points d'une trajectoire pour pouvoir en étudier à loisir la forme.

Il est commode, afin d'obtenir successivement diverses trajectoires, de suspendre, à peu de distance de la face d'entrée de la

lumière dans la cuve, et à l'intérieur, un petit miroir mobile de l'extérieur (*fig.* 1). On fait tomber horizontalement le faisceau lumineux à peu près au niveau de l'axe de rotation du miroir.

Les liquides employés ont été parfois l'eau et l'alcool, le plus souvent, et pour toutes les expériences de mesures l'eau et une dissolution concentrée de sel marin (25° Baumé). Ces derniers liquides ont l'avantage de présenter une différence des indices extrêmes plus considérables. Un inconvénient secondaire réside dans ce fait que, le liquide le plus dense étant en même temps le plus réfringent, le mirage artificiel obtenu se produit en sens inverse du mirage naturel. Il suffira, pour appliquer à ce dernier les résultats de notre étude, de retourner toutes les figures qui suivront ([1]).

Premiers résultats. — Biot a établi, indépendamment de toute hypothèse, les deux lois suivantes :

1° Toutes les trajectoires issues d'un même point ou aboutissant à un même point et contenues dans un même plan vertical se coupent deux à deux. Elles ont donc une enveloppe ou caustique.

2° La visibilité des objets et la multiplicité des images (mirage) dépend essentiellement de leur position par rapport à la caustique qui correspond aux trajectoires aboutissant à l'œil de l'observateur.

Le problème général que nous avions à résoudre était donc : Étant donné un milieu constitué par deux liquides superposés partiellement diffusés, construire un nombre suffisant de trajectoires issues d'un même point, et déterminer la forme de leur enveloppe. La solution en est facilitée par cette remarque : pour un état donné du milieu, une trajectoire quelconque est entièrement définie, comme forme, si l'on se donne l'ordonnée de son point de mirage. En d'autres termes, toutes les trajectoires dont la

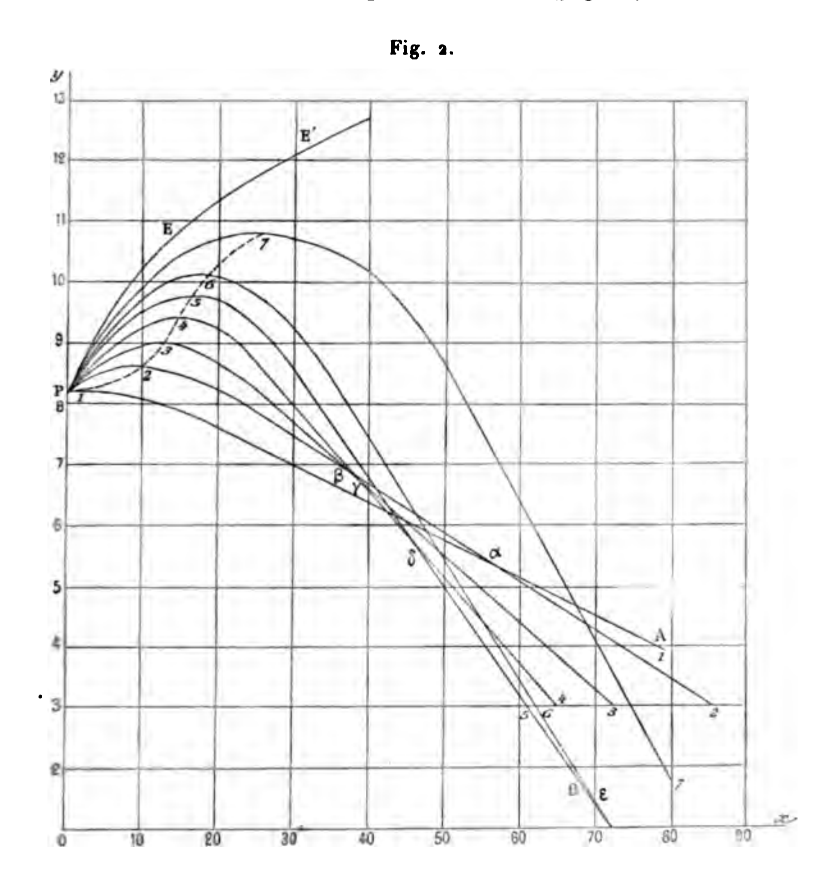
([1]) Le premier de ces mélanges permet de réaliser une élégante expérience de cours. L'alcool, contenant une trace de fluorescéine, est réduit à une couche de 2cm au plus. Le faisceau plan de lumière convenablement dirigé dessine une belle guirlande lumineuse, due à une succession de mirages et de réflexions totales.

tangente horizontale est au même niveau sont identiques de forme.

La première méthode employée est peu précise, mais elle met en évidence les principaux faits sur lesquels nous devrons porter notre attention.

La forme d'un certain nombre de trajectoires ayant été relevée, nous en construisons des gabarits. Il est alors facile de dessiner une série de trajectoires issues d'un même point quelconque P, et d'obtenir des figures telles que la suivante (*fig.* 2).

Fig. 2.



Cette figure est instructive, car elle met en évidence, par la série des points d'intersection des trajectoires voisines, prises deux à deux, α, β, γ, δ, ε, la forme de la caustique (que l'on a jugé inutile de tracer), et la manière assez inattendue dont elle

est engendrée. Parmi les conséquences de cette construction graphique, nous indiquerons les suivantes, dont plusieurs sont fort différentes de celles de la théorie de Biot.

1° La caustique est formée de deux branches βA, βB, présentant en β *un point de rebroussement.* D'ailleurs, parmi toutes les trajectoires issues de P, celle qui a son point de mirage en P forme la limite entre les trajectoires qui ont leurs points de mirage à droite de l'axe des z, engendrant par suite la branche considérée de la caustique et celles qui, ayant leurs points de mirage à gauche de cet axe, engendrent la branche de la caustique, symétrique de celle-ci par rapport à l'axe des z. La branche supérieure de la caustique lui est donc asymptote.

2° La partie descendante βB de la caustique existe même dans un milieu indéfini et est engendrée par une série de trajectoires qui traversent toutes la branche supérieure de la caustique.

3° Cette dernière remarque est importante. Si nous cherchons, en effet, les trajectoires qui, issues d'un point quelconque pris à l'intérieur de la caustique, peuvent aboutir en P, où nous supposons placé l'œil de l'observateur, nous en trouvons tout d'abord deux qui sont tangentes à la branche supérieure βA de la caustique; mais nous en trouvons une troisième, qui traverse la branche βA de la caustique, et vient toucher la branche βB de cette dernière. Donc, *dans un milieu indéfini, le phénomène normal du mirage comporte la production de trois images.*

4° Le lieu des sommets des trajectoires est asymptote à la trajectoire limite émergente PE. Sa forme est bien éloignée de celle que lui attribue Biot.

Étude du mirage par la méthode des courbes auxiliaires. — Il importait, pour compléter cette première étude, de pouvoir déduire des quelques trajectoires directement observées, toutes celles dont on peut avoir besoin. La méthode imaginée à cet effet a l'avantage de permettre de discuter le phénomène dans ses détails.

Nous considérons à cet effet une première surface S_0 telle que son intersection par un plan vertical, $y = b$, soit la trajectoire qui mire au niveau b. Nous achèverons de la définir si nous assu-

jettissons chaque trajectoire à avoir son sommet (ou point de

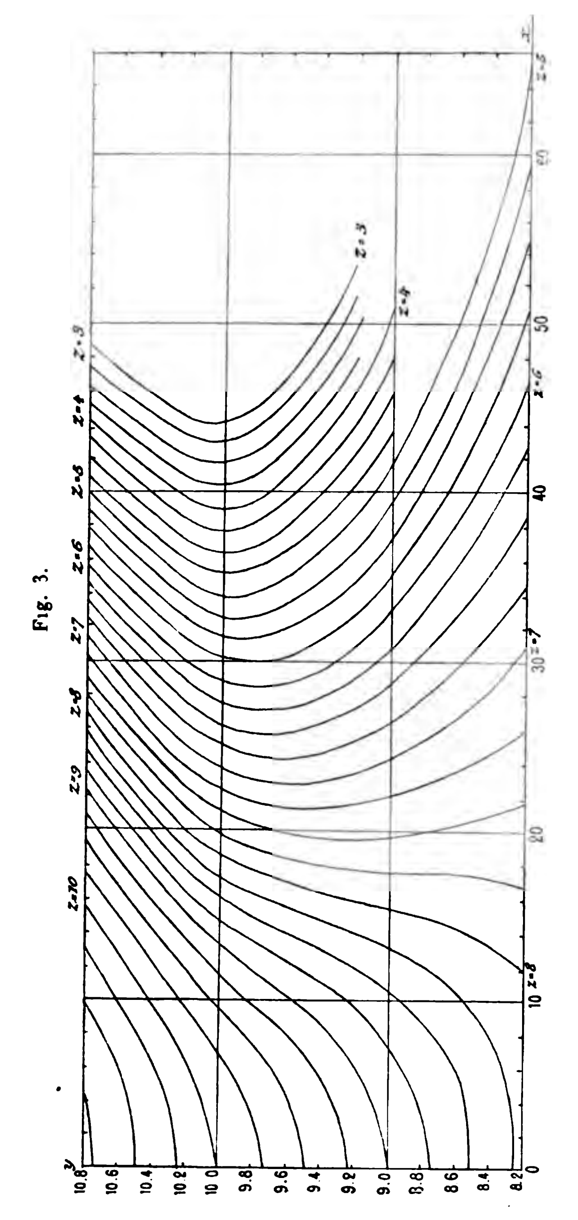


Fig. 3.

mirage) dans le plan zOy (au point $y = z = b$). Cette surface, à

une seule nappe, peut être avantageusement figurée par ses courbes de niveau dont chacune se trouve déterminée par autant de points que l'on a observé de trajectoires mirant à un niveau supérieur à sa cote.

Toutes ces courbes rencontrent normalement le plan des yOz et ont, en ce point, un rayon de courbure égal à celui de la trajectoire qui mire à ce niveau. On n'en a figuré que la moitié, celle qui est à droite du plan de symétrie zOy (eau et dissolution saturée de sel marin; niveau initial de séparation des deux liquides : $9^c,70$; durée de la diffusion : trois heures). On voit de suite que la considération de cette surface nous permet de relever la forme d'une trajectoire quelconque, définie par l'ordonnée de son point de mirage.

Nous pouvons aller plus loin. Soit, en effet, à étudier le phénomène (trajectoires, caustique, etc.), qui correspond au cas d'un point lumineux situé à une hauteur $z = c$. Nous sommes naturellement conduits à déplacer horizontalement, dans son propre plan, chacune des trajectoires qui engendrent S_0, de telle sorte que, pour chacune d'elles, un point d'ordonnée c se trouve amené dans le plan zOy. Nous engendrerons ainsi une nouvelle surface, S_c, surface à deux nappes, puisque chaque trajectoire, mirant à un niveau supérieur à c, possède deux points d'ordonnée c (¹).

Pour effectuer cette transformation et déduire des courbes de niveau de S_0 celles de S_c, il suffit d'imaginer qu'après avoir complété la *fig.* 3 en la doublant, on transporte en bloc, parallèlement à l'axe des x, l'ensemble de tous les points cotés qui se trouvent sur chaque parallèle à cet axe, et cela jusqu'à ce que, pour chacune d'elles, l'un et l'autre des deux points de cote c se trouve amené sur l'axe des y. Ce sont autant de points cotés de la nouvelle surface. Nous avons effectué cette construction (*fig.* 4) dans le cas de $c = 8^c,25$, mais n'avons figuré que la moitié de la surface, celle qui se trouve à droite du plan de symétrie yOz.

La discussion suivante montrera le parti que l'on peut tirer de la considération de cette surface. Nous prendrons, dans chaque

(¹) Ces deux nappes, tangentes au plan $y = c$, se raccordent dans ce plan, le long de la trajectoire qui mire à la hauteur c.

cas, des exemples numériques, mais nos conclusions n'en seront pas moins générales.

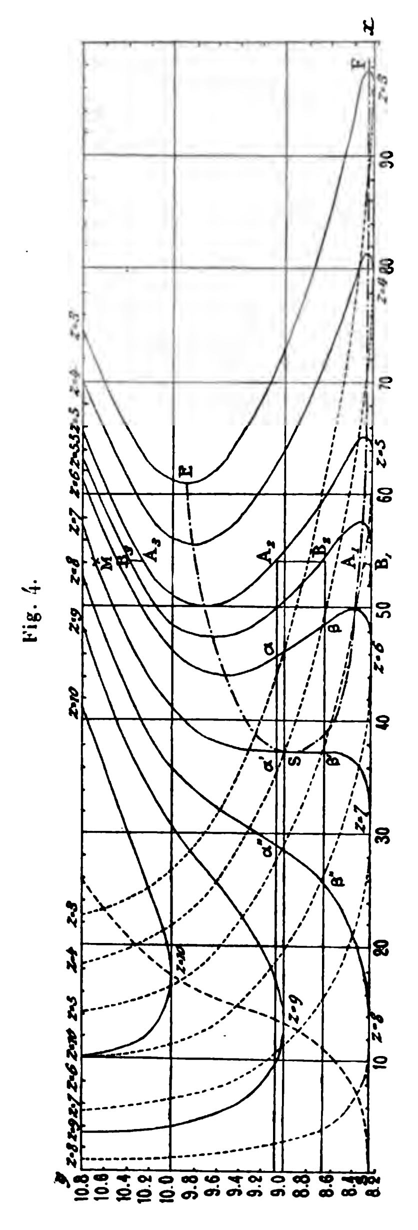


Fig. 4.

A. Proposons-nous tout d'abord de construire la ou les tra-

jectoires qui font voir à l'observateur dont l'œil est situé en $P(x = 0, z = 8^c,25)$ un point M d'un objet dont les coordonnées sont, par exemple, $x = 54^c$, $z = 7^c$. Nous devons chercher tout d'abord sur la surface S_c le ou les points dont les coordonnées sont celles du point M donné; nous trouvons qu'il est unique, et nous le désignerons, sur la *fig.* 4, par la même lettre M.

La troisième coordonnée de ce point de la surface étant $y = 10^c,68$, nous en concluons : 1° qu'il n'existe qu'une seule trajectoire contribuant à faire voir le point considéré, dont l'image est par suite unique; 2° que cette trajectoire a son point de mirage à la hauteur 10,68.

B. Supposons qu'il s'agisse d'effectuer la même construction pour un point A, dont les coordonnées sont $x = 54^c$, $z = 5^c$. Nous trouvons que sur la courbe de niveau $z = 5$ existent trois points d'abscisse 54^c, dont les troisièmes coordonnées sont : $y_1 = 8^c,32$; $y_2 = 9^c,08$; $y_3 = 10^c,26$. Nous en concluons qu'il existe trois trajectoires différentes, susceptibles de faire voir de P le point A considéré, trajectoires dont les hauteurs des points de mirage sont y_1, y_2, y_3, et qu'il est facile de construire : ce sont les trajectoires A_1, A_2, A_3 de la *fig.* 5.

C. Proposons-nous de déterminer la forme de la caustique ou enveloppe des trajectoires issues de P. Il faut, pour qu'un point C de coordonnées x_1, z_1 soit un point de cette enveloppe, qu'en effectuant la même construction deux des trois trajectoires obtenues soient confondues. Il faut par suite que, sur la *fig.* 4, la droite $x = x_1$ soit tangente à la courbe de niveau $z = z_1$. Nous sommes donc conduits à mener des tangentes parallèles à l'axe des y à chaque courbe de niveau et à déterminer leurs points de contact. Les coordonnées x et z de l'un quelconque de ces points sont celles d'un point de la caustique. Le lieu ainsi obtenu est tracé en traits et points sur la *fig.* 4. Cette courbe est tangente à l'une des courbes de niveau, qui présente, au point de contact, un point d'inflexion à tangente parallèle à Oy.

D. Nous pouvons aller plus loin et voir, dans chaque cas, quelles sont les orientations des images d'un objet donné. Nous remarquerons à cet effet, avec Biot, qu'une image donnée est

droite si les deux trajectoires de même nature, partant des extrémités de l'objet et aboutissant à l'œil de l'observateur, ne se rencontrent pas dans cette partie de leurs trajets ; elle est renversée si elles se croisent dans ce même intervalle. Nous considérons à cet effet un objet vertical AB, tout entier compris à l'intérieur de la caustique, et dont les coordonnées des extrémités sont, pour A, $x = 54^c$, $z = 5^c$; pour B, $x = 54^c$, $z = 5^c,5$. Soient A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3 les points figuratifs correspondants, dont les troisièmes coordonnées sont y_1, y_2, y_3 ; y'_1, y'_2, y'_3.

Cherchons à construire les parties des trajectoires aboutissant à P, comprises entre les extrémités de l'objet et ce point. Pour les trajectoires qui correspondent (*fig.* 4) aux points A_2 et B_2 situés à l'intérieur de la courbe figurative de la caustique, ESF, nous devrons déterminer les intersections des parallèles de l'axe des x menées par ces points avec les courbes de niveau qu'elles rencontrent entre A_2B_2 et l'axe des y. Pour l'une d'elles (de cote 7^c), les points de rencontre α', β' ont même x et même z ; ces coordonnées communes sont donc celles du point de rencontre de ces deux trajectoires, qui donneront naissance à une image renversée. Si l'on effectue la même construction pour A_1 et B_1 ou A_3 et B_3, situés en dehors de la même courbe ESF, on ne trouvera pas, dans la même région, de courbe de niveau dont les points de rencontre avec les trajectoires aient même abscisse : ces trajectoires donnent naissance à des images droites.

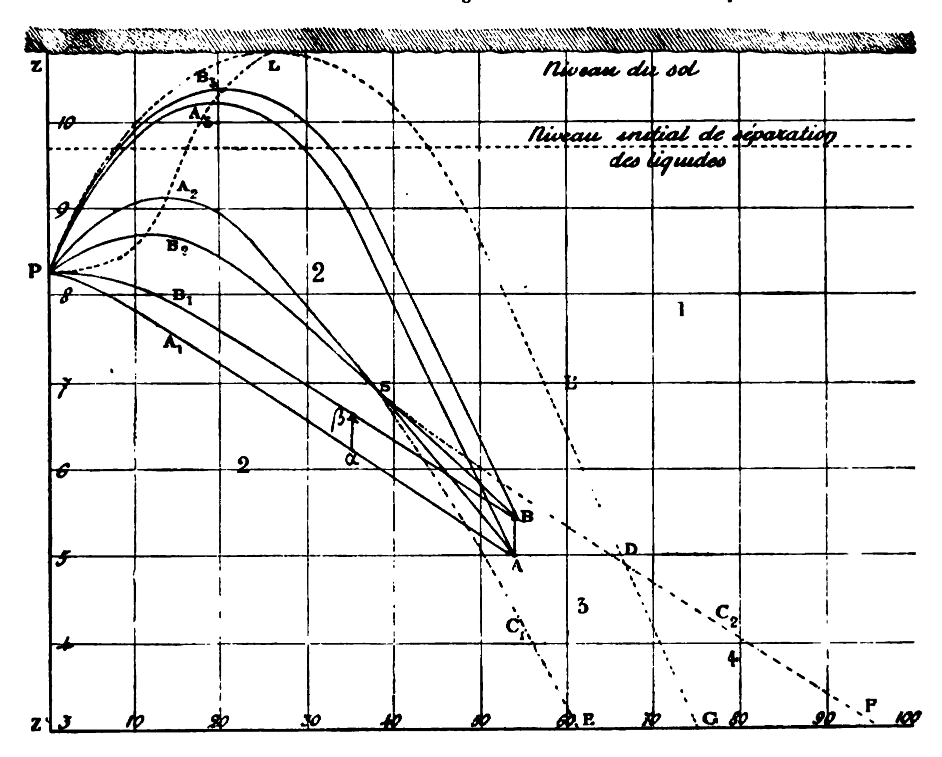
Lorsqu'il existe trois images d'un objet, une seule est donc renversée, les deux autres droites. Comme, d'ailleurs, la trajectoire qui correspond à A_2 a son ordonnée du point de mirage intermédiaire entre celles des trajectoires correspondant à A_1 et A_3, sa direction en P est intermédiaire entre celles des deux autres. L'image renversée est toujours comprise entre les deux images droites.

Wollaston avait observé l'existence de trois images (liquides superposés), mais la théorie qu'il donne du mirage est complètement insuffisante.

Pour achever de mettre en évidence les particularités des phénomènes que nous venons d'étudier, nous avons déduit la *fig.* 5 de la figure précédente et construit, dans le cas de l'objet AB que nous avons considéré, les six trajectoires participant à la forma-

tion de ses images. Cette figure met nettement en évidence un fait important. Des trois images obtenues, celle qui est la plus déviée (du côté du milieu le moins réfringent) est constituée par deux

Fig. 5.



trajectoires qui aboutissent en P sous des angles d'incidence très voisins. Elle est donc toujours très aplatie.

Rôle du sol dans le mirage naturel. — Si nous voulons appliquer au mirage naturel les conséquences de notre étude, nous devrons nécessairement tenir compte de la présence du sol, qui les modifie notablement. Nous supposerons à cet effet que, dans la *fig.* 5, la ligne ondulée représente la surface du sol, que nous devons imaginer situé au-dessus de cette ligne, puisque, pour appliquer cette figure au mirage naturel, nous devons la supposer retournée. Soit PLL′ la trajectoire dont le point de mirage se

trouve au niveau du sol. L'espace situé à droite de la verticale passant par P se trouve partagé en plusieurs régions :

1° Dans l'espace 1 situé entre le sol et la partie LL′ de cette trajectoire limite à droite de son point de mirage, *aucun objet* ne sera visible de P, car toutes les trajectoires correspondantes sont arrêtées par le sol.

2° Dans tout l'espace 2 compris à gauche de cette même branche LL′ de la courbe limite, mais *en dehors de la caustique*, les objets sont vus simples et droits.

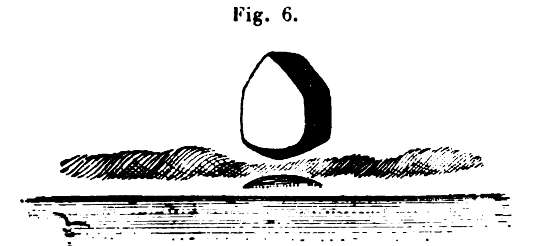
3° Dans l'espace 3 intérieur à la caustique, mais à gauche de la trajectoire limite LL′, les objets donneront trois images, dont une renversée intermédiaire entre les autres.

4° Enfin, dans l'espace 4 intérieur à la caustique, mais à droite de la courbe limite, la trajectoire qui donnerait naissance à l'image la plus déviée est arrêtée par le sol. Il n'existe plus que deux images, une droite et une renversée, cette dernière étant la plus rapprochée du sol.

Ce dernier cas, le plus fréquent, est celui du mirage ordinaire. La troisième région doit disparaître souvent en effet, parce que le sommet de la caustique se trouve au-dessous du sol. La troisième image peut d'autre part passer inaperçue, à cause de son aplatissement. Elle a été signalée cependant par Vince et par Biot.

L'observation suivante de ce dernier mérite d'être citée : « Une petite cabane éloignée de 4236^{m} nous présenta *trois images, deux droites et une renversée, entre les deux autres* (*fig.* 6, repro-

Fig. 6.



duction de la *fig.* 59 du Mémoire de Biot); *mais l'image inférieure était extrêmement aplatie,* et c'était le sens de sa convexité seule qui indiquait sa direction ». On ne peut qu'être frappé

de la concordance entre l'aspect du phénomène ainsi décrit et celui qui résulte de notre étude; Biot, au contraire, a cru devoir admettre l'intervention d'un phénomène secondaire :

« Peut-être les ondulations du terrain contribuaient-elles à ce phénomène en multipliant les branches de la caustique ([1]). »

Reproduction directe de la caustique. — Il est intéressant, à cause du rôle important de la caustique du mirage, de pouvoir l'observer directement : une légère transformation de notre appareil permet de le faire. Des deux fentes qui limitent ordinairement le faisceau nous supprimons celle qui est la plus rapprochée de la cuve et la remplaçons par une lentille cylindrique, à court foyer, à génératrices horizontales. L'autre fente est un peu élargie. Dans ces conditions, nous produisons de cette dernière une image horizontale très étroite qu'il est facile de faire tomber sur le miroir éclairant, au niveau de son axe de rotation. Au delà de cette image, la lumière forme un faisceau divergent de trajectoires à peine visibles qui viennent dessiner sur l'écran leur enveloppe avec une netteté de contours parfaite jusqu'au sommet même.

Sur les franges d'interférence qui peuvent accompagner le mirage artificiel. — Soit un système optique quelconque, éclairé par un point lumineux, susceptible de donner naissance à une caustique. Une onde passant par un point quelconque de cette dernière, étant normale à toutes les trajectoires lumineuses, présentera deux nappes orthogonales, l'une aux trajectoires tangentes à la caustique avant le point M considéré, l'autre à celles qui sont tangentes à l'enveloppe au delà de ce même point. Ces deux nappes, normales en M à la caustique, présentent une courbe de rebroussement passant par ce point. Si nous introduisons en M un écran normal à la caustique, on doit voir s'y dessiner une série de franges d'interférences, car à chacun des points de cet écran parviennent, au bout de temps inégaux et sous des angles très voisins, deux systèmes de mouvements vibratoires correspondant aux deux nappes de la surface de l'onde.

Notre appareil producteur du mirage artificiel est particulière-

---

([1]) *Loc. cit.*, p. 228.

ment propre à l'observation de ce phénomène. Nous avons adopté la disposition suivante :

La source éclairante est une fente étroite, horizontale, placée au foyer d'une lentille cylindrique ($f = 30^{cm}$ environ). Le faisceau, légèrement incliné de bas en haut, pénètre dans la cuve par la partie inférieure de l'une de ses extrémités et parcourt ainsi, dans la première partie de son trajet dans la cuve, un milieu homogène. La surface caustique est alors un plan horizontal. On dispose l'expérience de telle sorte que la caustique se prolonge jusqu'à l'extrémité de la cuve, qu'il est utile, à cet effet, de choisir longue de 50^{cm} seulement. On observe le phénomène au moyen d'une lunette visant à courte distance, que nous supposerons pour le moment viser la surface terminale de la cuve.

La surface d'onde offre deux nappes cylindriques présentant une arête de rebroussement. Cherchons l'équation de sa section droite.

Dans l'un des plans d'incidence, prenons deux axes de coordonnées, l'un vertical, l'autre horizontal, ce dernier situé dans le plan de la caustique, l'origine étant placée dans le plan de l'écran sur lequel nous observons les franges. Si l'on confond une trajectoire quelconque, au voisinage de son sommet, avec sa parabole osculatrice en ce dernier point, son équation peut s'écrire

$$(1) \qquad (x + a)^2 = 2Rz,$$

avec $R = \frac{n\,dz}{dn}$ (Bravais).

On en déduit facilement pour l'équation de l'intersection de l'onde avec le plan d'incidence considérée, cette onde passant par l'origine,

$$x = \pm \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2z^3}{R}}.$$

Le double signe correspond aux deux nappes de l'onde.

Ces ondes se propageant, au voisinage de l'origine, avec une vitesse $\frac{1}{n}$, parallèlement à l'axe des x, la différence de marche des deux mouvements vibratoires qui se superposent en un point z de l'écran sera, en tenant compte de l'avance $\frac{\lambda}{4}$ que prend l'onde

convexe en traversant la ligne focale correspondante,

$$\delta = \frac{4n}{3}\sqrt{\frac{2z^3}{R}} - \frac{\lambda}{4}.$$

On voit que les franges se resserrent lorsque l'on s'écarte du bord de la caustique, c'est-à-dire de la limite du champ éclairé de la lunette.

Ces franges, extrêmement nettes et très fines, restent visibles alors même que l'on modifie le tirage de la lunette. Ce fait provient de ce que l'appareil interférentiel présentant un plan de symétrie, la source étant une fente normale à ce plan, les franges d'interférence ne sont pas localisées ([1]).

Ces franges sont, de plus, nettement achromatiques.

Cet achromatisme vient, en grande partie, de la réfraction, accompagnée de dispersion, que le faisceau lumineux subit à son entrée dans la cuve. Il en résulte que le plan de la caustique s'abaisse lorsque la longueur d'onde diminue, ce que vérifie d'ailleurs l'expérience, car le champ est toujours bordé de rouge du côté de la caustique. Or la condition d'achromatisme est

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{4n}{3\lambda}\sqrt{\frac{2z^3}{R}} - \frac{1}{4} = \text{const.}$$

En passant du rouge au violet, le coefficient du radical augmente; λ décroît en effet, tandis que n augmente, non seulement parce que le plan de la caustique s'abaisse, mais aussi par suite de la dispersion du liquide. Quant à l'expression contenue sous le radical, elle diminue, car z diminue et R augmente. La condition d'achromatisme pourra donc se trouver sensiblement satisfaite dans toute l'étendue du champ.

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. X, p. 5; 1891.

SUR LA LOI DE COMPRESSIBILITÉ ISOTHERME DES LIQUIDES ET DES GAZ ET LA DÉFINITION DES ÉTATS CORRESPONDANTS;

PAR M. MARCEL BRILLOUIN.

I. Les formules de compressibilité de Clausius, de van der Waals, de M. Sarrau, dérivent historiquement les unes des autres par petites modifications exigées par l'étendue et la précision croissantes des expériences; il n'est pourtant pas sans intérêt, surtout au point de vue didactique, de montrer comment l'aspect seul des isothermes de l'acide carbonique d'Andrews conduit à l'essai d'une forme un peu plus générale, dont il faudra probablement se rapprocher dans l'avenir. Ces courbes indiquent qu'à une température et à un volume déterminés correspond une pression unique; elles présentent un point d'inflexion, un seul, et peuvent être coupées en trois points par une droite. Il est donc naturel d'essayer de représenter la pression, à température constante, par une fonction rationnelle du volume jouissant de ces propriétés géométriques, c'est-à-dire dont le numérateur et le dénominateur soient du troisième degré en fonction du volume. Comme la pression paraît tendre vers zéro, et non vers une limite finie, quand le volume croît indéfiniment, on prendra le numérateur du deuxième degré seulement

$$p = \frac{A(v^2 + Bv + C)}{v^3 + av^2 + bv + c}.$$

Développant en fractions simples, on a

$$p = \frac{\mathcal{A}}{v - \alpha} + \frac{\mathcal{B}}{v - \beta} + \frac{\mathcal{C}}{v - \gamma}$$

ou

$$p = \frac{\mathcal{A}}{v - \alpha} + \frac{\mathcal{D}(v - \varepsilon)}{v^2 + 2\lambda v + \mu},$$

suivant que les trois racines du dénominateur seront réelles et inégales, ou que deux seront imaginaires ou égales.

La forme de van der Waals correspond à $\lambda = 0$, $\mu = 0$, $\mathcal{D} = 0$, $\mathcal{D}\varepsilon$ fini; celles de Clausius et de M. Sarrau à $\mathcal{D} = 0$, $\mathcal{D}\varepsilon$ fini, $\lambda > 0$, $\mu = \lambda^2$. La loi de Mariotte et de Gay-Lussac pour les

grands volumes, supposée applicable à toute température, donne

$$\mathcal{A}+\mathcal{B}+\mathcal{C}=\mathcal{A}+\mathcal{D}=\mathrm{RT},$$

en appelant T la température absolue et R une constante commune à tous les gaz étudiés sous le poids moléculaire.

Restent cinq autres fonctions de la température, qui, si le théorème des états correspondants est rigoureux, doivent être des fonctions homogènes de la température actuelle et d'une seule température caractéristique pour chaque corps, avec des coefficients purement numériques; ces fonctions étant, d'ailleurs, les unes $\frac{\mathcal{A}}{\mathrm{RT}}, \frac{\mathcal{B}}{\mathrm{RT}}, \frac{\mathcal{C}}{\mathrm{RT}}, \frac{\mathcal{D}}{\mathrm{RT}}$, indépendantes de tout volume spécifique du corps, les autres proportionnelles à un même volume spécifique pour chaque corps (α, β, γ, λ), ou à son carré (μ).

Mais il importe de remarquer, quelque importante que soit cette loi expérimentale, que la loi des états correspondants est surtout bien établie pour les corps pris sous la pression de saturation. La relation entre les volumes spécifiques v_1 du liquide et v_3 de la vapeur saturée sera donnée par la règle de Clausius

$$\int_{v_1}^{v_3} p\,dv = p(v_3-v_1).$$

Première forme.

$$p=\frac{\mathcal{A}}{v_1-\alpha}+\frac{\mathcal{B}}{v_1-\beta}+\frac{\mathcal{C}}{v_1-\gamma}=\frac{\mathcal{A}}{v_3-\alpha}+\frac{\mathcal{B}}{v_3-\beta}+\frac{\mathcal{C}}{v_3-\gamma},$$

$$e^{-pv_1}(v_1-\alpha)^{\mathcal{A}}(v_1-\beta)^{\mathcal{B}}(v_1-\gamma)^{\mathcal{C}}=e^{-pv_3}(v_3-\alpha)^{\mathcal{A}}(v_3-\beta)^{\mathcal{B}}(v_3-\gamma)^{\mathcal{C}}.$$

Seconde forme. — $\mu-\lambda^2>0$.

$$p=\frac{\mathcal{A}}{v_1-\alpha}+\frac{\mathcal{D}(v_1-\varepsilon)}{v_1^2+2\lambda v_1+\mu}=\frac{\mathcal{A}}{v_3-\alpha}+\frac{\mathcal{D}(v_3-\varepsilon)}{v_3^2+2\lambda v_3+\mu},$$

$$\mathcal{A}\log\frac{v_3-\alpha}{v_1-\alpha}+\frac{\mathcal{D}}{2}\log\frac{v_3^2+2\lambda v_3+\mu}{v_1^2+2\lambda v_1+\mu}$$
$$+\frac{\mathcal{D}(\lambda-\varepsilon)}{\sqrt{\mu-\lambda^2}}\left(\operatorname{arc\,tang}\frac{\lambda+v_3}{\sqrt{\mu-\lambda^2}}-\operatorname{arc\,tang}\frac{\lambda+v_1}{\sqrt{\mu-\lambda^2}}\right)=p(v_3-v_1),$$

ou $\mu=\lambda^2$, formes adoptées actuellement,

$$\mathcal{A}\log\frac{v_3-\alpha}{v_1-\alpha}+\mathcal{D}\log\frac{v_3+\lambda}{v_1-\lambda}+\mathcal{D}(\lambda-\varepsilon)\left(\frac{1}{\lambda+v_1}-\frac{1}{\lambda+v_3}\right)=p(v_3-v_1).$$

Une loi expérimentale quelconque entre les volumes v_1, v_3 et

les températures fournirait une relation entre les fonctions inconnues de la température.

Si nous supposons, en particulier, qu'il convienne d'adopter la deuxième forme, d'y *regarder les covolumes* α, λ, $\sqrt{\mu}$ *comme des constantes, de traiter* $\mathfrak{D}$ *comme nul et* $\mathfrak{D}\varepsilon$ *comme une fonction inconnue de la température,* $\mathcal{R}$ étant égal à RT, la loi si approchée des diamètres rectilignes pour les densités près du point critique

$$\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_3}=a\mathrm{T}+b \tag{1}$$

(Mathias) ferait connaître la fonction $\mathfrak{D}\varepsilon$ par l'élimination de v_1 et v_3 entre les équations (1) et

$$\mathfrak{D}\varepsilon\left(\frac{1}{v_1^2+2\lambda v_1+\mu}-\frac{1}{v_3^2+2\lambda v_3+\mu}\right)=\mathrm{RT}\left(\frac{1}{v_1-\alpha}-\frac{1}{v_3-\alpha}\right), \tag{2}$$

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{\mathfrak{D}\varepsilon}{\sqrt{\mu-\lambda^2}}\left(\operatorname{arc\,tang}\frac{\lambda+v_3}{\sqrt{\mu-\lambda^2}}-\operatorname{arc\,tang}\frac{\lambda+v_1}{\sqrt{\mu-\lambda^2}}\right)\\&\quad=\mathrm{RT}\log\left(\frac{v_3-\alpha}{v_1-\alpha}\right)-p(v_3-v_1),\end{aligned}\right. \tag{3}$$

ou si $\lambda^2=\mu$, comme dans toutes les formes essayées,

$$\mathfrak{D}\varepsilon\left(\frac{1}{\lambda+v_1}-\frac{1}{\lambda+v_3}\right)=\mathrm{RT}\log\left(\frac{v_3-\alpha}{v_1-\alpha}\right)-p(v_3-v_1). \tag{3'}$$

Dans le cas de la formule (3)', les Tables de Clausius et pour la forme un peu plus générale (3) des Tables analogues permettront de déterminer, pour chaque corps, les valeurs numériques de la fonction $\frac{\mathfrak{D}\varepsilon}{\mathrm{RT}}$; il est facile en effet d'obtenir la relation indépendante de la température entre le volume spécifique du liquide et celui de la vapeur à saturation :

$$\left\{\begin{aligned}\frac{\mathfrak{D}\varepsilon}{\mathrm{RT}}&=\frac{\dfrac{1}{v_1-\alpha}-\dfrac{1}{v_3-\alpha}}{\dfrac{1}{v_1^2+2\lambda v_1+\mu}-\dfrac{1}{v_3^2+2\lambda v_3+\mu}}\\&=\frac{\log\dfrac{v_3-\alpha}{v_1-\alpha}+\dfrac{v_1}{v_1-\alpha}-\dfrac{v_3}{v_3-\alpha}}{\dfrac{1}{\sqrt{\mu-\lambda^2}}\left(\operatorname{arc\,tang}\dfrac{\lambda+v_3}{\sqrt{\mu-\lambda^2}}-\operatorname{arc\,tang}\dfrac{\lambda+v_1}{\sqrt{\mu-\lambda^2}}\right)+\dfrac{v_1}{v_1^2+2\lambda v_1+\mu}-\dfrac{v_3}{v_3^2+2\lambda v_3+\mu}}.\end{aligned}\right. \tag{4}$$

L'étude numérique de cette relation pour les vapeurs éloignées

de leur point critique (vapeur d'eau par exemple) permettrait de savoir si l'on doit adopter une valeur de λ^2 différente de μ, car le terme en arc tang qui dépend de v_3 sera presque constant et égal à $\frac{\pi}{2}$; tandis que le terme en v_1 est très variable si l'on adopte la forme (3); avec la forme usuelle (Clausius, etc.), le terme en v_3 correspondant tend vers zéro. Enfin, si la formule (4) n'était pas vérifiée, il en faudrait conclure que la température entre d'une manière plus compliquée, soit dans les covolumes, soit dans le terme en $\mathfrak{O}$.

II. La règle des états correspondants paraît bien établie pour le volume de vapeur v_3 en fonction de la température, et moins bien pour l'état liquide. Ici on doit se poser une question : Est-il probable que la forme des isothermes soit complètement exprimée par la formule du troisième degré en v? Évidemment non. Ce qui se passe pour la vaporisation doit se produire d'une part pour la fusion, d'autre part pour la dissociation quand elle se produit. Sans vouloir rien préjuger sur la forme de cette dissociation en système homogène, il reste certain que la forme de la loi de compressibilité en peut être modifiée. Quant à la fusion, il ne faudrait pas arguer de la petitesse des variations de volume correspondantes pour les négliger. L'existence d'une relation *indépendante de la température* (¹), entre le volume spécifique de la vapeur et celui du liquide saturants, montre que les plus petites variations de volume du liquide se répercutent avec une extrême multiplication sur celles de la vapeur. Or, si l'on n'est pas très loin du point de fusion, l'isotherme présentera une seconde variation rapide de courbure dans cette région. Cette seconde variation, il semble naturel de l'introduire dans les formules comme la première, et d'essayer, pour en tenir compte, d'exprimer la pression par une fraction rationnelle du cinquième degré au lieu du troisième, c'est-à-dire d'ajouter dans l'équation développée une seconde fraction $\frac{\rho\mathfrak{F}(v+\varphi)}{v^2+2v\omega+\chi}$ dépendant de la température suivant une autre loi que la fraction $\frac{\mathfrak{O}(v-\varepsilon)}{v^2+2\lambda v+\mu}$.

(¹) Obtenue en éliminant la température entre les deux relations que fournissent l'égalité de pression et le principe de Clausius.

Pour les corps dont le point critique n'est pas trop éloigné du point de fusion, il y aurait grand intérêt à rechercher ce qu'il peut y avoir, près du point de fusion, d'analogue à ce qu'ont révélé les expériences d'Andrews; il semble bien probable qu'il y ait lieu de définir là aussi un point critique; il est bien peu probable que celui-ci soit défini par le point critique de vaporisation quel que soit le corps étudié; mais il est probable qu'on pourra classer les corps en séries homologues pour lesquelles ces deux points seraient dans une dépendance simple l'un de l'autre.

En tout cas, s'il est possible de conserver une règle d'états correspondants, ce sera à la condition de définir les pressions volumes et températures correspondantes au moyen de variables, telles que les deux points critiques se correspondent.

1° *Relations linéaires* : $\tau = \frac{T - \Theta_1}{\Theta_2 - \Theta_1}$, si l'on consent à ce que les valeurs nulles ne soient pas correspondantes.

2° *Relations du second degré* : $\tau = \frac{(\Theta_2^2 - K^2\Theta_1^2)T - (\Theta_2 - K\Theta_1)T^2}{\Theta_2\Theta_1(\Theta_2 - \Theta_1)}$, se réduit à $\tau = 0$ pour $T = 0$, à $\tau = 1$ pour $T = \Theta_1$ et à la valeur numérique arbitraire $\tau = K$ pour $T = \Theta_2$. Cette relation fournit d'ailleurs pour toute valeur positive de τ une seule valeur réelle et positive de T, si le nombre K est choisi assez grand, par exemple égal à 1000, pour que $\Theta_2 - K\Theta_1$ soit de signe contraire à $\Theta_2 - \Theta_1$ supposé positif.

3° *Relations fractionnaires* : $\tau = \frac{K(\Theta_2 - \Theta_1)T}{(\Theta_2 - K\Theta_1)T - (1 - K)\Theta_1\Theta_2}$ qui se réduit à $\tau = 0$ pour $T = 0$, $\tau = 1$ pour $T = \Theta_1$ et $\tau = K$ pour $T = \Theta_2$, sans d'ailleurs changer de signe pour aucune valeur positive de T si la constante K est assez grande pour que $\Theta_2 - K\Theta_1$ soit négatif. La correspondance entre T et τ est d'ailleurs aussi simple; mais cette forme a l'inconvénient de faire correspondre à $T = \infty$ des valeurs variables de τ, $\frac{K(\Theta_2 - \Theta_1)}{\Theta_2 - K\Theta_1}$ quand on donne à K une valeur numérique unique pour tous les corps.

4° Toute autre formule à deux constantes se réduisant à 0 pour $T = 0$, et à ∞ pour $T = \infty$, pourrait être essayée pour établir la correspondance; c'est à l'expérience qu'il appartiendra de décider celle qu'il convient d'employer.

Ainsi, la notion d'états correspondants, qui se montre dès à présent si féconde, n'est pas condamnée à paraître de plus en plus grossière à mesure que les expériences seront plus étendues et plus précises; elle est destinée à se transformer en introduisant dans la définition des trois variables indépendantes qui donnent la même forme à la relation caractéristique de tous les corps, non plus un seul système de valeurs critiques pour chaque corps, mais deux systèmes ou davantage, sous une forme que quelques tentatives dégageront. L'étude de l'eau, de l'acide formique, de l'acide acétique, de l'acide chloracétique, et en général des composés organiques si nombreux dont le point de fusion et le point d'ébullition sont peu écartés, serait très intéressante tant à ce point de vue qu'à celui des relations entre le volume spécifique de vapeur saturante et de liquide ou solide saturant.

LES SEPT IMAGES DE L'ŒIL HUMAIN;

Par M. TSCHERNING.

On sait que, dans l'œil humain, outre l'image dioptrique, qui sert pour la vision, il se forme trois images catoptriques, connues sous le nom d'*images de Purkinje*. Je viens de trouver qu'il existe encore deux images, plus une autre qui n'est pas visible pour des raisons que j'indiquerai tout à l'heure, de telle sorte que le nombre total d'images dans l'œil devient égal à sept.

Chaque fois qu'un rayon lumineux rencontre une surface qui sépare deux milieux transparents, il se fait, comme on sait, une réflexion d'une partie de sa lumière. Dans tout instrument dioptrique, il se forme ainsi une série de rayons qui sortent du côté de l'objectif. Ces rayons peuvent être considérés comme des rayons *perdus*, pour les distinguer des rayons *utiles*, qui forment l'image que nous employons. Mais il existe encore une troisième catégorie de rayons : avant de sortir de l'instrument, les rayons perdus abandonnent de nouveau une partie de leur lumière par la réflexion sur les différentes surfaces qu'ils rencontrent. Cette lumière sort de l'instrument du côté de l'oculaire, et peut ainsi entrer dans

l'œil de l'observateur, où elle est souvent une cause de gêne. Je désigne cette lumière comme *nuisible*.

Même sur une simple lentille on peut observer des images formées par ces trois catégories de rayons. En mettant une bougie à quelque distance de la lentille, si l'observateur se place du côté de la bougie, il voit deux images catoptriques de la flamme dues aux rayons *perdus;* si, au contraire, il se place à l'opposé, il voit, à côté de l'image *utile,* une petite image pâle, qui est due à deux réflexions successives dans l'intérieur de la lentille, et qui représente, par conséquent, la lumière *nuisible.*

Au moyen de la théorie de Fresnel, on peut facilement calculer l'intensité de ces différents rayons. En prenant pour indice du verre 1,5 et en admettant que l'angle d'incidence soit négligeable, on trouve, pour une simple lentille, la répartition suivante :

	Pour 100.
Lumière utile.....................	92
» perdue..................	8
» nuisible.................	$\frac{1}{6}$

Dans les instruments composés, la perte de lumière est beaucoup plus grande et peut même atteindre un tiers de la lumière incidente ou davantage.

Avant d'appliquer ces raisonnements à l'œil humain, faisons quelques remarques sur sa construction optique. La réfraction oculaire se fait au moyen de deux lentilles, la *cornée,* qui est convexe-concave, et le *cristallin,* qui est biconvexe. Les deux lentilles sont séparées par l'humeur aqueuse, et le cristallin est séparé de la rétine par le corps vitré, ces deux liquides ayant à peu près le même indice que l'eau. En général, on se figure la réfraction oculaire un peu autrement; on admet que l'indice de la cornée est égal à celui de l'humeur aqueuse, et l'on considère toute la réfraction cornéenne comme ayant lieu à la surface antérieure de la membrane. Quoique l'erreur que l'on commet ainsi ne soit pas très grande, on a pourtant tort de négliger complètement la différence d'indice entre la cornée et l'humeur aqueuse, car elle est en réalité assez considérable. L'expérience suivante me l'a montré. Pour un autre but, j'avais besoin de faire disparaître l'image catoptrique de la surface antérieure de la cornée. Je plongeais donc l'œil que je voulais examiner dans une petite cuve remplie d'eau salée, et fer-

mée en avant par un verre plan, pensant faire disparaître ainsi l'image en question; mais elle persistait toujours, et son éclat, quoique fortement affaibli, dépassait encore celui des images cristalliniennes. L'indice de la cornée doit donc différer sensiblement de celui de l'eau. Nous allons, pour les raisonnements qui vont suivre, admettre un indice de 1,377 pour la cornée, et de 1,3365 pour l'humeur aqueuse et le corps vitré. Le rayon de la surface antérieure de la cornée est d'environ 8^{mm}, d'après mes recherches, celui de la surface postérieure est d'environ 6^{mm}.

Les rayons de courbure du cristallin mesurent 10^{mm} et 6^{mm}. Son indice est le moins connu de toutes les constantes optiques de l'œil. Helmholtz le mettait à 1,45 et plus tard à 1,44. D'après mes recherches il ne doit guère dépasser 1,42, chiffre que nous admettrons dans la suite.

Nous avons l'habitude en Ophtalmologie d'exprimer la force réfringente d'une surface en dioptries par l'inverse de la distance focale antérieure. On trouve ainsi les chiffres suivants [1] :

	D.
Cornée.	
Surface antérieure	+ 47
» postérieure	— 6
Cristallin.	
Surface antérieure	+ 7
» postérieure	+ 10
Total	58

On remarque que le cristallin contribue pour moins d'un tiers à la réfraction totale de l'œil.

Si maintenant, au moyen de ces données, on calcule la répartition de la lumière dans l'œil, on trouve :

	Pour 100.
Lumière utile	97
» perdue	3
» nuisible	0,002

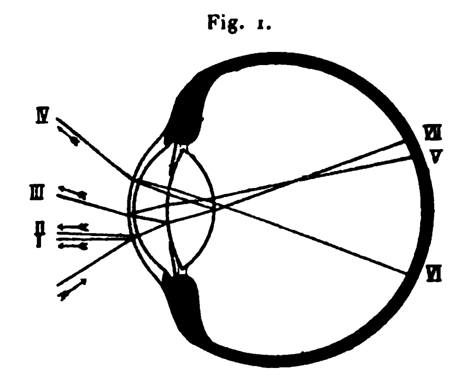
---

[1] Pour déterminer la partie de la réfraction qui, dans un système composé, revient à chaque surface, je calcule d'abord la surface réfringente de la première surface, ensuite celle du système composé des deux premières surfaces. La différence entre ces deux chiffres donne la partie de la force réfringente qui est due à la deuxième surface et ainsi de suite.

L'œil est donc à cet égard supérieur à tout instrument d'optique et même à une simple lentille, puisque la perte de lumière n'est que de environ 3 pour 100, et que la lumière nuisible est réduite à un minimum. Mais si faible que soit la partie nuisible, son intensité suffit pourtant pour qu'elle soit visible. On peut s'en convaincre par une expérience bien simple, en regardant la flamme d'une bougie à travers un prisme d'angle très faible. On voit alors, outre la flamme elle-même, deux images accessoires dont la dernière très pâle. Celle-ci est formée par des rayons qui ont subi quatre réflexions dans l'intérieur du prisme. Leur intensité n'est donc que $\frac{1}{5000}$ pour 100 de celle des rayons incidents. Dans la suite, nous admettrons cette intensité comme la limite de visibilité.

Nous allons maintenant voir ce que devient un rayon lumineux qui entre dans l'œil. Sans parler des rayons, dont l'intensité ne dépasse pas la limite que nous venons d'admettre, le rayon incident finit par se diviser en sept rayons différents, dont quatre perdus et deux nuisibles. Le rayon incident (*fig.* 1) traverse en

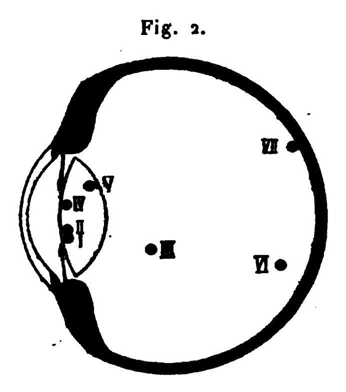
Fig. 1.



effet les quatre surfaces et vient frapper la rétine en VII comme rayon *utile*. A chaque surface il se fait une réflexion, ce qui produit les quatre rayons perdus (I, II, III, IV). Trois de ces rayons perdus doivent traverser la surface antérieure de la cornée, où ils subissent de nouvelles réflexions. Il se forme ainsi *deux* rayons nuisibles, qui sont dus à une première réflexion, sur l'une des cristalloïdes et une deuxième sur la surface antérieure de la cornée. Le troisième qui serait dû à une double réflexion dans l'intérieur de la cornée est trop faible pour être distingué.

D'après ce qui précède, nous devons donc avoir sept images d'un même objet lumineux, dont il faut nous rendre compte. Leur position est indiquée sur la *fig.* 2. L'objet est supposé situé à l'in-

Fig. 2.



fini à 20° en bas. Je n'insisterai pas sur l'image utile, la seule dont on s'occupe habituellement.

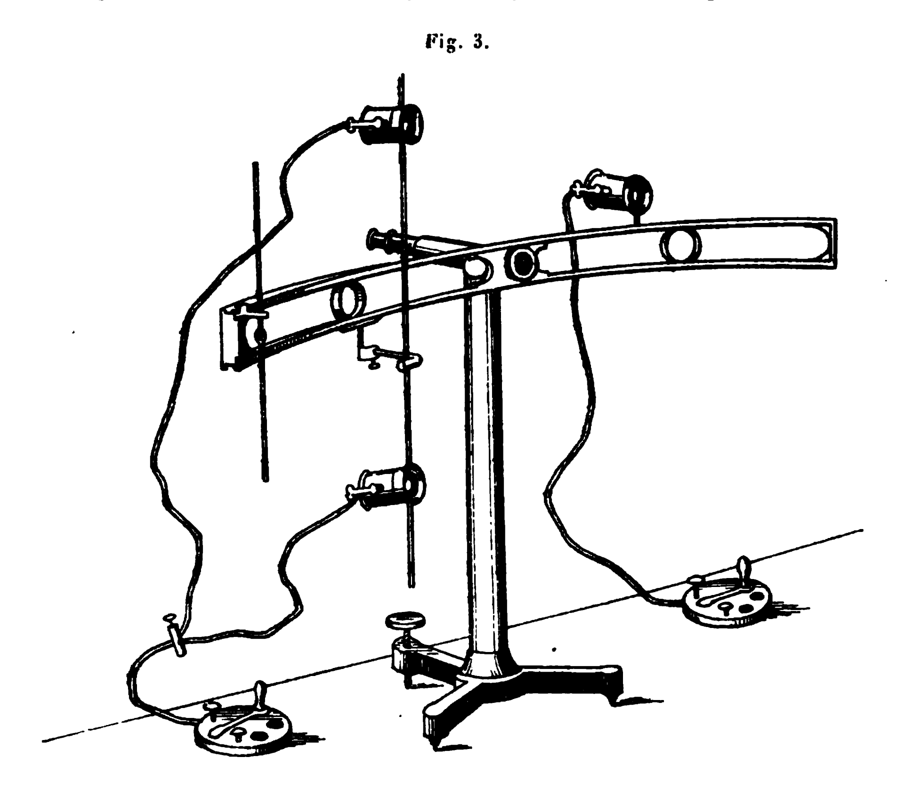
Parmi les quatre images, qui sont formées par des rayons perdus, trois sont bien connues sous le nom d'*images* de Purkinje : ce sont les images fournies par la surface antérieure de la cornée et par les deux cristalloïdes. Mais je viens de trouver que la quatrième image, due à la réflexion sur la surface postérieure de la cornée, est visible également.

L'histoire de cette image est assez curieuse. Elle fut décrite avec les trois autres au commencement de ce siècle par Purkinje, mais depuis on l'a perdue de vue. C'est ainsi que Helmholtz déclare qu'il s'est donné beaucoup de peine pour la chercher, mais qu'il n'a pas pu la retrouver. La manière la plus simple de l'observer consiste à placer une forte flamme non loin de l'œil qu'on veut examiner et à observer avec soin, au moyen d'une loupe, l'image catoptrique de la surface antérieure de la cornée. On voit alors, dès que cette image se rapproche du bord de la pupille et encore mieux lorsqu'elle le dépasse et vient se trouver devant l'iris, qu'elle est accompagnée d'une petite image pâle, qui suit la grande comme un satellite sa planète et qui se trouve toujours entre la grande image et le milieu de la pupille. Plus les images se rapprochent du bord cornéen, plus elles sont distantes l'une de l'autre. Vers le bord de la cornée la distance peut atteindre 1^{mm}. Au milieu de la pupille,

au contraire, les images coïncident et je n'ai pas réussi à les séparer à cet endroit.

La petite image est assez nette pour qu'on puisse l'employer pour mesurer la courbure de la surface. J'emploie à ce but un instrument que j'ai fait construire pour mesurer la courbure du cristallin, et auquel j'ai donné le nom d'*ophtalmophakomètre* (*fig.* 3). Il est

Fig. 3.



composé d'une petite lunette et d'un grand arc de cercle en cuivre, fixé sur la lunette et mobile autour de son axe. La place de l'œil observé est au centre de l'arc, qui se trouve sur l'axe de la lunette, à 86^{cm} de l'objectif. Les images catoptriques, qui servent pour la mensuration, se produisent au moyen de petites lampes à incandescence, qui glissent sur l'arc.

Au moyen de cet instrument, j'ai pu constater que la surface postérieure montre souvent une déformation analogue à celle de la surface antérieure, le méridien vertical étant plus courbe que

le méridien horizontal. Cette déformation produit de l'astigmatisme, mais, comme la surface est négative, l'astigmatisme de la surface postérieure contribue en général à compenser celui de la surface antérieure.

L'épaisseur de la cornée, qu'on peut également mesurer au moyen de cette image, est de environ 1^{mm}. Il s'ensuit que le centre de la surface se trouve à 1^{mm} en avant de celui de la surface antérieure. Les deux foyers catoptriques coïncident par conséquent, et c'est là la raison pour laquelle on ne peut pas séparer les images au milieu de la pupille. C'est probablement parce qu'il l'a cherché à cet endroit que Helmholtz ne l'a pas trouvé, car l'image n'est nullement difficile à voir.

Je ne parlerai pas des deux images cristalliniennes, qui sont assez connues. Je ferai seulement remarquer que, tandis que l'image de la cristalloïde postérieure se trouve au même niveau que les deux images cornéennes, c'est-à-dire à peu près au niveau de la pupille, l'image de la cristalloïde antérieure est située considérablement plus en arrière (III, *fig.* 2). Si l'on veut examiner les images de Purkinje au moyen d'un instrument grossissant, il est donc préférable d'employer une lunette, en se plaçant à quelque distance, car il est impossible de mettre toutes les images au point à la fois au moyen d'un microscope.

Quant aux images *nuisibles,* je ferai d'abord remarquer que, les rayons nuisibles étant dirigés vers la rétine, ces images doivent être subjectives.

Je m'étais placé un jour devant l'ophtalmophakomètre, pour démontrer à un confrère, sur mon propre œil, certains changements que subit l'œil pendant l'accommodation, et qui sont passés inaperçus jusqu'à présent. Je regardais l'objectif de la lunette, et la lampe à incandescence, se trouvant à environ 20° de celui-ci, envoyait sa lumière, concentrée par une lentille, vers mon œil. Je me suis alors aperçu d'une lueur blanchâtre, qui se montrait de l'autre côté de la ligne visuelle, placée à peu près symétriquement à la lampe par rapport à celle-ci. Je me suis alors mis à étudier le phénomène, et j'ai trouvé qu'il était formé par des rayons qui ont subi une première réflexion à la cristalloïde postérieure et une deuxième à la surface antérieure de la cornée (VI, *fig.* 1). La manière la plus facile de l'observer consiste du reste à regarder droit devant soi,

dans une chambre obscure, tandis qu'on tient une bougie allumée à la main à environ 20^{cm} de la ligne visuelle. En promenant la bougie un peu d'un côté et d'autre, on aperçoit, de l'autre côté de la ligne visuelle, une image pâle de la flamme, qui est assez distincte pour qu'on puisse constater qu'elle est renversée; elle se meut symétriquement à la bougie par rapport à la ligne visuelle.

Les rayons qui forment cette image ont subi en plus de différentes réfractions deux réflexions, une première sur la surface postérieure du cristallin et une deuxième sur la surface antérieure de la cornée. Le système optique qui le forme est donc assez compliqué, mais on peut, au moyen des formules connues, calculer le système simple qui le remplace. On trouve alors que le foyer de ce système est situé un peu en avant de la rétine et que l'image est droite. Nous la voyons renversée par la projection en dehors. Les myopes voient souvent l'image difficilement et mal définie, la rétine se trouvant trop loin en arrière; pour la voir nettement il faut, en ce cas, placer la flamme tout près de l'œil ou corriger la myopie.

Après avoir trouvé cette image, j'ai pensé qu'il devait nécessairement en exister une autre due à une première réflexion sur la cristalloïde antérieure et une deuxième sur la surface antérieure de la cornée. J'ai aussi pu constater sa présence dans un œil artificiel, mais je n'ai pas pu la trouver dans l'œil humain. En calculant son système optique, on en découvre du reste facilement la raison. Le foyer se trouve en effet près de la cristalloïde postérieure (V, *fig.* 2) et l'on conçoit que la lumière, déjà faible, doit être tellement dispersée, avant d'arriver à la rétine, qu'on ne puisse pas la distinguer. Pour que l'image se forme sur la rétine, l'objet doit se trouver entre la cornée et la cristalloïde antérieure, mais si, par des moyens optiques, on essaye de former un point lumineux à cet endroit, les rayons utiles remplissent l'œil de manière qu'on ne peut pas apercevoir autre chose.

Pour celui qui se sert d'un instrument d'optique, les images accessoires ne sont d'aucune utilité, quelquefois même elles sont une cause de gêne. Pour le constructeur, au contraire, elles ont une grande importance; les opticiens s'en servent pour juger du degré de polissage des surfaces, du centrage des lentilles, etc. Il en est de même pour l'œil : pour la vision, ces images ne sont d'aucune utilité, mais pour la physiologie de l'œil elles jouent un grand rôle.

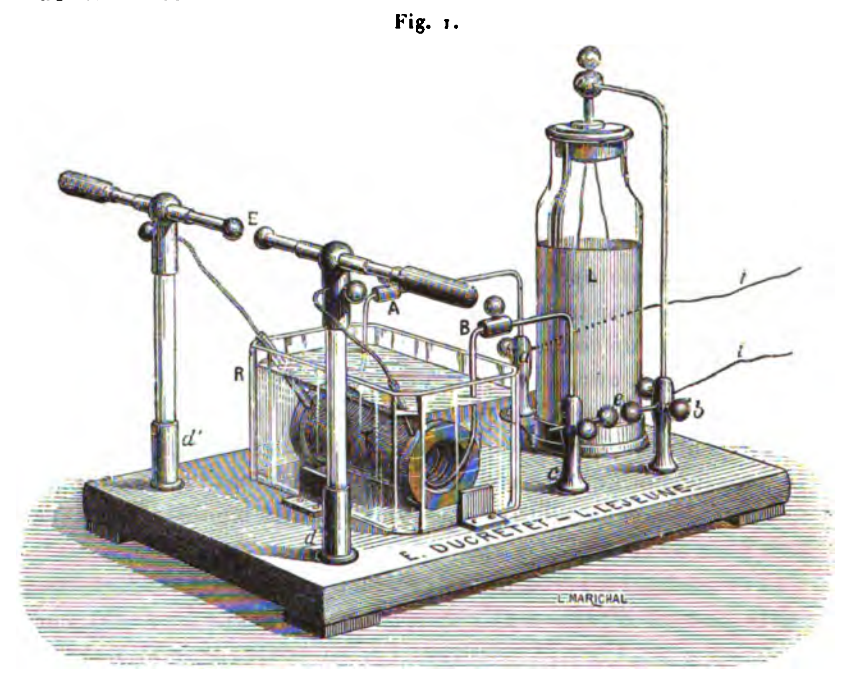
Les nouvelles images dont je viens de constater l'existence peuvent ainsi servir à résoudre différentes questions concernant l'optique physiologique, auxquelles je reviendrai à une autre occasion.

NOTICE SUR LES EXPÉRIENCES DE MM. ELIHU THOMSON ET TESLA, RÉALISÉES AU MOYEN DES APPAREILS CONSTRUITS PAR MM. E. DUCRETET ET L. LEJEUNE;

Par MM. E. DUCRETET et L. LEJEUNE.

La *fig.* 1 ci-dessous représente l'ensemble des appareils nécessaires pour répéter les expériences en question, moins la bobine de Ruhmkorff.

Fig. 1.



Ces appareils sont montés sur un socle unique et, pour compléter l'installation, il suffit de relier les fils i, i' du circuit induit de la bobine aux fils i, i' représentés sur la figure.

La bobine de Ruhmkorff (bobine n° 5 de 50^{mm} d'étincelle à trembleur rapide de E. D.) est actionnée par le courant de 5 à 6 accumulateurs. Le courant induit de cette bobine est employé à charger une bouteille de Leyde L et cette bouteille produit en *e*, sous la forme d'étincelles très vives dont on peut faire varier la longueur en écartant ou rapprochant plus ou moins les boules, des décharges oscillantes qui ont pour effet d'augmenter considérablement la fréquence des courants induits produits par la bobine.

Sur le circuit de décharge de la bouteille est intercalé le *fil primaire* d'un transformateur T complètement noyé dans l'huile, qui forme isolant, et dont le *fil secondaire* va aboutir à l'excitateur E; les deux fils du transformateur sont séparés par un tube d'ébonite.

En *e* et pour un appareil de plus grande dimension dans lequel la bobine de Ruhmkorff est remplacée par un alternateur actionnant un transformateur, on peut adjoindre à l'appareil soit une soufflerie qui lance un jet d'air sur l'étincelle et la brise, soit un jet d'acide carbonique provenant d'une bouteille qui contient ce gaz sous pression, soit encore un *électro-aimant* dont les pôles sont à angle droit avec l'étincelle; il est bon, dans ce dernier cas, de recouvrir les pièces polaires de feuilles de mica pour éviter que l'étincelle ne jaillisse sur elles (¹).

C'est ce dernier dispositif qu'emploie M. le D^{r} d'Arsonval; les étincelles en E sont alors beaucoup plus longues et les effets obtenus se trouvent considérablement augmentés.

Effets physiologiques. — L'étincelle en E peut atteindre 4^{cm} de longueur; même dans ces conditions, on peut tenir à chaque main une des boules de l'excitateur, surtout si l'on prend les précautions suivantes : les deux boules étant en contact, en saisir une de chaque main et les séparer; lorsque l'expérience est terminée, les rapprocher au contact l'une de l'autre avant de les abandonner; dans ces conditions, l'opérateur *ne ressent aucune commotion*

(¹) Le petit appareil de Faraday convient parfaitement pour obtenir les champs magnétiques intenses nécessaires pour une bonne réussite de l'expérience.

quelles que soient la bobine employée et la longueur de l'étincelle en E.

M. d'Arsonval a fait de ces effets l'étude la plus complète.

Effets lumineux. — Détachons les conducteurs qui relient le transformateur T à l'excitateur E; si la salle d'expériences est suffisamment obscure, nous verrons ces conducteurs s'illuminer, des aigrettes jailliront, des corps légers pourront être attirés et l'odeur de l'ozone apparaîtra nettement. Ces phénomènes sont donc absolument du même genre que ceux que permettent d'obtenir les machines de Holtz et de Wimshurt et en tout comparables aux phénomènes d'Électricité statique.

Prenons un tube de verre dans lequel nous aurons fait un vide partiel convenable et, prenant à la main une des extrémités de ce tube, approchons l'autre extrémité au contact d'une des tiges de l'excitateur, nous verrons le tube s'illuminer.

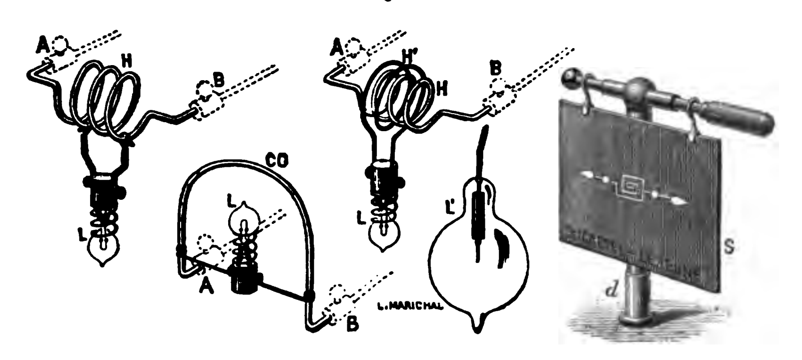
Le corps humain peut lui-même servir de conducteur; dans ce cas, tenant d'une main l'extrémité d'un tube de Geissler, on saisit de l'autre une des tiges de l'excitateur, les deux boules étant écartées. Si, dans ces conditions, une autre personne vient prendre à pleine main l'extrémité libre du tube, celui-ci devient immédiatement très lumineux et dans toute sa longueur. On peut ainsi former une chaîne de personnes tenant entre elles des tubes qui s'illuminent sous l'influence électrique.

On peut aussi illuminer le tube sans le mettre en communication immédiate avec l'excitateur. Pour cela, une surface métallique S (*fig.* 2) est suspendue à l'une des tiges de l'excitateur et crée ainsi un champ électrostatique qui s'étend à distance. Un tube de Geissler ou de Crookes tenu à la main par une des extrémités s'illumine dans le voisinage de la plaque sans cependant avoir avec elle aucun contact immédiat.

Un autre phénomène également très intéressant est celui-ci : suspendons à l'une des tiges de l'excitateur E une lampe L' (*fig.* 2) à une seule électrode et même sans électrode, elle s'illuminera et nous pourrons voir se produire, surtout si l'on approche la main, une aigrette brillante en forme de pinceau constituant un phénomène des plus remarquables. L'aigrette se déplace avec la plus grande facilité sous l'influence de la plus faible variation magné-

tique; aussi M. Tesla a-t-il cru voir dans ce phénomène à la fois un nouveau mode d'éclairage et peut-être aussi un moyen « de télégraphier à une vitesse quelconque à travers l'Atlantique ».

Fig. 2.



Expériences diverses. — La cuve à huile R (*fig.* 1) est enlevée ainsi que le transformateur T qu'elle contient. Dans les deux serre-fils A et B laissés libres, on serre les extrémités d'un gros fil CO de faible longueur et dont la résistance est presque nulle ($0^{ohm},0007$); une lampe à incandescence L reliée aux deux extrémités de ce gros fil s'allume au blanc. La lampe étant de 4 volts, le calcul montre que, pour obtenir le même effet avec un courant continu, l'intensité du courant passant dans le gros fil devrait être

$$I = \frac{e}{R} = \frac{4}{0,0007} = 6000 \text{ ampères environ.}$$

En substituant au gros fil CO un solénoïde d'une dizaine de spires H, il est possible d'allumer des lampes L de différents voltages (*fig.* 2) en branchant les deux fils de ces lampes en différents points du solénoïde; deux spires d'intervalle suffisent pour une lampe de 4 volts.

Éclairage par induction. — Une lampe à incandescence L (*fig.* 2) de 4 volts reliée aux deux extrémités d'un solénoïde H' de deux spires s'allume au blanc lorsqu'on introduit à l'intérieur le gros solénoïde H parcouru par le courant de décharge.

ACCUMULATEUR ÉLECTRIQUE MULTITUBULAIRE;

PAR M. DONATO TOMMASI.

Cet accumulateur est caractérisé par des électrodes renfermées dans une enveloppe tubulaire en gaine métallique ou en matière isolante rigide ou élastique (celluloïd, caoutchouc, ébonite, etc.) perforée d'une multitude de petits trous.

Au centre de cette gaine est adaptée une âme en plomb ou tout autre métal en alliage convenable servant de conducteur au courant et en contact, sur chacune de ses faces, avec une couche d'oxyde de plomb préservée de toute chute ou désagrégation par l'enveloppe perforée qui l'emprisonne.

Cette disposition a pour conséquence de doubler à poids égal la proportion de la matière agissante et, par suite, la capacité de l'accumulateur.

La charge se fait à un régime qui peut atteindre sans inconvénient 5 à 6 ampères par kilogramme.

La décharge peut varier de 1 à 4 ampères par kilogramme d'électrodes. Elle doit être arrêtée quand la tension est abaissée à $1^{volt},7$.

Dans le cas d'efforts variables, lorsque des coups de force sont nécessaires, les accumulateurs Tommasi peuvent supporter sans inconvénient des intensités allant de 6 à 8 ampères par kilogramme d'électrodes.

Les constantes électriques de cet accumulateur sont les suivantes :

Force électromotrice initiale................	$2^{volts},4$
Capacité par kilogramme d'électrode........	20 ampères-heure
Rendement en quantité....................	95 pour 100
Rendement en travail......................	80 pour 100

J. BROWN. — Voltaic cells with fused electrolyten (Piles à électrolytes fondus); *Proceedings of the Royal Society*, vol. LII, p. 75; octobre 1892.

J'ai montré, il y a trois ans, qu'il n'y avait aucune différence essentielle entre les piles où les électrolytes sont rendus conducteurs par l'élévation de la température et celles où ils sont, suivant la manière habituelle, amenés à conduire par la dissolution. Le premier cas, compliqué au point de vue de la commodité des expériences, est même, à certains égards, plus net et plus simple à étudier; il ne saurait se produire dans de tels éléments, ces réactions secondaires étant dues à la présence du dissolvant, qui viennent parfois masquer le principal phénomène. J'ai pu étendre aux piles à électrolytes fondus la théorie de Helmholtz et montrer un accord parfait entre les résultats expérimentaux et les prévisions théoriques.

M. J. Brown étudie la même question : il arrive à des résultats conformes à ceux que j'ai publiés dans mon Mémoire étendu, et que j'avais tout d'abord sommairement indiqués dans une Note des *Comptes rendus* dont M. Brown semble seulement avoir eu connaissance, et même après l'achèvement de son travail.

J'avais étudié complètement à toutes les températures deux ou trois éléments seulement. M. Brown a opéré sur un très grand nombre de piles dont il a amené la force électromotrice à une température moyenne; ces piles sont des éléments réversibles formés par les combinaisons des chlorures d'argent, de cuivre, de plomb, de cadmium, de zinc; une seconde série d'expériences a été faite avec des mélanges de chlorure de potassium et de chlorures des métaux suivants : magnésium, aluminium, zinc, cadmium, plomb, fer, étain, cuivre, argent. Pour la pile zinc, chlorure de zinc, chlorure d'étain, étain, il trouve une force électromotrice moyenne de $0^{volt},350$; en comparant à un élément Gouy étalonné par M. Pellat, j'avais pour la même pile obtenu $0^{volt},335$ au-dessus de la fusion et $0^{volt},370$ à la température de solidification; la concordance est donc très satisfaisante. Comme je l'avais annoncé, il est nécessaire pour comparer la chaleur chimique et la chaleur voltaïque, de tenir compte des variations des chaleurs de combinaison quand la température et l'état physique des corps viennent à

changer. Dans tous les cas, M. Brown montre bien qu'il faut augmenter d'une certaine valeur le nombre qui exprime la force électromotrice calculée en prenant la chaleur de combinaison des chlorures, donnée par Thomsen.

Le travail de l'auteur est très soigné et très complet, il établit d'une manière définitive l'identité absolue dans le mode de production de l'énergie électrique par tous les éléments voltaïques, quelle que soit leur nature. LUCIEN POINCARÉ.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY;

T. XLIX (fin).

TH. ANDREWS. — Passivité du fer et de l'acier; IIIe Partie, p. 481.

Une lame d'acier et une barre de fer forgé furent placées dans les branches d'un tube en U contenant de l'acide azotique froid et reliées à un galvanomètre. L'auteur a étudié la passivité relative que contractent, dans l'acide azotique froid, le fer forgé et les divers aciers (acier fondu doux, acier fondu trempé, acier Bessemer doux, acier Bessemer trempé, acier Siemens doux, acier Siemens trempé).

D'une manière générale, le fer forgé est électropositif par rapport aux aciers; il peut se développer entre eux une force électromotrice considérable qui peut atteindre, dans certains cas, jusqu'à $\frac{1}{7}$ de volt. Le fer forgé est donc beaucoup moins passif que l'argent.

Les expériences de M. Andrews ont également établi que les aciers qui contiennent une proportion plus grande de carbone sont plus passifs que ceux qui en contiennent une proportion moindre.

W. de W. ABNEY. — Sur la limite de visibilité des différents rayons du spectre, p. 509.

M. W. de W. Abney a institué des expériences dans le but de déterminer la limite de visibilité des différents rayons du spectre

et de comparer leur éclat avec celui d'une lampe à acétate d'amyle placée à une distance de 1 pied d'un écran.

Il a constaté que les rayons de longueur d'onde λ 4770 environ sont les plus persistants.

Les diagrammes donnés par l'auteur montrent que dans l'étude spectroscopique d'une lumière de faible intensité, on doit percevoir tout d'abord les rayons bleus et verts, et qu'il peut exister dans le jaune et le rouge des rayons de plus grande intensité sans qu'ils affectent le sens de la vue.

Ce fait peut rendre compte de quelques résultats singuliers donnés par l'examen spectroscopique de sources lumineuses de faible intensité dans lesquelles, par exemple, les rayons jaunes et rouges font défaut.

J. LARMOR. — Sur la théorie de l'Électrodynamique, p. 521.

Le but principal de ce travail est la comparaison des conséquences de l'Électrodynamique de Maxwell, d'une part, et de l'Électrodynamique de Helmholtz, d'autre part, avec les résultats expérimentaux obtenus dans ces dernières années sur les vitesses de propagation des ondes électriques dans les diélectriques.

M. Larmor compare à la théorie de Maxwell, non pas seulement la théorie de Helmholtz, mais une théorie nouvelle beaucoup plus générale qui la comprend comme cas particulier.

Si, dans la décharge d'un condensateur, F désigne la force électrique dans le diélectrique, kF le *déplacement*, σ la densité superficielle de la charge amenée, σ' celle des charges libres sur les faces du plateau, on a

$$F = 4\pi\sigma'$$

et

$$\sigma = kF + \frac{F}{4\pi}.$$

Le courant se rapproche d'autant plus d'être *circuital* que k est plus grand. Pour $k = \infty$, on a la théorie de Maxwell.

Le potentiel électrodynamique de courants non fermés, en partant des considérations de Helmholtz, est, d'après l'auteur,

$$T = \iint JJ'\, ds\, ds' \left\{ -\frac{1}{r}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} - \frac{d^2[r - \Phi(r)]}{ds\, ds'} \right\},$$

expression dans laquelle, contrairement aux idées de Helmholtz, Φ n'est pas tout d'abord proportionnel à r.

Il trouve, d'après cela, que la propagation des ondes avec la vitesse $k_1^{-\frac{1}{2}}$ où $k_1 = 4\pi k$ est indépendante de la valeur particulière donnée à Φ.

Il résulte des expériences, notamment de celles de MM. Arons et Rubens (1), que la vitesse de propagation des ondes dans les diélectriques de composition chimique simple est proportionnelle à $k_2^{-\frac{1}{2}}$, où $k_2 = 1 + k_1$ désigne la constante diélectrique. On doit admettre que, pour les substances étudiées, k_1 et k_2 doivent avoir sensiblement la même valeur dans le cas de la forme limite qui constitue la théorie du déplacement de Maxwell.

La capacité inductive absolue du vide doit être prise, dans tous les cas, plus grande que l'unité. RENÉ PAILLOT.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES;

Tome CXII, 1er semestre 1891.

C. RAVEAU. — Sur la surface d'onde dans les cristaux, p. 1056.

Dans les théories élastiques de l'électromagnétisme données précédemment par M. Raveau (*Comptes rendus,* t. CXII, p. 853), on suppose que la perméabilité magnétique est la même dans tous les corps observés. Il n'en est plus ainsi notamment dans les cristaux qui présentent une anisotropie notable au point de vue magnétique. Dans ce cas, la théorie électromagnétique de la lumière conduit à attribuer à la surface d'onde une forme, ou au moins des propriétés différentes de celles que leur attribue la théorie de Fresnel. L'auteur se propose d'étudier expérimentalement cette question.

J. BOUSSINESQ. — Sur l'explication physique de la fluidité, p. 1099.

M. Boussinesq fait connaître qu'il a enseigné dans son cours de

(1) *Wied. Ann.,* t. XLII, p. 581; 1891.

la Sorbonne, de 1887 à 1889, diverses idées analogues à celles que M. Marcel Brillouin émet dans une Note récente (*Comptes rendus*, t. CXII, p. 1054). Il y définit les fluides comme des corps isotropes qui ont la propriété de recouvrer spontanément leur isotropie après toutes les déformations possibles, ou même de la garder à peu près pendant ces déformations pourvu qu'elles soient lentes. Ce rétablissement de l'isotropie est dû aux vibrations calorifiques de chaque molécule, dont le mouvement brownien constituerait la partie visible. Dans l'état stable élastique, la pression moyenne est normale et sa grandeur, ainsi que celle de l'énergie interne, est une fonction de la densité et de la température seulement. La viscosité consiste en ce que la pression peut recevoir des valeurs négatives, c'est-à-dire se transformer en traction. Cette propriété existant dans les fluides à des degrés divers, leurs groupes moléculaires ne peuvent, pendant une déformation, prendre instantanément la disposition permanente qu'ils garderaient si la déformation s'arrêtait. Mais les écarts entre la disposition actuelle et la disposition isotrope seront assez faibles, dans les fluides peu visqueux comme l'eau et le gaz, pour ne dépendre sensiblement que des vitesses actuelles et non de leurs dérivées des divers ordres par rapport au temps. Ils ne dépendent donc que de la déformation subie pendant un temps très court avant l'instant considéré par une particule de fluide très petite, à partir de la molécule considérée. La composante tangentielle de la partie non élastique de la pression constitue le frottement intérieur. On peut l'évaluer, ainsi que la composante normale.

FAYE. — Sur un Mémoire de M. von Bezold relatif à la théorie des cyclones, p. 1109.

M. Faye invoque les faits exposés et les conclusions émises par M. von Bezold et par différents autres auteurs anglais et allemands pour confirmer sa théorie des cyclones et tourbillons, d'après laquelle ces phénomènes prennent naissance dans les hautes régions de l'atmosphère.

G. LEMOINE. — Études quantitatives sur l'action chimique de la lumière, p. 936, 992 et 1124.

Le réactif employé est un mélange de chlorure ferrique et

d'acide oxalique. Le dosage du chlorure ferreux produit après la réaction s'effectue au moyen du permanganate de potasse. En comparant les effets obtenus sur deux cuves minces, contenant le même réactif très dilué, dont l'une reçoit la lumière solaire directe et l'autre la lumière qui a traversé un milieu quelconque, on étudie l'absorption par ce dernier milieu pour une série d'épaisseurs et pour différentes lumières. L'absorption de chaque radiation simple se faisant suivant une exponentielle de l'épaisseur traversée, on peut exprimer numériquement la quantité de lumière émergente par une somme d'exponentielles à quatre termes. On trouve pour l'acide oxalique la même transparence que pour l'eau, le chlorure ferrique produisant seul une absorption notable.

La quantité de lumière transmise à chaque couche infiniment mince pouvant être ainsi calculée, le poids de réactif décomposé sera proportionnel à l'intégrale de cette quantité de lumière, au début de la réaction. Des mesures ont porté sur des lumières de différentes couleurs; mais l'altération du liquide en change à la fois la transparence et la richesse en matière décomposable. En admettant que la vitesse de la réaction est toujours proportionnelle à la richesse et à l'intégrale de la quantité de lumière, l'auteur établit une formule qu'il vérifie expérimentalement. Enfin il exprime l'influence de la dilution par un coefficient dont il détermine diverses valeurs. Ce coefficient se trouve être le même pour les différentes couleurs et pour la chaleur obscure.

CHASSAGNY et ABRAHAM. — Recherches de thermo-électricité, p. 1198.

En mesurant par la méthode d'opposition les forces électromotrices de plusieurs couples thermo-électriques à diverses températures, et réduisant ces températures à l'échelle du thermomètre à hydrogène, les auteurs ont trouvé que ces forces électromotrices ne peuvent s'exprimer par des formules paraboliques à deux termes. Mais les températures évaluées en admettant de pareilles formules sont identiques pour tous les couples essayés, et diffèrent également des indications du thermomètre à hydrogène.

SAVELIEF. — Détermination de la constante solaire, p. 1200.

En appliquant à ses observations du 26 décembre 1890 les for-

mules de M. Crova, M. Savelief obtient pour la constante solaire sept valeurs, dont la moyenne est $3^{cal},589$. Ce résultat dépasse notablement le nombre $3^{cal},0$ obtenu par M. Langley, au moyen d'un bolomètre. L'auteur pense que l'absence presque complète de vapeur d'eau et de poussières atmosphériques au moment de son observation a permis à certaines radiations ordinairement éteintes dans l'atmosphère d'arriver à la surface du sol.

G. GUILBERT. — Étude sur le *gradient* appliqué à la prévision du temps, p. 1206.

En général, la vitesse du vent autour d'un cyclone est proportionnelle à la pente atmosphérique ou gradient, et plus faible dans le demi-cercle maniable que dans le demi-cercle dangereux. Ces règles comportent des exceptions fréquentes. D'après l'auteur, un excès de la vitesse du vent sur la vitesse normale entraîne au point considéré une hausse barométrique dans la journée suivante; le phénomène contraire entraîne une baisse. S'il y a excès de vitesse à la fois sur tout le contour du cyclone, la hausse se produit partout et la bourrasque disparaît.

A. MOULIN. — Relation entre le poids atomique et la densité liquide, p. 1209.

L'auteur cherche à établir que le produit du poids moléculaire d'une substance liquide par sa densité est la somme des produits correspondants de ses éléments.

A. DUBOIN. — Sur un nouveau moyen d'apprécier le mouvement vertical des aérostats, p. 1251.

M. Duboin propose d'employer à cet usage le manomètre différentiel de Kretz. Il suffirait de fermer l'une des branches à un instant donné, en y emprisonnant une masse d'air, pour voir se produire un rapide déplacement de la surface de séparation sous l'influence de la variation de pression. Un calcul élémentaire permettrait d'en déduire la vitesse d'ascension ou de descente.

F. DE LALANDE. — Nouveaux modèles de pile à oxyde de cuivre, p. 1253.

L'élément est constitué par une ou plusieurs lames de zinc

suspendues à un couvercle de faïence, en regard d'une ou plusieurs plaques d'oxyde de cuivre aggloméré, plongeant dans un vase en verre rempli de la solution de potasse à 35 pour 100. L'oxyde de cuivre étant peu conducteur, la surface des agglomérés est métallisée, par son immersion dans l'eau acidulée, après avoir été couverte de zinc en poudre. Le cuivre poreux ainsi obtenu est recouvert par galvanoplastie d'une seconde couche mince de cuivre. Ces éléments possèdent une résistance faible et une énergie supérieure à celle des accumulateurs au plomb de même poids.

P. GUYE. — Détermination du poids moléculaire au point critique, p. 1257.

Si l'on désigne par π, θ, φ la pression (en atmosphères), la température absolue et le volume spécifique pour le point critique, la densité critique par rapport à l'air ramenée à 0° et à 1^{atm} a pour valeur

$$d = \frac{p\theta}{F\varphi\pi \times 273 \times 0,001293},$$

F étant un facteur qui, d'après l'auteur, peut s'exprimer d'une façon approchée par une fonction linéaire de la température critique absolue. On ramène ainsi la formule à l'expression

$$d = 1146 \frac{\delta\theta}{\pi(1070 + \theta)},$$

δ étant la densité critique par rapport à l'eau.

L'auteur fournit quelques vérifications de cette formule.

H. FAYE. — Sur les courants de déversement qui donnent naissance aux cyclones, p. 1289.

M. Faye soutient, contrairement à l'opinion de M. Ferrel, que les cyclones dépendent des mouvements généraux de l'atmosphère. L'air des régions équatoriales surchauffé s'élève en s'avançant vers l'ouest, par suite du retard qu'il prend sur la vitesse angulaire de rotation de la Terre. Il tend ensuite, dans notre hémisphère, à se déverser vers le nord, rencontre des parallèles de vitesse linéaire moindre et s'incline de plus en plus vers le nord-est, décrivant ainsi une sorte de parabole. Les inégalités de

vitesse dans les parties contiguës de ce courant, qui résultent de la courbure de la trajectoire, amènent la formation de tourbillons tournant dans le sens de la rotation du globe. Là où se rencontrent des cirrus entraînés, leur présence alourdit la masse atmosphérique; le tourbillon descend en prenant une vitesse croissante et une section décroissante, et produit les effets connus, dont l'énergie se trouve ainsi empruntée à la rotation de la Terre.

V. SERRIN. — Nouveau système de balance de précision à pesées rapides, p. 1299.

Pour éviter l'usage des cavaliers et des poids inférieurs au décigramme, l'auteur suspend à un des bras du fléau l'extrémité d'une petite chaîne, dont l'autre bout est fixé à un curseur glissant sur une colonne centrale graduée en parties de 2^{mm}, dont chacune correspond à une surcharge de 1^{mgr}. Un vernier permet d'atteindre le dixième de milligramme.

P. GERMAIN. — Application du principe de la transmission des pressions aux transmetteurs téléphoniques à grande distance, p. 1311.

On subdivise l'embouchure d'un transmetteur téléphonique en embouchures plus petites, correspondant chacune avec la chambre à air d'une armature téléphonique distincte. L'émission de la voix détermine ainsi sur les armatures des pressions proportionnelles à leur surface. En groupant en série les bobines des diverses armatures, on peut téléphoner à grande distance sans microphone, ni pile constante, ni bobine Edison.

J. REISET. — Résumé des observations météorologiques faites à Écorchebœuf, près Dieppe (Seine-Inférieure), de 1873 à 1882, p. 1349.

Pression moyenne réduite au niveau de la mer..........	$761^{mm},3$
Oscillation extrême....................................	$60^{mm},2$
Température moyenne réduite au niveau de la mer......	$9^{\circ},6$
Moyenne annuelle des jours de gelée...................	52
» » » de pluie....................	163
État hygrométrique moyen...............................	0,82
Hauteur moyenne annuelle d'eau	$903^{mm},6$
Vent dominant (sud-ouest).............................	29 fois sur 100
Nombre moyen annuel des orages......................	22

G. et L. RICHARD. — Sur un avertisseur électrique permettant de constater dans un courant gazeux de très faibles variations de pression, p. 1359.

Une boîte métallique communique par un tube avec le conduit traversé par le courant gazeux. Un léger clapet suspendu à un axe horizontal laisse le tube ouvert dans sa position de repos et ferme le circuit d'une sonnerie. Sous l'influence d'une légère diminution de pression, le clapet va fermer le tube et la sonnerie s'arrête. Cet avertisseur peut rencontrer quelques applications dans les appareils de ventilation et de chauffage.

E. MERCADIER. — Sur un récepteur téléphonique de dimensions et de poids réduits, p. 1416.

Dans des recherches antérieures, M. Mercadier avait signalé que pour concilier la netteté et l'intensité dans la production des inflexions de la voix, il faut donner au diaphragme l'épaisseur juste suffisante pour absorber toutes les lignes de force du champ et diminuer le diamètre, en sorte que le son fondamental et les harmoniques du diaphragme soient plus aigus que ceux de la voix humaine. L'accomplissement de ces deux conditions a permis de construire des téléphones de faible poids rendant les mêmes services que les téléphones ordinaires. L'auteur a construit notamment un système de deux téléphones réunis par un fil d'acier en V, qui sert à la fois de ressort, de conducteur électrique et d'aimant auxiliaire. Ce fil maintient appliqués sur les oreilles deux téléphones à boîte d'ébonite, munie d'embouts en caoutchouc. Le faible poids de l'appareil qui ne dépasse pas 50^{gr} permet de le garder ainsi en expérience sans y porter les mains.

BJERKNES. — De l'amortissement des oscillations hertziennes, p. 1429.

Si l'on admet que le mouvement de l'électricité dans le résonateur est un mouvement pendulaire, et que l'amortissement de l'excitateur est très rapide par rapport à celui du résonateur, on peut calculer l'intensité des oscillations du résonateur en fonction du rapport de sa période à celle de l'excitateur. Une mesure électrométrique fait connaître cette intensité; le rapport des pé-

riodes peut être aussi mesuré; on tire de là une détermination du décrément des oscillations de l'excitateur. On peut aussi calculer le décrément du résonateur, si l'on connaît la longueur de l'étincelle secondaire. Dans une mesure l'auteur a trouvé 0,26 pour l'excitateur et 0,002 pour le résonateur. Le rapide amortissement des oscillations de l'excitateur montre que les maxima et minima correspondants seront rapidement masqués par ceux qui correspondent à la longueur d'onde du résonateur.

A. HURION. — Transmission de la lumière à travers les milieux troubles, p. 1431.

M. Hurion s'est proposé de vérifier la formule de Lord Rayleigh relative à la transmission de la lumière à travers les milieux troubles

$$\lambda^4 \log \frac{I}{I_0} = \text{const.}$$

I est l'intensité lumineuse transmise à travers une épaisseur donnée d'un milieu donné, pour la lumière de longueur d'onde λ. Les expériences ont porté sur l'eau additionnée d'une solution alcoolique d'essence de citron et sur une solution de chlorure de potassium additionnée d'azotate d'argent. Les mesures ont été faites avec le spectrophotomètre de M. Crova; elles ont fourni une vérification satisfaisante de la formule.

G. LIMB. — Sur l'électrolyse du chlorure de baryum pur ou mélangé de chlorure de sodium, p. 1434.

M. Limb a cherché à préparer le baryum métallique en électrolysant le chlorure et son mélange avec le chlorure de sodium, entre une anode de charbon et une cathode de fer forgé. Le courant fourni par une dynamo tombait rapidement de 30 ampères à 3 ampères, dans le cas du sel pur, par la formation d'un dépôt infusible sur la cathode. Ce dépôt ne se formait pas avec le mélange de chlorures. Mais l'opération n'a pas donné de baryum; il paraît se former un sous-chlorure.

M. BRILLOUIN. — Déformations homogènes finies. Énergie d'un corps isotrope, p. 1500.

M. Brillouin exprime que les coordonnées finales d'un point,

après la déformation, sont liées aux coordonnées initiales par des équations linéaires, ce qui est la condition de la conservation de l'homogénéité. L'énergie d'un corps isotrope, rapporté à l'unité de masse, est indépendante de l'orientation des axes et de celle de la déformation. Elle n'est donc fonction que des trois invariants de la forme quadratique qui définit la déformation, abstraction faite de la rotation. L'auteur écrit les équations du mouvement de translation, en introduisant les projections sur les axes de la force élastique actuelle exercée sur une face primitivement égale à l'unité et normale à un des axes, et les projections des forces extérieures rapportées à l'unité de masse.

F. BEAULARD. — Sur la biaxie du quartz comprimé, p. 1503.

Le quartz comprimé dans une direction normale à l'axe optique devient biaxe, et le plan des axes optiques est parallèle à la compression. La compression était exercée par une pince de Wertheim placée sur un limbe gradué. On fait arriver la lumière polarisée d'abord suivant l'ancien axe optique, puis suivant des directions inclinées, et l'on analyse la vibration elliptique émergente. On trouve que le pouvoir rotatoire conserve la même valeur après la compression sous toutes les obliquités. La différence de marche due à la double réfraction seule, d'après la théorie de M. Gouy, va en diminuant jusqu'à l'incidence qui correspond au nouvel axe optique dans l'air. Pour cette direction, les composantes privilégiées sont circulaires, comme pour l'axe du quartz non comprimé. Au delà de cette direction, la différence de marche reparaît.

M. Beaulard a pu déduire de ses expériences le coefficient d'élasticité optique suivant l'axe primitif et les valeurs des indices principaux.

A. WITZ. — Rendement photogénique des foyers de lumière, p. 1506.

Nous n'avons aucun moyen de déterminer le rendement photogénique absolu d'une source lumineuse, c'est-à-dire le rapport de l'énergie lumineuse à l'énergie disponible dans le foyer; mais on peut mesurer les rendements relatifs des diverses sources.

M. Witz a fait cette mesure pour plusieurs d'entre elles. En particulier, tandis que l'arc voltaïque consomme 4^{cal} par carcel-heure, la bougie de l'Étoile en consomme 716 et le bec de gaz à récupération 189. On obtient en brûlant le gaz directement un moindre rendement photogénique qu'en l'employant à actionner une dynamo chargée d'alimenter des foyers électriques, bien que les intermédiaires réduisent alors l'énergie disponible à 0,1 environ de sa valeur.

GUERRE et MARTIN. — Sur un timbre électromagnétique, p. 1508.

L'appareil est constitué par un timbre d'acier dont les vibrations sont entretenues par un électro-aimant. Le son rendu est plus intense que celui d'un diapason.

C. ANDRÉ. — Contribution à l'étude de l'électricité atmosphérique, p. 1509.

M. André trouve qu'à Lyon, depuis 1884, l'amplitude de l'oscillation diurne de l'excès de potentiel électrique atmosphérique est trois fois plus grande que l'amplitude de l'oscillation nocturne par le vent du sud, trois fois plus petite qu'elle par le vent du nord, le ciel étant serein et le vent faible. Les variations de la pression et celles de l'humidité relative subissent des changements analogues.

G. Foussereau.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XXVIII; mars 1893.

Savélief. — *Sur le degré de précision que l'on peut atteindre dans les observations actinométriques*, p. 394.

H. Abraham. — *Addition au Mémoire* « Sur une nouvelle détermination du rapport *v* », p. 432.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXV; mars 1893.

L. Boltzmann. — *Sur l'équilibre de la force vive*, IIIe Partie, p. 153.

CARL BARUS. — *Les constantes de la fusion des roches ignées,* IIe Partie. *Contraction des roches ignées fondues dans la solidification*, p. 173.

RYDBERG. — *Sur une certaine asymétrie que présentent les réseaux concaves du professeur Rowland,* p. 190.

BALY. — *Séparations et stries dans les gaz raréfiés sous l'influence de la décharge électrique,* p. 200.

GLADSTONE. — *Notes sur quelques déterminations récentes de réfraction et de dispersion moléculaire,* p. 204.

F. SMITH. — *Emploi de résistances élevées avec le galvanomètre d'Arsonval,* p. 210.

W. SUTHERLAND. — *Les lois de la force moléculaire,* p. 211.

CARL BARUS. — *Les constantes de la fusion des roches ignées,* IIIe Partie. *Capacité calorifique des roches ignées, et son rapport avec la relation entre la pression et la température de fusion,* p. 296.

Wiedemann's Annalen.

T. XLVIII, n° 2; 1893.

A. HEYDWEILLER. — *Sur le passage de l'électricité à travers les gaz. 4. Potentiels de décharge,* p. 213.

H.-E.-J.-G. DU BOIS et H. RUBENS. — *Galvanomètre astatique modifié,* p. 236.

A. FŒPPL. — *Théorie du magnétisme rémanent,* p. 252.

L. SILBERSTEIN. — *Sur le mouvement d'un corps électrisé dans un diélectrique,* p. 262.

F. PASCHEN. — *Recherches bolométriques dans le spectre des réseaux,* p. 272.

P. GLAN. — *Sur la loi fondamentale des couleurs complémentaires,* p. 307.

C. BARUS et E.-A. SCHNEIDER. — *Propriétés de l'argent solide colloïdal par rapport au courant électrique,* p. 327.

J. ELSTER et H. GEITEL. — *Observations de la chute de potentiel dans l'atmosphère et de la radiation solaire ultra-violette,* p. 338.

C. CHRISTIANSEN. — *Appareil pour la mesure de l'équivalent mécanique de la chaleur,* p. 374.

A. RAPS. — *Expériences avec la machine pneumatique à mercure automatique,* p. 377.

P. CULMANN. — *Sur l'exactitude d'une loi énoncée par Kirchhoff dans la théorie de l'électromagnétisme,* p. 380.

A. WINKELMANN. — *Sur l'usage et le mode d'emploi du téléphone dans les méthodes électriques de zéro,* p. 384.

TABLE DES MATIÈRES.

MARS 1893.

19309 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME II. — AVRIL 1893.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
11, RUE RATAUD, 11.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les vingt premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, se vendent séparément........................ 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

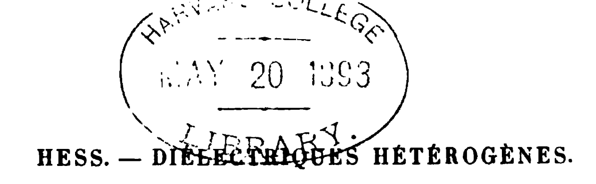
Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale............ 15 fr.
Autres pays.. 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. CH. BRISSE, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. BOUTY, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. BRISSE, rue Vauquelin, 18.



SUR LES DIÉLECTRIQUES HÉTÉROGÈNES;

PAR M. A. HESS.

La théorie des diélectriques composés donnée par Maxwell est féconde en conséquences intéressantes. Elle contient implicitement l'explication de plusieurs phénomènes dont le processus intime est resté très longtemps obscur.

L'un de ces phénomènes est celui connu sous le nom de *résidu*. Un diélectrique chargé n'abandonne pas en une seule décharge rapide toute la quantité d'électricité qu'il contient; il faut, au contraire, un grand nombre de décharges successives pour l'en débarrasser complètement. Toutefois, cette considération ne suffit pas à caractériser le phénomène du résidu : un condensateur à diélectrique parfait, tout en ne formant pas de résidu, n'abandonne sa charge que par une décharge prolongée à l'infini. La véritable caractéristique du résidu est l'augmentation de la différence de potentiel qui se produit pendant la période d'isolement après une première décharge.

Dans le cas étudié par Maxwell, on suppose le diélectrique formé par la superposition d'un nombre indéfini de couches de nature différente, chacune des substances ayant son pouvoir inducteur et sa résistance spécifique propres [1]. L'égalité de l'intensité du courant dans toutes les couches permet d'écrire, en appelant ε, ε', ε'', ... les chutes de potentiel entre les faces des différentes couches, k, k', k'', ... leurs pouvoirs inducteurs et r, r', r'', ... leurs résistances spécifiques :

$$\frac{k}{4\pi}\frac{d\varepsilon}{dt}+\frac{\varepsilon}{r}=\frac{k'}{4\pi}\frac{d\varepsilon'}{dt}+\frac{\varepsilon'}{r'}=\frac{k''}{4\pi}\frac{d\varepsilon''}{dt}+\frac{\varepsilon''}{r''}=\ldots.$$

Dans le cas particulier où les produits kr sont égaux

$$kr=k'r'=k''r''=\ldots=\text{A},$$

on voit que

$$\frac{1}{r}\left(\frac{\text{A}}{4\pi}\frac{d\varepsilon}{dt}+\varepsilon\right)=\frac{1}{r'}\left(\frac{\text{A}}{4\pi}\frac{d\varepsilon'}{dt}+\varepsilon'\right)=\frac{1}{r''}\left(\frac{\text{A}}{4\pi}\frac{d\varepsilon''}{dt}+\varepsilon''\right)=\ldots.$$

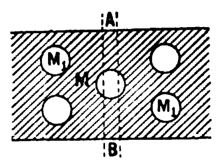
[1] La coexistence du pouvoir diélectrique et de la conductibilité a été mise hors de doute par les expériences de MM. Cohn et Arons et de M. Bouty.

Les différences de potentiel varient donc parallèlement, c'est-à-dire qu'elles sont entre elles dans un rapport invariable avec le temps. Aucune d'elles ne peut donc s'annuler ou devenir négative sans que la somme des tensions devienne elle-même nulle ou négative, ce qui exclut la formation du résidu, comme on le verra plus loin. Ce cas est d'ailleurs celui des substances diélectriques homogènes.

En restreignant à deux le nombre des substances composantes, nous pouvons, tout en évitant une complication exagérée du calcul, donner un aperçu des diverses actions qui interviennent dans l'électrification d'un diélectrique. En outre, pour rendre les produits kr très inégaux, nous admettrons que l'une des substances est infiniment résistante. Les deux corps peuvent d'ailleurs être mélangés d'une façon quelconque; on peut toujours ramener le système à celui de deux couches superposées.

Prenons donc une lame formée d'un mélange de deux diélectriques. Dans une masse de substance M sont noyées des particules d'une autre substance M_1 (*fig.* 1). La substance M, douée

Fig. 1.



d'un certain pouvoir inducteur, possède une résistance infinie. Les corpuscules, au contraire, sont conducteurs, et ont également une certaine capacité inductive spécifique.

Si nous découpons dans cette lame un petit cylindre AB, nous obtenons un corps constitué par la superposition de couches alternativement isolantes et conductrices. Les couches de même nature peuvent être réunies sans que le système soit modifié au point de vue électrique. Finalement, il nous suffit de considérer deux couches représentant la réunion en cascade de deux condensateurs (*fig.* 2), l'un de capacité C et de résistance infinie (substance isolante), l'autre de capacité C′ et de résistance intérieure ρ' ou shunté par une résistance ρ' (corpuscule conducteur).

Examinons ce qui se passe lorsqu'on charge ce système AB, en

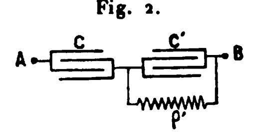
le plaçant dans un circuit de résistance R et contenant une force électromotrice constante E. La charge du premier condensateur s'opère d'après

(1) $$C\,d\varepsilon = I\,dt,$$

celle du second d'après

(2) $$C'\,d\varepsilon' = I\,dt - \frac{\varepsilon'}{\rho'}\,dt,$$

Fig. 2.



en appelant ε et ε' les différences de potentiel respectives aux armatures des deux condensateurs; de plus

(3) $$\varepsilon + \varepsilon' = E - RI.$$

Par la combinaison de (1), (2), (3), nous obtenons l'équation différentielle

$$RC'\frac{d^2\varepsilon'}{dt^2} + \left(1 + \frac{R}{\rho'} + \frac{C'}{C}\right)\frac{d\varepsilon'}{dt} + \frac{\varepsilon'}{\rho' C} = 0.$$

La solution générale de cette équation est donnée par

$$\varepsilon' = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t},$$

α_1 et α_2 étant les racines de l'équation du second degré

$$RC'\alpha^2 + \left(1 + \frac{R}{\rho'} + \frac{C'}{C}\right)\alpha + \frac{1}{\rho' C} = 0,$$

c'est-à-dire

$$\alpha = \frac{-\left(1 + \frac{R}{\rho'} + \frac{C'}{C}\right) \pm \sqrt{\left(1 + \frac{R}{\rho'} + \frac{C'}{C}\right)^2 - 4\frac{R}{\rho'}\frac{C'}{C}}}{2RC'}.$$

Dans le cas particulier correspondant à $t = 0$, nous avons $\varepsilon' = 0$, les condensateurs étant supposés non chargés. Il en résulte

$$A_1 = -A_2.$$

De (2) nous tirons une expression de l'intensité de charge

$$I = C'A_1(\alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t}) + \frac{A_1}{\rho'}(e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}).$$

La solution particulière $I = \frac{E}{R}$ pour $t = 0$ nous permet de déterminer A_1

$$\frac{E}{R} = C'A_1(\alpha_1 - \alpha_2),$$
$$A_1 = \frac{E}{RC'(\alpha_1 - \alpha_2)}.$$

de sorte que nous pouvons écrire en définitive, après quelques transpositions,

$$I = \frac{E}{R(\alpha_1 - \alpha_2)}\left[\left(\alpha_1 + \frac{1}{C'\rho'}\right)e^{\alpha_1 t} - \left(\alpha_2 + \frac{1}{C'\rho'}\right)e^{\alpha_2 t}\right],$$
$$\varepsilon' = \frac{E}{RC'(\alpha_1 - \alpha_2)}(e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}),$$
$$\varepsilon = E\left\{1 - \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2}\left[\left(\alpha_1 + \frac{1}{C'\rho'} + \frac{1}{C'R}\right)e^{\alpha_1 t} - \left(\alpha_2 + \frac{1}{C'\rho'} + \frac{1}{C'R}\right)e^{\alpha_2 t}\right]\right\}.$$

Les coefficients α_1 et α_2 sont toujours négatifs, le radical étant toujours plus petit que le terme entre parenthèses; les termes $e^{\alpha t}$ diminuent donc avec le temps. De plus, les racines ne peuvent pas être imaginaires.

J'ai représenté dans la *fig.* 3 les courbes de ε et de ε' en fonction du temps. Les constantes, choisies de manière à accentuer les particularités de ces courbes, sont en unités C.G.S. électromagnétiques

$$C = 10^{-12}, \quad R = 10^{13},$$
$$C' = 10^{-12}, \quad \rho' = \frac{10^{14}}{2}, \quad E = 2 \times 10^{10}.$$

La courbe de ε' présente une forme intéressante; elle montre qu'au début la différence de potentiel du condensateur C' monte rapidement, mais que cet accroissement se trouve de plus en plus entravé par la perte d'une partie de la charge à travers la résistance intérieure ρ', et qu'à partir d'un certain moment la perte est supérieure au gain apporté de l'extérieur. La différence de potentiel ε' passe donc par un maximum, qui a lieu pour

$$t = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} L \frac{\alpha_2}{\alpha_1}.$$

Dans le cas particulier considéré, nous avons

$$\alpha_1 = -0{,}0095,$$
$$\alpha_2 = -0{,}2105$$

et pour ε'_{max}

$$t = 15,4 \text{ secondes.}$$

Pour un temps double du précédent la courbe ε' présente un point d'inflexion, à partir duquel elle tend à devenir asymptotique à l'axe des abscisses.

La courbe de ε, tension aux bornes du condensateur C, croît, mais évidemment beaucoup moins rapidement qu'elle ne le ferait si ce condensateur était seul en circuit. La somme $(\varepsilon + \varepsilon')$, ou la différence de potentiel de l'ensemble, augmente donc très lentement, et atteint la valeur E à l'infini, toute la charge se trouvant alors sur le condensateur C, ε' étant devenu nul et $\varepsilon = E$. La courbe de l'intensité varie, en sens contraire, avec la même lenteur que $(\varepsilon + \varepsilon')$ (1).

A la suite de ses recherches sur la conductibilité des cristaux, M. J. Curie (2) s'est servi, pour représenter la fonction reliant l'intensité du courant au temps, de la formule

$$I = at^{-n},$$

a et n étant des constantes. On saisit mieux la signification de cette relation, comme l'a fait remarquer M. Curie, si l'on donne une grande extension au début et une importance d'autant moindre aux temps qu'ils sont plus éloignés du début, en prenant les logarithmes des deux membres. On peut alors considérer la fonction

$$\log I = \log a - n \log t,$$

et l'on voit que la courbe du logarithme de l'intensité en fonction du logarithme du temps est une droite, entre certaines limites. C'est un résultat expérimental obtenu par M. Curie pour un grand nombre de cristaux et que j'ai vérifié pour la gutta, la paraffine et le caoutchouc.

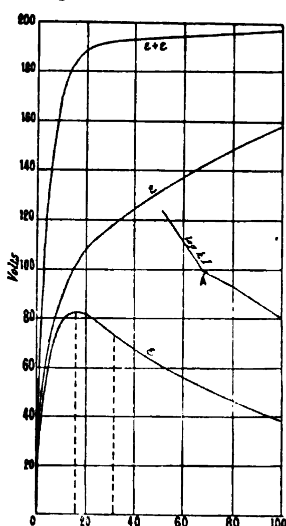
---

(1) Parmi les cylindres que l'on peut découper dans la masse hétérogène normalement aux armatures du condensateur, quelques-uns peuvent être formés uniquement d'une des deux substances du mélange. Il conviendrait donc, pour étendre les calculs à la lame entière, d'ajouter au schéma des deux condensateurs en série un troisième condensateur placé en dérivation sur le système entier. Le calcul montre que les phénomènes conservent dans ce cas la même allure générale que dans le cas précédemment traité.

(2) Thèse de doctorat, juin 1888.

Or, si nous prenons les logarithmes des ordonnées de notre courbe théorique et si nous les représentons en fonction des logarithmes des temps, comme le montre la courbe log*k*I (*fig.* 3),

Fig. 3. — Charge de deux condensateurs en série.



nous obtenons une droite, du moins entre certaines limites. M. Curie a d'ailleurs constaté des exceptions à cette loi, notamment pour le spath, dont la courbe logarithmique est concave vers l'axe des abscisses. En modifiant convenablement les valeurs relatives des capacités, on peut passer des courbes théoriques du type général à celles dont la conductibilité du spath est un exemple.

Si l'on admet que la loi hyperbolique, aussi mise en évidence par M. Bouty, continue à représenter les faits au delà des limites entre lesquelles elle a été vérifiée, on remarque que la quantité d'électricité condensée pendant la charge tend vers l'infini avec le temps, bien que l'intensité du courant de charge tende vers zéro. C'est là un point qu'il sera intéressant d'élucider, car dans la théorie de Maxwell la quantité tend vers une limite finie en même temps que l'intensité tend vers zéro.

Absorption et résidu.

Examinons à quel genre d'actions correspondent, d'après la théorie que nous envisageons, les phénomènes de l'absorption électrique et du résidu. A cet effet, étudions successivement les périodes de charge, de première décharge, d'isolement et de décharge résiduelle d'un diélectrique. Les quatre parties des courbes de la *fig.* 4 correspondent à ces diverses périodes.

Charge. — Nous l'avons déjà étudiée en partie. Notons que, durant cette période, tout se passe comme si la capacité du système augmentait à mesure qu'il absorbe l'électricité. Le quotient de la quantité d'électricité par la différence de potentiel est ici ce que l'on peut appeler la capacité *apparente* (γ) du système

$$\gamma = \frac{Q}{\varepsilon + \varepsilon'},$$

qui est loin d'être une constante et varie avec le temps.

A l'origine, $\gamma = \frac{CC'}{C + C'}$, c'est-à-dire est égal à la vraie valeur de la capacité du système ; pendant toute la durée de la charge, la capacité apparente augmente, comme on peut le voir sur la *fig.* 4. On sait d'ailleurs que l'on s'approche d'autant plus, dans les mesures, du pouvoir inducteur vrai, que l'on emploie des charges de plus courte durée. La charge, poussée à bout, donne $\gamma = C$.

Comme on le voit, la capacité apparente peut varier entre $\frac{CC'}{C + C'}$ et C, c'est-à-dire entre des limites plus ou moins considérables selon la valeur de C'.

Décharge. — Arrêtons la charge en supprimant la force électromotrice sans modifier la résistance du circuit extérieur. Les équations

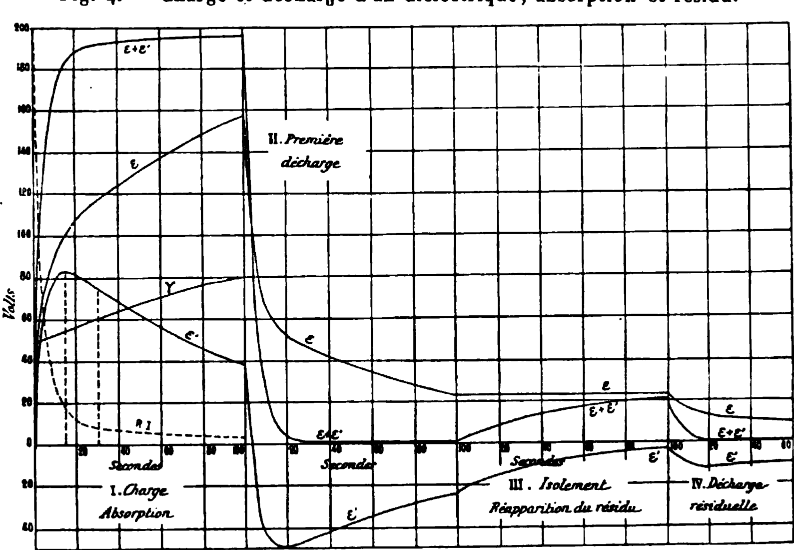
$$-C' d\varepsilon' = I\,dt + \frac{\varepsilon'}{\rho'}\,dt,$$
$$-C\,d\varepsilon = I\,dt,$$
$$\varepsilon + \varepsilon' = RI$$

donnent

$$\varepsilon' = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t},$$

où α_1 et α_2 sont les deux constantes que nous avons rencontrées plus haut. Mais, comme nous avons arrêté la charge avant qu'elle fût complète (à 100^s), les constantes A_1 et A_2 acquièrent des valeurs différentes de celles qu'elles avaient dans les équations de charge.

Fig. 4. — Charge et décharge d'un diélectrique; absorption et résidu.



Exprimons d'abord la valeur de I :

$$I = -C'(\alpha_1 A_1 e^{\alpha_1 t} + \alpha_2 A_2 e^{\alpha_2 t}) - \frac{1}{\rho'}(A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}).$$

Or, pour $t = 0$,

$$\varepsilon'_0 = A_1 + A_2,$$

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon'_0}{R} = -C'(\alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2) - \frac{\varepsilon'_0}{\rho'},$$

d'où

$$A_1 = -\frac{\varepsilon_0 + \varepsilon'_0\left(1 + RC'\alpha_2 + \frac{R}{\rho'}\right)}{RC'(\alpha_1 - \alpha_2)},$$

$$A_2 = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon'_0\left(1 + RC'\alpha_1 + \frac{R}{\rho'}\right)}{RC'(\alpha_1 - \alpha_2)}.$$

La partie II de la *fig.* 4 représente les fonctions ε, ε' et $\varepsilon + \varepsilon'$ pour la décharge; on remarquera que I coïncide à un facteur près

avec $\varepsilon + \varepsilon'$. ε' passe par les mêmes phases que pendant la charge, mais en sens opposé, c'est-à-dire que la différence de potentiel aux bornes du condensateur C′ diminue, devient nulle à un certain moment, et prend ensuite des valeurs négatives; en valeur absolue on doit donc la retrancher de la tension ε aux bornes de C, de sorte que la somme algébrique $\varepsilon + \varepsilon'$ est inférieure à ε et tombe rapidement à des valeurs très faibles.

La quantité d'électricité que contient le système est $Q = \varepsilon C$; elle varie donc, comme pendant la charge, proportionnellement à ε; et si le système ne se charge que lentement, il est aussi très long à abandonner sa charge.

Si la charge a été prolongée jusqu'à ce que la tension ε' se soit annulée et que ε soit devenu égal à la force électromotrice extérieure, la courbe de l'intensité de décharge est identique à la courbe de l'intensité de charge.

Il y a ici une remarque intéressante à faire : A une même valeur de ε, ou de la quantité d'électricité εC, correspondent deux valeurs différentes de la différence de potentiel $(\varepsilon + \varepsilon')$, selon qu'elle est considérée pendant la charge ou pendant la décharge; la charge est en retard par rapport à la différence de potentiel du système. Ce fait résulte d'ailleurs de la variation de la capacité apparente; on voit qu'il n'est dû, dans le cas considéré, ni à une hystérésis proprement dite, ni à une viscosité moléculaire, mais simplement à l'hétérogénéité du diélectrique.

Isolement. — La décharge ayant été prolongée jusqu'à ce que l'intensité du courant soit devenue excessivement faible, ouvrons le circuit et isolons le système. C'est pendant cette période que l'on constate la *réapparition lente du résidu* ou son *retour à la surface*.

Considérons la partie III de nos courbes. La différence de potentiel ε est évidemment invariable; ε', au contraire, doit diminuer, en valeur absolue, d'après la loi

$$\varepsilon' = \varepsilon'_0 e^{-\frac{t}{C'\rho'}}.$$

La courbe de ε' se trouvant au-dessous de l'axe des t, la somme algébrique $(\varepsilon + \varepsilon')$ *augmente;* on trouve donc bien, par le calcul,

le résultat que l'expérience a permis d'observer : *la différence de potentiel entre les deux faces de la lame diélectrique augmente pendant la période d'isolement.*

Décharge résiduelle. — Il suffit donc de refermer le circuit extérieur pour permettre à cette augmentation de tension de se manifester sous la forme d'une deuxième décharge, dite *résiduelle,* qui s'effectue d'après les mêmes lois que la première décharge. Une nouvelle période d'isolement fera réapparaître une nouvelle quantité de *résidu*, et ainsi de suite.

Comme nous le disions plus haut, dans le cas où $C\rho = C'\rho'$, il ne se produit pas de résidu. ε et ε' étant dans un rapport constant, ε' ne peut devenir négatif, de sorte que, pendant la période d'isolement, la différence de potentiel $(\varepsilon + \varepsilon')$ diminue au lieu d'augmenter. Pour des résistances ρ et ρ' à coefficients de température différents, les produits $C\rho$ et $C'\rho'$ peuvent être écartés ou rapprochés l'un de l'autre en faisant varier la température. Un même corps donnerait donc ou non du résidu selon la température à laquelle il serait porté.

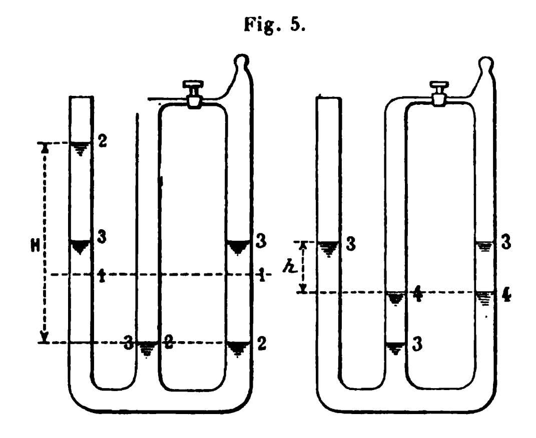
Lorsque la structure du corps est telle que l'une des substances est disposée en filets parallèles aux lignes de force et traversant d'une armature à l'autre, le diélectrique, quoique composé, ne donne pas de décharges résiduelles; ce cas correspond à celui de deux condensateurs couplés en quantité entre eux et avec une résistance.

Une expérience très simple m'a permis de vérifier l'exactitude de ces considérations théoriques. Deux condensateurs à mica, l'un de 0,1, l'autre de 0,5 microfarad sont reliés en série; entre les armatures de ce dernier est placée une résistance en graphite de 100 mégohms. Ce système ne se charge que très lentement; de plus, après une première décharge, il suffit de le laisser isolé pendant un temps plus ou moins long, pour pouvoir en tirer une décharge résiduelle, et l'on peut répéter ces décharges un grand nombre de fois sans nouvelle charge préalable.

Les variations de potentiel dont ce système est le siège peuvent être représentées par les variations de niveau d'un liquide dans une combinaison de vases communiquants comme celle représentée par la *fig.* 5. Un tube en U est l'analogue hydraulique d'un con-

densateur; les deux branches y représentent les armatures, les niveaux sont à la place des potentiels et la section des tubes est comparable à la capacité. Pour représenter les trois armatures consécutives des deux condensateurs en série, on peut donc prendre un tube à trois branches (*fig.* 5), dont deux sont reliées

Fig. 5.



entre elles à leur partie supérieure par un tube de très petite section, remplaçant la résistance entre les armatures d'un des condensateurs.

Au début, les niveaux sont dans la position 1, 1; il suffit d'exercer une pression dans l'une des branches extrêmes, par exemple celle de droite, pour charger le système. Les niveaux des deux branches shuntées descendent et celui de la troisième branche s'élève (position 2). On a établi ainsi une différence de pression H. La décharge instantanée correspond à l'égalisation brusque des deux niveaux extrêmes lorsqu'on cesse d'exercer une pression (position 3); on voit que pendant cette décharge la différence des niveaux des branches de droite change de sens.

On isole le système en fermant la branche H ou h; pendant l'isolement, les niveaux des deux branches shuntées tendent à s'égaliser (position 4) en même temps qu'il s'établit peu à peu une différence de niveau h, de même sens que la première H. C'est cette différence qui donne lieu à la décharge résiduelle, qui peut être répétée après une nouvelle période d'isolement.

Variations de l'isolement apparent.

Trompé par l'excessive lenteur des variations du courant de charge, on a très souvent attribué les dernières intensités observées à la conductibilité du diélectrique. On a été ainsi amené à considérer le quotient de E par I, ou de la force électromotrice extérieure par l'intensité au temps t, comme représentant la *résistance d'isolement*. Toutefois, pour un très grand nombre de corps, l'intensité du courant tend très lentement vers zéro (¹); on ne saurait donc appliquer la loi d'Ohm avant que la charge soit complète, et le quotient E : I ne représente la résistance d'isolement que pour un temps infini; nous le désignerons par *isolement apparent*.

Une particularité bien connue des corps isolants est la diminution très rapide de leur isolement apparent lorsque la température de ces corps s'élève. Si l'on considère que les parties conductrices sont généralement formées par des électrolytes à coefficient de température négatif, on voit que les intensités de charge doivent augmenter avec la température. Lorsqu'on trace les courbes $\log I$ en fonction de $\log t$ pour diverses températures, on constate, d'après la théorie comme d'après l'expérience, que la brisure des courbes est d'autant plus rapprochée du début que la température est plus élevée.

Les mesures de l'isolement apparent effectuées avec des forces électromotrices de valeurs différentes ont donné des résultats contradictoires. Certains expérimentateurs, parmi lesquels nous citerons MM. Uppenborn et Heim, ont trouvé l'isolement variable avec la force électromotrice employée pour sa mesure. M. J. Curie a montré, au contraire, que les intensités sont rigoureusement proportionnelles aux forces électromotrices; et MM. Preece et Behn-Eschenburg ont confirmé récemment ce résultat.

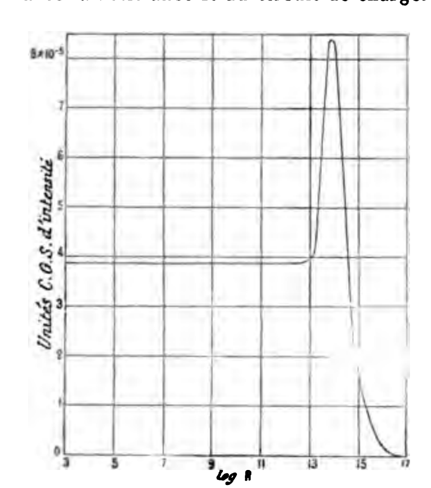
La théorie développée dans ce qui précède permet, je crois, d'expliquer ces divergences. Elle indique que les intensités de charge considérées au même temps t sont proportionnelles aux forces électromotrices, à la condition que, dans les divers cas, *la*

(¹) Pour le mica, par exemple, d'après une expérience de M. Bouty.

résistance du circuit extérieur soit la même. Or, dans les expériences citées, on ne s'est pas préoccupé de la résistance du circuit de mesure que l'on considérait comme négligeable devant celle, très grande, à mesurer, ce qu'il était illégitime d'admettre puisqu'on se trouvait en présence d'un phénomène de charge.

Pour étudier l'influence de la résistance du circuit de charge, j'ai représenté dans la *fig.* 6 la fonction qui relie cette résistance

Fig. 6. — Variation de l'intensité de charge avec la résistance R du circuit de charge.



à l'intensité à un certain temps t. Les valeurs de C et C′ sont les mêmes que plus haut, $\rho' = 10^{11}$ unités C.G.S., et $t = 50^s$. Pour accentuer les variations des ordonnées, j'ai porté en abscisses les logarithmes de R.

On voit que, pour de faibles résistances, l'intensité varie très peu; plus loin, au contraire, elle *augmente* à mesure que la résistance *augmente*. La courbe passe par un maximum et décroît ensuite rapidement jusqu'à zéro pour $R = \infty$. La partie caractérisée par une rapide croissance de la courbe est comprise dans notre cas particulier entre $R = 10^{13}$ et $R = 10^{14}$ environ, c'est-à-dire que la résistance, dans cette partie, varie du simple au décuple.

Si donc les piles servant à la mesure ont une faible résistance intérieure, on peut en faire varier le nombre sans que l'intensité en varie autrement que dans le rapport des forces électromotrices;

l'isolement apparent sera donc trouvé constant. C'est le cas des expériences de M. Curie qui se servit de piles au bichromate et dont le quartz piezoélectrique agit comme un condensateur au début de sa charge et n'introduit pas de résistance en circuit.

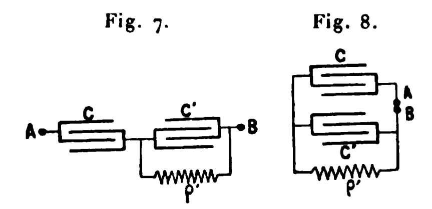
Les premiers expérimentateurs cités employaient, au contraire, des piles à grande résistance intérieure; ils pouvaient se trouver dans la partie rapidement ascendante de la courbe où toute augmentation de la résistance augmente l'intensité. En faisant varier leur nombre d'éléments, et avec lui la résistance du circuit, l'intensité devait varier plus rapidement que proportionnellement à E, et pour une force électromotrice grandissante le quotient E : I devait diminuer. L'isolement apparent (non l'isolement réel) variait donc avec la tension.

Des faits analogues s'observent à la décharge : celle-ci n'est pas d'autant plus rapide que la résistance extérieure est plus petite, il existe une certaine résistance pour laquelle l'intensité de décharge, à un temps déterminé, est maxima, et cette résistance n'est pas $R = 0$. Aussi, lorsqu'un condensateur a été chargé, ce n'est pas en mettant ses armatures en court circuit qu'on le décharge le plus aisément.

J'ai observé ce fait, entre autres, sur un câble à gutta-percha; après une courte charge, ce câble fut mis en court circuit pendant seize heures, puis isolé pendant une heure; au bout de ce temps, on obtenait encore au balistique une décharge équivalant au $\frac{1}{500}$ de la charge initiale.

L'examen de notre schéma de deux condensateurs permet d'avoir immédiatement un aperçu des causes de ce fait. Si, après une première charge, on met en court circuit les armatures du condensateur ou les points extrêmes A et B du montage (*fig.* 7),

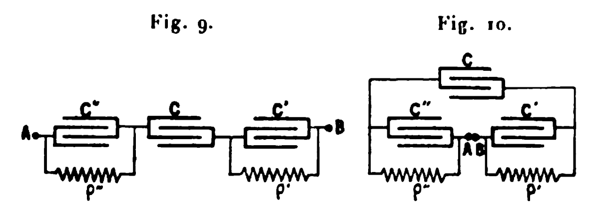
Fig. 7. Fig. 8.



on obtient le schéma (*fig.* 8). On voit que les deux condensateurs, loin de se décharger sur un court circuit, perdent leur

charge à travers la très grande résistance ρ'. Dans le cas plus complexe où nous considérons trois condensateurs en série (*fig.* 9),

Fig. 9. Fig. 10.



la réunion en court circuit des armatures A et B (*fig.* 10) fait que le condensateur C se décharge sur un système tel que $C'\rho'$, $C''\rho''$ qui n'admet que des déplacements très lents d'électricité.

Dans la pratique des câbles électriques, l'habitude est de mettre les armatures en court circuit après chaque mesure de l'isolement. Au bout de plusieurs heures, le câble n'est pas entièrement déchargé et une nouvelle mesure fournit des intensités de charge plus faibles que les précédentes; on est ainsi amené à en conclure que l'isolement augmente dans les premiers jours après la fabrication.

L'isolement apparent subit encore des variations sous diverses autres influences dont l'étude nous entraînerait trop loin. Je n'aborderai pas non plus l'examen des diverses méthodes de mesures de l'isolement; je rappellerai seulement que ni la mesure directe de l'intensité dans les conditions habituelles, ni la mesure de la perte de charge, ne permettent de déterminer la résistance d'isolement réelle. Ces méthodes et plusieurs autres employées ou proposées donnent, dans des conditions d'application différentes, des nombres peu comparables entre eux.

En résumé, l'étude du cas simple d'un mélange de deux diélectriques permet d'approfondir quelques-unes des causes de ces phénomènes si complexes qui accompagnent l'électrification de la plupart des substances diélectriques. Il serait peut-être intéressant de ne pas s'en tenir à ce cas particulier et d'envisager celui, plus général, d'un mélange de *n* substances différentes, si le calcul ne devenait alors d'une complication peu encourageante. D'autre part, l'étude complète devra tenir compte des phénomènes électro-

lytiques, comme les variations de la capacité de polarisation, auxquels peuvent donner lieu quelques-unes des *n* substances d'un corps hétérogène.

UNE NOUVELLE MÉTHODE ASTROPHOTOMÉTRIQUE [1];

PAR MM. E. LAGRANGE ET P. STROOBANT.

I. *Historique.* — Le problème de la détermination de l'intensité lumineuse absolue des étoiles est nécessairement des plus complexes; sa solution dépend de la connaissance d'un grand nombre de facteurs, parmi lesquels nous pouvons citer principalement l'absorption qu'exercent l'atmosphère terrestre et la distance qui nous sépare de ces astres. Or, pour ne parler que de cette dernière, elle n'est connue, et cela dans des limites d'approximation assez larges, que pour quelques étoiles, celles qui possèdent une parallaxe sensible.

Le nombre en est assez restreint : il est d'environ quarante.

Pour les autres étoiles, le problème photométrique se présente sous une face différente. Il ne peut plus être question ici de déterminer l'intensité absolue, mais seulement le rapport de ce que nous appellerons l'*éclat* d'une étoile avec celui d'une autre, qui aura été choisie comme type de comparaison. Cette recherche est d'ailleurs déjà du plus haut intérêt, car les nombres obtenus peuvent servir de base à des études de nature très diverse.

Les anciens astronomes s'étaient occupés de ces déterminations d'éclat relatif, mais d'une manière tout à fait empirique et grossière. Ptolémée rangeait les étoiles dans un certain nombre de classes de *grandeurs* différentes, et entendait par ce mot *grandeur* l'éclat que les étoiles présentent à l'œil nu. Ce terme, qui peut prêter à confusion, tend à être remplacé aujourd'hui par le mot *magnitude*.

Lorsque la lunette eut été, sinon inventée, du moins pourvue d'un grossissement suffisant par Galilée, on la dirigea vers le ciel, où elle fit découvrir des milliers d'étoiles nouvelles que l'œil ne

---

(1) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3e série, t. XXIII, n° 6, p. 811-827; 1892.

pouvait apercevoir. En même temps, le nombre des magnitudes s'accrut, et chacune d'elles fut subdivisée en un certain nombre de fractions. Ptolémée rangeait les étoiles en six classes de magnitudes décroissantes; à partir de Galilée, il y en eut douze et leur nombre s'est encore accru depuis, avec le progrès des instruments d'optique.

L'apparition des méthodes photométriques pour mesurer l'éclat relatif des étoiles ou des astres du système solaire ne date que de la fin du XVII[e] siècle. Nous rappellerons en peu de mots les principales méthodes proposées, en nous restreignant à celles qui ont été suivies d'applications et qui ont donné des résultats d'une certaine valeur.

L'idée la plus simple qui se présentait à l'esprit pour obtenir le rapport numérique entre les éclats de deux étoiles ou d'une étoile et du Soleil ou de la Lune était d'employer des diaphragmes appropriés. Huygens (1698) [1], par exemple, voulant déterminer l'éclat relatif de Sirius et du Soleil, diaphragmait circulairement celui-ci, jusqu'à obtenir l'égalité d'éclat. Un procédé semblable fut employé par de Humboldt (1802) [2], Reissig (1808) [3] et W. Herschel (1817) [4]. On peut aussi éteindre les étoiles séparément en employant des diaphragmes de plus en plus étroits et comparer leur éclat par les surfaces limites de ces diaphragmes. C'est ce que fit Vidal (1805) [5]. Nous pouvons rattacher à ces procédés celui préconisé par Knobel [6], qui emploie un diaphragme triangulaire et équilatéral à surface variable. John Herschel a remarqué que la présence d'un diaphragme affectant cette forme donne aux étoiles un aspect particulier : elles prennent l'apparence d'un petit disque bien net d'où partent six rayons fort réguliers et faisant entre eux un angle de 60°.

Sir J. Herschel (1847) [7] employa, au Cap de Bonne-Espérance,

---

(1) HUYGENS, *Opera varia*, t. II, p. 718. Lyon, 1724.
(2) A. DE HUMBOLDT, *Connaissance des Temps*, p. 414; 1804.
(3) REISSIG, *Berliner astr. Jahrbuch*, p. 272; 1811.
(4) W. HERSCHEL, *Philosoph. Transactions*, p. 302; 1817.
(5) VIDAL, *Connaissance des Temps*, p. 334; 1807.
(6) KNOBEL, *Monthly Notices*, t. XXXV, p. 100.
(7) J. HERSCHEL, *Results of astronomical observations made at the Cape of Good Hope*, 1847.

un photomètre, qu'il appelle assez improprement *astromètre,* et fondé sur un principe un peu différent. Il compare l'éclat d'une étoile à celui d'une image de la Lune ou de Jupiter, ramenée à un point lumineux, au moyen d'une lentille à court foyer; l'observateur s'écarte ou s'approche de cette image, jusqu'à ce que son éclat lui paraisse égal à celui de l'étoile. Si l'on fait cette observation pour deux étoiles, leur intensité relative est en raison inverse des carrés des distances de l'œil au foyer de la lentille, au moment où l'on apprécie l'égalité d'éclat entre chacune des étoiles et l'image de comparaison. De l'aveu même de Herschel, cette méthode est d'une application extrêmement difficile.

Steinheil (1836) (1) modifia la méthode de J. Herschel et construisit un photomètre à prismes, qui repose sur les deux principes suivants : l'éclat relatif des étoiles y est déterminé sans passer par une étoile artificielle, et en second lieu on y compare non pas directement l'éclat de deux points lumineux, mais bien celui de deux surfaces lumineuses finies.

Les images des deux étoiles à comparer sont produites par les deux moitiés séparées de l'objectif, vers lesquelles leur lumière est ramenée par deux prismes. En faisant mouvoir les deux moitiés de l'objectif dans le sens de l'axe de l'instrument, on amène les deux images à l'égalité d'éclat. Le rapport des éclats est inverse de celui des carrés des déplacements.

Le photomètre de Steinheil ne peut pas être d'un usage général; les prismes nécessaires pour amener la lumière des étoiles dans l'instrument sont absorbants, et inégalement pour les deux étoiles. A ce dernier point de vue, il paraît toujours préférable d'avoir recours à un procédé de comparaison à une étoile artificielle, en supposant, bien entendu, que cette source puisse être considérée comme constante ou que l'on possède le moyen de tenir compte de sa variation d'intensité lumineuse.

C'est ce que Zöllner (1861) (2) a cherché à réaliser dans son astrophotomètre. Le premier modèle de cet instrument emploie, comme source lumineuse artificielle constante, une lampe à gaz

(1) VON STEINHEIL, *Abhandl. der math. physik. Classe des Baier. Akademie des Wissenschaften*, t. II, p. 24.

(2) ZÖLLNER, *Grundzüge einer allgemeinen Photometrie der Himmels*.

qui brûle un mélange de composition définie, s'échappant à une pression donnée d'un orifice de section constante. La hauteur de la flamme est contrôlée au moyen d'une lunette.

Cette source artificielle est placée sur le côté d'une lunette astronomique dont la paroi, percée d'une ouverture circulaire, porte un tube contenant trois nicols et une lentille. Un miroir de verre transparent est fixé sur l'axe de la lunette et incliné à 45° sur cet axe. On peut obtenir ainsi, à la même distance que celle de l'image d'une étoile vue directement, l'image d'un diaphragme placé vis-à-vis de la source lumineuse. Le premier nicol polarise la lumière de cette source; au moyen du second, qui est mobile, on amène l'éclat du diaphragme à égaler celui de l'étoile, et, comme l'on mesure la rotation du nicol, on peut arriver ainsi à comparer les éclats de deux étoiles. Le troisième nicol sert à dépolariser les rayons émergents des deux premiers et que la réflexion sur le miroir transparent polarise toujours un peu.

En 1865, Zöllner fit connaître une autre disposition photométrique, qui différait de la précédente en ce que la source artificielle était une lampe à pétrole; les lumières émises par l'étoile et la source étaient, par réflexion, polarisées à angle droit, et un nicol placé devant l'oculaire amenait, par sa rotation, les deux demi-champs de la lunette à la même intensité lumineuse.

Zöllner est un des premiers astronomes dont les méthodes photométriques aient servi de base à un véritable catalogue d'étoiles; lui-même et d'autres, tels que Rosen (1869) (¹), Lindemann (1873) (²), ont fait un usage étendu de cet instrument. D'autres savants, tels que Seidel (1867) et Leonhard (³), ont donné des mesures faites avec l'appareil de Steinheil.

Après Zöllner, l'astronome qui s'est le plus occupé de photométrie est Pickering (⁴), directeur de l'Observatoire de Harvard College. Il a entrepris, en 1877 particulièrement, une série d'observations sur les étoiles doubles et la lumière des planètes; il se ser-

---

(¹) Rosen, *Studien und Messungen an einem Zölln. Astrophotom.* (*Bull. Acad. des Sciences de Saint-Pétersbourg*, t. XIV, p. 95; 1870).

(²) Lindemann, *Obs. au photomètre de Zöllner* (*Ibid.*, t. XVIII, p. 31; 1874).

(³) *Abhandl. der math. Classe der Baier. Akad.* Munich, t. X, p. 201; 1870.

(⁴) Pickering, *Annals of the astronomical observatory of Harvard College*, t. XI, Part. I, 1879, et t. XIV, Part. I, 1884.

vit, à cette occasion, d'un certain nombre de photomètres dont les principes ne diffèrent pas essentiellement de ceux des instruments que nous avons eu à citer jusque maintenant.

Le premier photomètre employé par lui consistait en un nicol attaché à un prisme biréfringent et pouvant tourner autour de son axe. Lorsque deux objets lumineux sont vus au travers de cet instrument, on obtient dans le prisme deux images de chacun d'eux; en tournant le nicol, on peut toujours ramener à l'égalité d'éclat deux images de deux étoiles nécessairement voisines. M. Pickering a étudié avec beaucoup de soin l'influence que les positions respectives du prisme et du nicol, par rapport à l'objectif et à l'oculaire, peuvent avoir sur l'absorption.

En 1878, M. Pickering imagina un spectro-photomètre basé sur le même principe.

Tous ces photomètres sont soumis à l'inconvénient d'une absorption énorme qui monte jusqu'à 60 pour 100. M. Pickering a, pour éviter cet inconvénient, disposé un autre instrument qui repose sur le principe de l'étoile artificielle. L'image d'une étoile brillante est produite dans le télescope au moyen d'une petite lunette perpendiculaire à l'axe et de deux prismes, de manière à venir se placer côte à côte avec l'image de l'étoile faible dont on veut déterminer l'éclat. On diminue l'éclat de l'étoile brillante au moyen d'un diaphragme, jusqu'à obtenir l'égalité.

De 1879 à 1882, M. Pickering a effectué, au moyen d'une lunette méridienne, la comparaison des éclats de quatre mille étoiles du ciel boréal, toutes d'une magnitude comprise entre la première et la sixième.

Comme dans ses précédentes observations, il n'a pas recouru à une source de lumière artificielle. Il a pris comme étoile étalon, lorsqu'il le pouvait, α *Ursæ minoris*, et, dans tous les cas, une étoile. Le photomètre qu'il employait consistait en une lunette horizontale à deux objectifs égaux, devant lesquels sont placés deux prismes qui y renvoient la lumière de α *Ursæ minoris*, et de l'étoile à mesurer. Les deux faisceaux émergents rencontrent un prisme biréfringent, et l'on use encore d'un nicol comme précédemment.

Enfin, en 1882, M. Pickering a fait connaître la nouvelle forme qu'il donne à son photomètre : les deux prismes y sont remplacés

par deux miroirs; l'auteur propose d'employer comme étoile de comparaison λ *Ursæ minoris*.

En 1881, M. Pritchard ([1]), professeur d'Astronomie à Oxford, proposa l'emploi d'un nouvel instrument, dont voici le principe :

Lorsque la lumière traverse un milieu homogène, elle subit une absorption croissante avec l'épaisseur du milieu et qui répond à une loi exponentielle : Si L, L' sont les intensités incidentes et émergentes d'un faisceau de lumière qui traverse normalement un milieu à faces parallèles dont l'épaisseur est τ, on a

$$\log\frac{L}{L'} = K\tau.$$

Si l'on adopte une valeur ρ pour le rapport de deux magnitudes consécutives, on pourra déterminer en « magnitudes » l'absorption de lumière dans un milieu, en posant

$$\log\frac{L_n}{L_{n+x}} = K\tau = \log\rho^x,$$

$$x = \frac{K}{\log\rho}\tau.$$

Cette variation en magnitude x est proportionnelle à τ. Le photomètre se compose donc d'un prisme de teinte neutre auquel est accolé un prisme identique en verre blanc; les deux prismes forment un parallélépipède qui glisse devant l'oculaire. On amène successivement les deux étoiles à comparer à l'extinction et l'on peut démontrer facilement que, dans ces conditions, le déplacement du parallélépipède est proportionnel à la différence des magnitudes des deux étoiles.

M. Pritchard détermine la constante de proportionnalité en réduisant dans le rapport de 4 à 1, au moyen de diaphragmes convenables, la lumière envoyée par une étoile.

La valeur de ρ qu'il adopte est celle de Pogson, soit 2,512. M. Pritchard a publié, en 1885, le résultat des observations d'étoiles qu'il a faites à l'Observatoire de l'Université d'Oxford, à l'aide de cet instrument ([2]).

([1]) *Monthly Notices*, t. XLII, p. 1.

([2]) *Uranometria nova Oxoniensis* (*Astronomical Observations made at the University Observatory Oxford*, n° II).

Il nous reste à citer deux méthodes photométriques reposant sur des principes tout à fait différents des précédents.

C'est tout d'abord, en date, une méthode signalée par le professeur Ch.-V. Zenger (1), de Prague, et qui consiste à mesurer l'éclat relatif des étoiles par le temps qu'elles mettent à devenir visibles au crépuscule.

Enfin M. Wilson a proposé récemment un procédé de détermination photométrique basé sur la Photographie (2).

Son appareil se compose d'une plaque située dans un télescope photographique, dirigé vers l'étoile dont on veut déterminer l'éclat. La durée de pose est de 100^s; la plaque se déplace ensuite de $\frac{1}{10}$ de pouce, et une seconde pose d'une durée de 63^s a lieu. On continue à déplacer la plaque en diminuant la durée de la pose jusqu'à 1^s. Le télescope est ensuite dirigé vers une étoile étalon, la Polaire par exemple; la plaque est replacée dans sa position primitive et une seconde série d'images, parallèle à la première, est produite sur la couche sensible. Le nombre relatif d'images des deux étoiles donne la magnitude à 0,5.

Il est évident que les résultats obtenus par cette méthode sont entachés d'erreurs provenant de la différence de pouvoir photogénique d'étoiles de même éclat. D'autres causes d'erreurs systématiques peuvent se manifester également. Ainsi, M. Kapteyn (3) a montré que l'effet actinique est considérablement plus grand pour les étoiles situées dans la Voie lactée ou dans son voisinage que pour celles dont la latitude galactique est élevée.

II. *Description et emploi de l'appareil.* — Le photomètre dont nous proposons l'emploi se compose essentiellement d'une lunette astronomique munie d'un oculaire à long foyer et donnant, par conséquent, un faible grossissement. On produit dans le champ de la lunette et près de l'astre dont on veut déterminer l'éclat une étoile artificielle exactement semblable à celle que l'on observe.

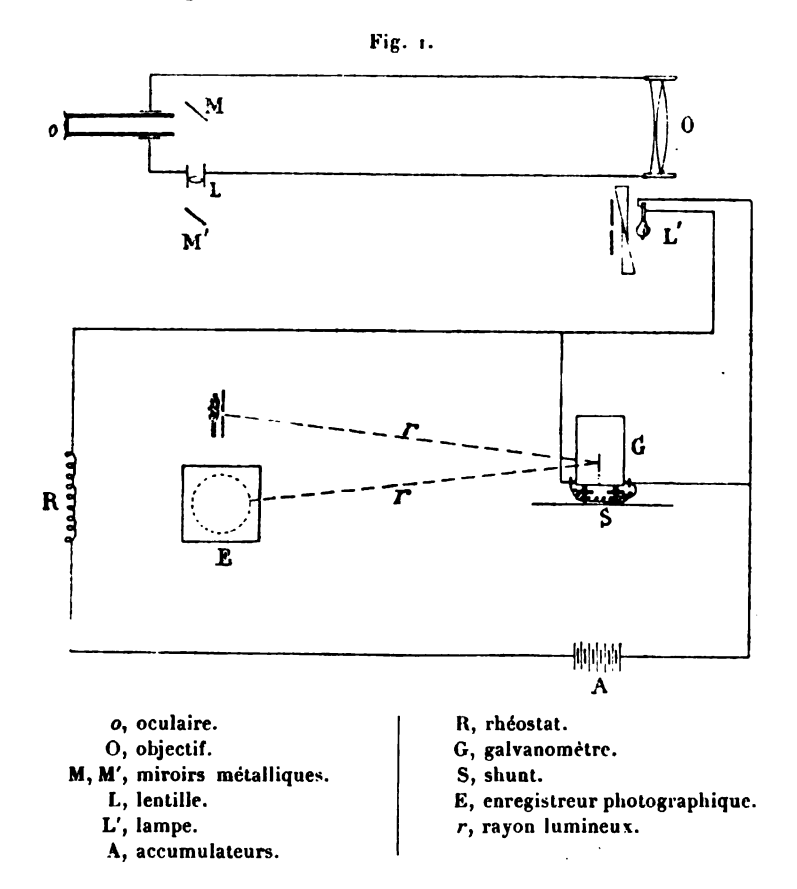
(1) ZENGER, *Monthly Notices*, t. XXXVIII, p. 65.

(2) *A new photographic Photometer for determining star magnitudes* (*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, t. LII, p. 153; janvier 1892.

(3) Académie des Sciences d'Amsterdam (séance du 2 avril 1892). *Revue générale des Sciences* du 30 avril.

A cet effet, à l'intérieur de l'instrument se trouve placé un petit miroir métallique M (*fig.* 1), faisant un angle de 45° avec l'axe

Fig. 1.



o, oculaire.
O, objectif.
M, M', miroirs métalliques.
L, lentille.
L', lampe.
A, accumulateurs.
R, rhéostat.
G, galvanomètre.
S, shunt.
E, enregistreur photographique.
r, rayon lumineux.

de la lunette. Il est destiné à réfléchir les rayons lumineux émergeant d'une lentille fort convergente L, en face de laquelle est disposé un second miroir métallique M' faisant également un angle de 45° avec l'axe de la lunette.

Près de l'objectif O se trouve placée une lampe à incandescence L' dont le filament est situé à la même distance de l'axe optique que le centre du miroir M'. Les rayons lumineux émanant de la lampe sont donc réfléchis vers l'oculaire O de la lunette. Près de cette lampe est disposé un diaphragme-iris, permettant de donner à l'étoile artificielle la grandeur voulue.

La lentille L est placée de manière que l'image de cette ouverture vienne se former au foyer principal de l'objectif. Entre le diaphragme et la lampe, sont disposés deux prismes à angle très aigu et pouvant glisser l'un sur l'autre; on peut donc ainsi, à volonté, augmenter ou diminuer l'épaisseur de verre traversée par les rayons lumineux et, par conséquent, régler l'intensité lumineuse de l'astre artificiel auquel on compare l'étoile.

La lentille L et l'oculaire O constituent une lunette astronomique, mais qui diminue dans de fortes proportions la grandeur des objets. Nous avons réussi à réaliser par ce procédé, à l'aide d'un instrument que nous avons fait construire au laboratoire de Physique de l'École militaire, de belles images d'étoiles artificielles. Les essais que nous avons faits nous permettent d'espérer de bons résultats de notre méthode.

Le petit miroir M est mobile, ce qui permet de placer l'astre artificiel dans une position quelconque par rapport à l'image de l'étoile. Cette disposition est importante, car on sait que M. Pickering a trouvé que le résultat de la comparaison de l'éclat de deux étoiles dépendait de leurs positions respectives.

Une chose essentielle dans le genre de mesures qui nous occupe est la constance de l'intensité lumineuse de la lampe qui sert de point de comparaison. La lampe à incandescence dont nous nous sommes servis fonctionne normalement avec une différence de potentiel de 8 volts aux bornes. Nous nous sommes proposé de rechercher la loi de variation de l'intensité lumineuse de la source, lorsque la différence de potentiel venait à se modifier. Les expériences exécutées dans ce but ont été faites au laboratoire de Physique de l'Université de Bruxelles, avec l'aide bienveillante de M. Rousseau.

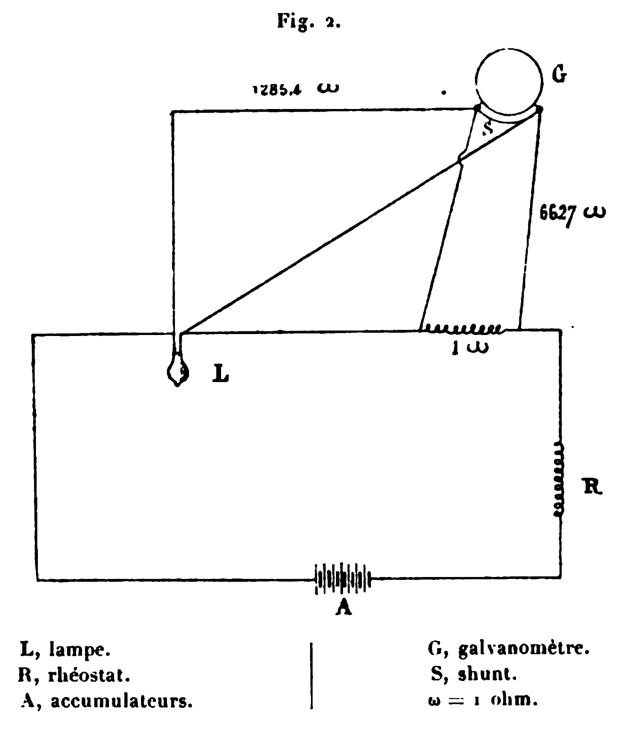
La lampe électrique était comparée à une lampe étalon de Dumas, à l'aide d'un photomètre de Bunsen. La *fig.* 2 représente schématiquement le dispositif employé. L est la lampe, G un galvanomètre Deprez-d'Arsonval, A les accumulateurs, S le shunt du galvanomètre, R un rhéostat.

Le galvanomètre avait été préalablement gradué et, au moyen de dérivations prises sur la lampe et sur une résistance de 1 ohm placé dans le circuit de celle-ci, on pouvait déterminer la différence de potentiel aux bornes de la lampe et l'intensité du cou-

rant qui la traversait. Le galvanomètre permettait d'apprécier $\frac{1}{100}$ de volt et $\frac{1}{1000}$ d'ampère.

Pendant que l'un des observateurs mesurait l'éclat de la lampe,

Fig. 2.



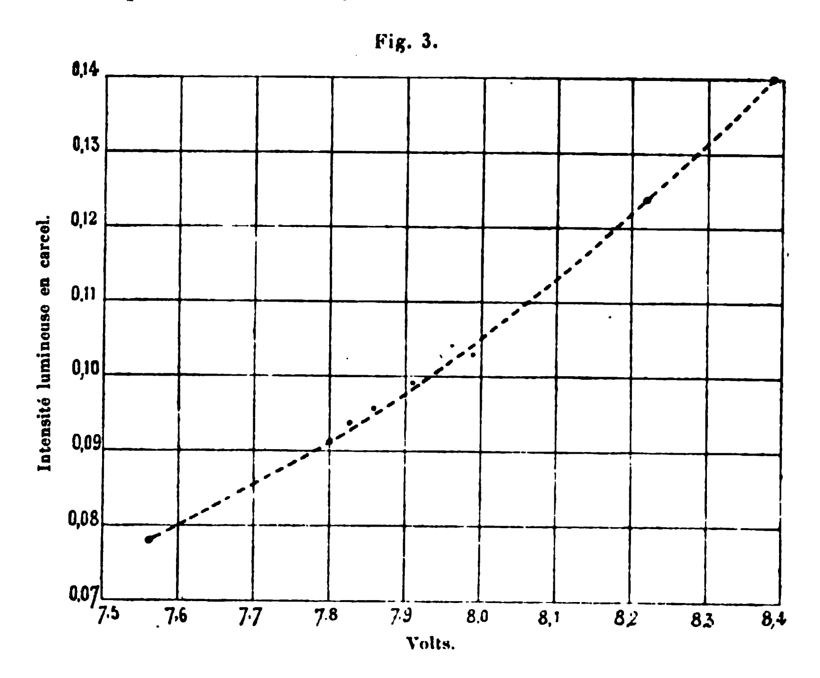
L, lampe.	G, galvanomètre.
R, rhéostat.	S, shunt.
A, accumulateurs.	ω = 1 ohm.

l'autre observait au galvanomètre la différence de potentiel et l'intensité du courant. Nous avons ainsi obtenu les nombres suivants (chacun d'eux est la moyenne de cinq mesures) :

Différence de potentiel.	Intensité du courant.	Intensité lumineuse de la lampe en carcel.
volts	amp	
7,56	0,650	0,078
7,80	0,673	0,091
7,83	0,676	0,094
7,86	0,677	0,096
7,91	0,681	0,099
7,99	0,681	0,103
8,22	0,719	0,124
8,39	0,732	0,140

La *fig.* 3 représente la loi de variation de l'intensité lumineuse de la lampe exprimée en carcels (lampe de Dumas) quand la différence de potentiel varie de 7,6 à 8,4 volts.

Fig. 3.



Dans le cours de nos expériences, nous avons constaté qu'avec le même régime cette différence de potentiel pouvait varier accidentellement jusqu'à $\frac{1}{10}$ de volt, ce qui entraîne une variation de 7 pour 100 dans l'intensité lumineuse de la lampe. Sans doute, en répétant suffisamment les observations pour chaque étoile, on pourrait espérer éliminer à peu près complètement l'effet de ces variations accidentelles; mais, pour des mesures de précision, nous croyons préférable de faire enregistrer d'une manière continue cette différence de potentiel à l'aide d'un galvanomètre Deprez-d'Arsonval, dont le miroir réfléchirait un faisceau lumineux qui viendrait se peindre sur une pellicule sensible. Cette disposition permettrait de corriger les mesures photométriques effectuées de manière à réduire à moins de 1 pour 100 l'effet des variations accidentelles survenant dans l'intensité lumineuse de la lampe.

Notre procédé photométrique permet de déterminer non seulement avec précision le rapport de l'éclat lumineux des différentes étoiles, mais encore d'évaluer la quantité de lumière que chacune nous envoie, ce qui constitue surtout l'avantage de notre méthode.

Pour arriver à cette détermination, supposons que l'on ait disposé une lampe Carcel, munie d'un diaphragme circulaire, à une certaine distance du photomètre. On fera varier la grandeur et l'éclat de l'astre artificiel jusqu'à ce que les deux images vues dans la lunette paraissent égales en éclat. Après avoir répété l'expérience un certain nombre de fois, on notera les valeurs moyennes trouvées pour l'ouverture du diaphragme-iris et l'épaisseur de verre traversée par les rayons lumineux. On fera ensuite varier la distance de la lampe Carcel et l'on répétera la même opération. On pourra ainsi faire une échelle de la quantité de lumière envoyée par les étoiles des différentes grandeurs exprimée en fonction de la carcel.

Il y aura peut-être lieu de tenir compte de l'absorption des rayons lumineux par l'air atmosphérique, lorsque la distance de la carcel au photomètre sera considérable.

On peut aussi aisément donner à l'étoile artificielle la même couleur qu'à l'astre observé, en plaçant près de la lampe électrique un verre coloré plus ou moins épais. La même coloration pourra toujours être donnée aux rayons lumineux émanant de la lampe Carcel à laquelle on compare en définitive l'astre dont on veut déterminer l'éclat. On ramène donc ainsi la détermination de la magnitude d'étoiles différemment colorées à la comparaison de l'éclat de deux sources lumineuses (carcel étalon et carcel diaphragmée) de couleurs différentes.

Enfin, il résulte de nos essais que, pour la facilité des comparaisons, il sera peut-être avantageux de diaphragmer l'objectif de la lunette et la lentille L, à l'aide d'une ouverture en forme de triangle équilatéral, ainsi que le propose M. Knobel.

SUR LA DILATATION MAGNÉTIQUE DU FER;

PAR M. ALPHONSE BERGET.

L'étude des modifications que l'aimantation fait subir aux propriétés physiques des corps placés dans un champ magnétique est déjà ancienne et revient à Joule. Wiedemann, Wertheim et Cantone ont, en particulier, étudié l'influence de l'aimantation sur la longueur des barreaux de fer ou d'acier, la variation de longueur étant mesurée micrométriquement.

L'étude réciproque a également été tentée, et ces savants ont étudié d'une façon générale l'influence d'une déformation mécanique sur l'aimantation.

J'ai pensé que l'on pourrait obtenir plus de précision, tout en conservant à l'appareil une grande simplicité, en appliquant à l'étude de ces phénomènes la méthode de M. Fizeau, basée sur l'interférence des rayons réfléchis sur les deux faces d'une mince couche d'air. On connaît l'extrême sensibilité de cette méthode, dans laquelle un déplacement d'un millimètre, subi par une des deux faces, fait passer 3300 franges dans la lunette, si l'on observe en lumière jaune.

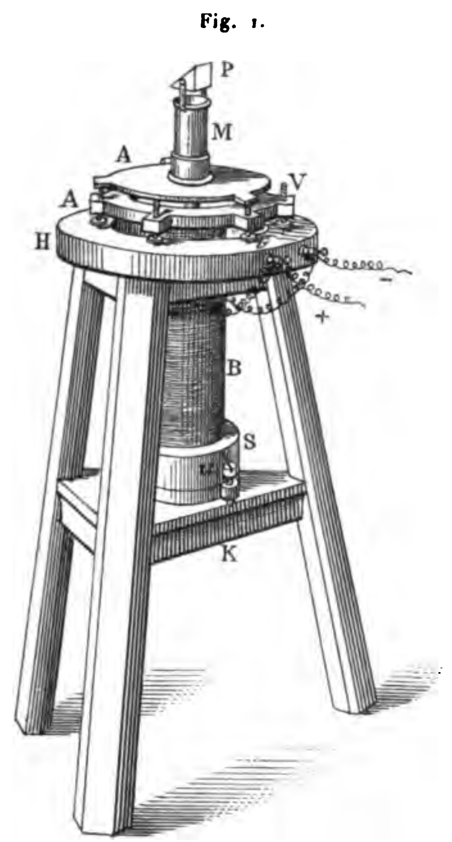
Voici la disposition générale de l'appareil que j'ai fait construire pour ces recherches.

Un fort trépied, formé de trois gros madriers de chêne, supporte deux plates-formes H et K (*fig.* 1). La plate-forme inférieure K reçoit une bobine B reposant sur un socle massif de bronze S, porté par trois vis calantes *u*. Cette bobine traverse la plate-forme supérieure H par un large orifice pratiqué au centre de cette dernière.

Dans l'axe de la bobine B est placé le barreau de fer doux soumis à l'étude. Comme ce barreau doit se trouver dans la partie de la bobine où le champ magnétique est sensiblement uniforme, il est très court ($52^{mm},25$) et se prolonge dans les deux sens par deux barres de cuivre ayant exactement le même diamètre que lui et travaillées au tour; en même temps la barre de cuivre inférieure est fixée au socle de bronze S par une vis et un écrou de cuivre. La *fig.* 2 montre la coupe de la bobine : S est le socle, F le bar-

reau de fer, terminé par les deux barres de cuivre Cu, Cu. La barre supérieure dépasse un peu la joue de la bobine B, et porte un disque GG, en glace noire, travaillé optiquement en surface plane par M. Werlein; au-dessus de cette glace est une lentille

Fig. 1.



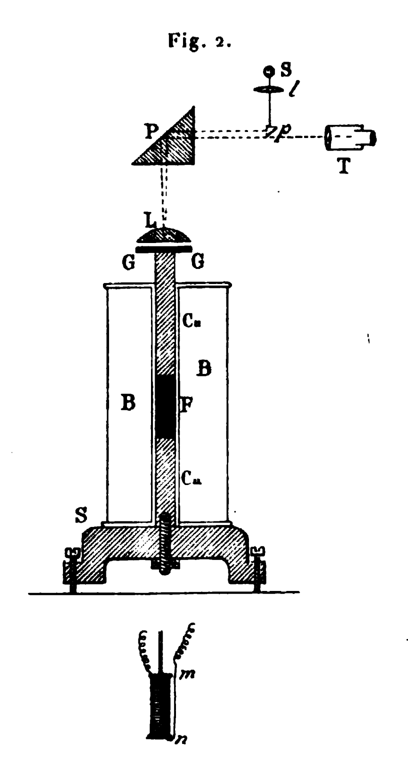
plan-convexe L, de 40^{cm} de distance focale. C'est entre la face plane de cette lentille et la glace G que se produira la différence de marche nécessaire à l'existence des franges.

Voici comment sont produites ces dernières.

Une source lumineuse suffisamment monochromatique (bec Bunsen avec bromure de sodium) est placée en S et envoie des rayons jaunes sur un petit prisme à réflexion totale *p*, disposé de façon à les renvoyer vers un prisme plus grand P, placé verticale-

ment au-dessus de la lentille L; c'est la face hypoténuse du petit prisme p qui sert, par conséquent, de source lumineuse. Les franges se produisent en G, et, après une seconde réflexion sur le prisme P, sont observées par une lunette placée en T. Le repérage de ces franges se fait facilement, à l'aide de points gravés sur la face plane de la lentille L : l'image de ces points coïncide avec celle des franges dans la lunette T.

Fig. 2.

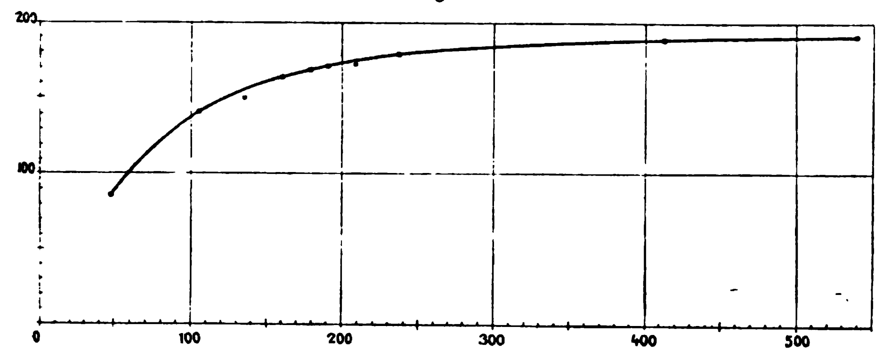


Tout le système de la lentille L et des prismes P est porté par un manchon M, porté lui-même par un plateau A′ à vis calantes, reposant sur un anneau massif de bronze A, muni de trois vis micrométriques V. Ce plateau est porté par la plate-forme supérieure H du trépied, de sorte que toutes les parties de l'appareil sont solidaires l'une de l'autre, condition essentielle à la précision des mesures. La partie optique de l'instrument ainsi que les supports A et A′ ont été exécutés dans les ateliers de M. Werlein.

Intensité du champ.	Nombre de franges déplacées.	Allongement. mm
49	0,85	0,000255
104	1,40	0,000412
135	1,50	0,000444
150	1,60	0,000467
160	1,62	0,000473
177	1,66	0,000483
190	1,68	0,000495
209	1,73	0,000509
238	1,80	0,000530
410	1,89	0,000556
540	1,91	0,000562

La courbe qui représente graphiquement ces résultats a la forme qu'indique la *fig.* 3 : elle est asymptote à une droite parallèle à l'axe horizontal sur lequel on a porté en abscisses les valeurs du champ magnétique.

Fig. 3.



On remarquera l'analogie de cette courbe avec celle qui représente l'intensité d'aimantation en fonction de la force magnétisante. Elle appartient au type des courbes que l'on peut représenter par l'équation

$$y = A(1 - e^{-ax}).$$

III. J'ai employé un dispositif qui m'a semblé très bon pour les mesures optiques, et qui permet de se passer de la lumière monochromatique de l'une des raies du sodium : il consiste à utiliser la différence de marche qui se produit entre la lentille L et la glace G à la production d'un spectre cannelé.

Dans ces conditions, dès que l'on excite le champ magnétique de la bobine B en y faisant passer un courant suffisamment intense, on voit les franges se déplacer; par conséquent, en mesurant ce déplacement, on peut en déduire l'allongement spécifique du barreau, à condition que l'on connaisse la valeur du champ magnétique au moment de l'expérience; pour mesurer ce champ, j'ai construit une petite bobine *mn* (*fig.* 2), ayant exactement les dimensions du cylindre de fer F, et pouvant être descendue dans l'axe de la bobine B. Les extrémités du fil de cette bobine *mn* sont reliées aux bornes d'un galvanomètre balistique.

Quand on excite le champ de la bobine B, un courant induit prend naissance en *mn* : en renversant le courant inducteur, on a le moyen classique bien connu de déterminer le champ magnétique du centre de B. On obtient ainsi le champ en fonction de l'intensité du courant inducteur. Ce courant était fourni par une batterie d'accumulateurs Gadot.

II. Dès qu'on fait passer le courant dans la bobine B, on voit les franges se déplacer. Ce mouvement est *instantané,* et les franges reprennent leur position première dès que l'on interrompt le courant.

On pourrait objecter à cette expérience que l'aimantation du fer l'échauffe et, par suite, produit une dilatation; ne serait-ce pas simplement cette dilatation que l'on observe?

La réponse à cette objection est facile à faire : l'élévation de température produit une dilatation, mais cette dilatation n'est pas instantanée; par suite on observera un mouvement *lent* des franges. dû à l'allongement thermique, et qu'il n'est pas possible de confondre avec le mouvement instantané dû à l'allongement magnétique.

Voici maintenant quels sont les résultats auxquels je suis arrivé : ils sont réunis dans le Tableau suivant, dans lequel la première colonne indique la valeur du champ magnétique, la deuxième le nombre de franges (en lumière jaune) déplacées, la troisième l'allongement en fractions de millimètre.

On remplace, pour cela, la source lumineuse monochromatique *s* par une source de lumière blanche : les interférences se produisent en G, mais, au lieu de les observer dans une lunette, on les observe

dans un spectroscope ; on a alors un spectre cannelé, et le déplacement des cannelures sert à mesurer l'allongement du barreau.

Ce dispositif est très commode pour projeter, dans un cours, le phénomène sur l'écran blanc.

J'ai borné mes mesures à l'étude d'un barreau de fer doux ; il n'y a, en effet, pas d'intérêt à chercher des constantes pour plusieurs métaux, car les constantes mesurées varient avec chaque échantillon. J'ai indiqué ces dispositifs à cause de leur précision et de leur généralité : ils permettront de déterminer facilement, quand besoin en sera, la dilatation magnétique d'un barreau quelconque ; ils permettraient aussi d'étudier avec précision le magnétisme transversal : c'est une étude que j'entreprendrai prochainement.

SUR LE POUVOIR ROTATOIRE MOLÉCULAIRE ;

PAR M. G. WYROUBOFF.

Le pouvoir rotatoire qu'on constate dans les corps dont la forme cristalline a été détruite par la fusion ou la solution est un phénomène resté jusqu'ici absolument inexpliqué. Malgré de nombreuses recherches sur les corps actifs les plus variés, on n'a pu le rattacher à aucune propriété connue de la matière, encore moins trouver une loi quelconque, même approximative.

On sait seulement, depuis les classiques recherches de Biot, que la déviation du plan de polarisation se produit dans les corps cristallisés, aussi bien que dans les corps dissous, d'une façon identique, c'est-à-dire proportionnellement à l'épaisseur et à peu près en raison inverse de la longueur d'onde.

Cette première et importante généralisation indiquait bien le caractère du phénomène, mais ne donnait aucune notion sur sa nature. Fresnel en donna une théorie aussi simple qu'ingénieuse, qui a été longtemps considérée, du moins pour les corps cristallisés, comme une solution définitive du problème. Cette théorie demeure vraie au point de vue purement cinématique auquel elle s'était placée, mais ce point de vue est insuffisant lorsqu'il s'agit d'un phénomène physique aussi complexe. Pourquoi certains corps,

appartenant à une certaine symétrie cristalline, sont-ils seuls doués du pouvoir rotatoire? Pourquoi ce pouvoir a-t-il le plus souvent des allures irrégulières et le rayon émergent est-il elliptique au lieu d'être rectiligne?

Dans un beau Mémoire qui a été l'objet de nombreuses controverses et dont les conclusions sont aujourd'hui à peu près universellement acceptées, M. Mallard a répondu de la façon la plus complète à ces questions. Il a montré que le pouvoir rotatoire des cristaux tenait à la discordance qui existait dans certains corps à formes limites, entre les propriétés optiques des molécules et les propriétés optiques du réseau suivant lequel ces molécules se disposaient. Il a été amené ainsi à formuler une interprétation physique du phénomène, aussi satisfaisante que possible, et j'ai fait voir par des observations précises que cette interprétation était en tous points conforme aux faits ([1]). Pour les corps cristallisés la question me paraît donc définitivement élucidée et le débat clos, mais elle reste entière, aussi obscure que par le passé, pour les corps dissous ou fondus. C'est qu'ici les difficultés sont bien plus grandes; il n'y a plus de particules cristallines, il n'y a plus de symétrie, plus de propriétés optiques connues qui puissent servir de point de départ pour les observations ou les raisonnements. Nous ne savons même pas si les corps dissous ne sont pas dissociés en leurs éléments chimiques irréductibles.

Ces difficultés, très réelles à coup sûr, lorsqu'il s'agit d'une théorie d'ensemble, ne doivent pas nous empêcher d'aborder la question par son côté accessible à l'expérience, et abstraction faite de la conception que nous pouvons avoir sur l'état des corps en solution. Nous pouvons chercher notamment, et c'est ce que j'ai essayé de faire, s'il n'existe pas une relation directe entre le pouvoir rotatoire des corps et quelque propriété connue des mêmes corps à l'état cristallisé.

L'idée fondamentale qui m'a guidé dans ces recherches est très simple. Puisque le phénomène obéit aux mêmes lois dans les solutions et dans les cristaux, et puisque dans ces derniers il

---

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. VIII, p. 340; 1886.

dépend de la pseudosymétrie des polyèdres élémentaires qui occupent les nœuds du réseau cristallin, des particules semblables doivent avoir le même pouvoir rotatoire. Nous ne connaissons, il est vrai, à aucun degré ce que sont ces particules; mais nous pouvons supposer, sans faire une hypothèse bien hasardée, que deux corps qui sont semblables à l'état cristallisé sont formés de particules semblables et restent semblables une fois dissous.

Le problème se réduit ainsi à la détermination du pouvoir spécifique $[\alpha]$ dans des substances isomorphes. Il importe cependant de s'entendre sur le sens que nous donnerons ici au mot *isomorphisme*. Le pouvoir rotatoire, étant une conséquence de la biréfringence, dépend par conséquent de la position et de la forme de l'ellipsoïde d'élasticité, bien plus que de la forme et des dimensions du réseau cristallin qui n'est soumis qu'à la condition d'avoir une forme limite. Or un grand nombre des corps les plus strictement isomorphes ont des propriétés optiques très différentes, leur isomorphisme étant géométrique, non optique. Pour comparer utilement les pouvoirs rotatoires, il nous faudra donc choisir les substances qui possèdent non seulement des formes analogues, mais encore des propriétés optiques aussi semblables que possible.

Mais cette condition n'est pas la seule qu'on doive prendre en considération.

Deux corps semblables à tous égards, lorsqu'ils sont cristallisés, peuvent devenir très différents lorsqu'ils sont dissous. L'un d'eux peut, par exemple, être dimorphe sans que l'autre le soit, ou bien encore, ce qui est le cas fréquent, être susceptible de former plusieurs hydrates, tandis que l'autre n'en présente qu'un seul à toutes les températures. Cette seconde condition, qu'on a complètement négligée jusqu'ici, est capitale, et aucune comparaison ne peut être tentée si l'on ne s'est assuré au préalable que les deux solutions renferment bien les corps isomorphes que l'on a dissous.

Une étude semblable n'a pas été faite même pour les substances les mieux connues au point de vue de leur activité optique. Il m'a donc fallu faire cristalliser, dans les conditions les plus variées, une grande quantité de corps actifs pour arriver à les classer dans quatre groupes distincts.

I. Le premier groupe, qui comprend les corps géométriquement et optiquement isomorphes tant à l'état cristallisé qu'à l'état de solution, est malheureusement assez restreint jusqu'ici, mais les résultats qu'il fournit sont on ne peut plus nets.

J'en citerai quelques exemples pris parmi les corps isomorphes de genres très divers.

1. Sels différant entre eux par l'acide :

Sulfate de strychnine + $6H^2O$ .... $[\alpha]_j = -27°,4$,
Séléniate de strychnine + $6H^2O$ .... $[\alpha]_j = -26°,9$.

Lorsqu'on dissout ces deux sels dans l'alcool faible, ils donnent des hydrates à $5H^2O$ pour lesquels on a :

Sulfate de strychnine + $5H^2O$ .... $[\alpha]_j = -15°,6$
Séléniate de strychnine + $5H^2O$ .... $[\alpha]_j = -17°,2$

Dans un autre ordre d'alcaloïdes, on trouve :

Sulfate neutre de cinchonine + $2H^2O$ .... $[\alpha]_j = +167°$
Séléniate neutre de cinchonine + $2H^2O$ .... $[\alpha]_j = +165°,5$

ou bien encore

Chlorhydrate de cinchonidine + CH^4O .... $[\alpha]_j = -102°,8$
Bromhydrate de cinchonidine + CH^4O .... $[\alpha]_j = -101°,1$

2. Sels dont la molécule chimique restant la même est engagée dans deux combinaisons moléculaires différentes, telles qu'un hydrate et un alcoolate, ou deux alcoolates différents. On trouve dans cet ordre de corps isomorphes :

Iodhydrate de cinchonidine + $\frac{2}{3}H^2O$ .... $[\alpha]_j = -\ 90$
Iodhydrate de cinchonidine + CH^4O .... $[\alpha]_j = -\ 88,7$

Bromhydrate de cinchonidine + CH^4O .... $[\alpha]_j = -101,1$
Bromhydrate de cinchonidine + $\frac{2}{3}H^2O$ .... $[\alpha]_j = -\ 98,8$

Quinidine + C^2H^6O .... $[\alpha]_j = +235,3$
Quinidine + CH^4O .... $[\alpha]_j = +236,1$

Bromhydrate de cinchonine + H^2O .... $[\alpha]_j = +149,2$
Bromhydrate de cinchonine + $\frac{1}{2}C^2H^6O$ .... $[\alpha]_j = +148,7$

3. Sels dans lesquels la différence porte en même temps sur la molécule chimique et la combinaison moléculaire. Telle est la série des trois sels que j'ai déjà cités :

Chlorhydrate de cinchonidine + CH^4O.........	$[\alpha]_j = -102°,8$
Bromhydrate de cinchonidine + CH^4O.........	$[\alpha]_j = -101,1$
Bromhydrate de cinchonidine + $\frac{3}{2}H^2O$.........	$[\alpha]_j = -\ 98,8$

II. Le second groupe comprend les corps qui ne sont que géométriquement isomorphes et dont les ellipsoïdes optiques sont différents, soit par leur orientation, soit par leurs dimensions.

On trouve, par exemple,

Sulfate acide de quinine + $7H^2O$..............	$[\alpha]_j = -171°,5$
Séléniate acide de quinine + $7H^2O$............	$[\alpha]_j = -155°,8$

ou bien

Chlorhydrate de cinchonine + CH^4O..........	$[\alpha]_j = +175°,6$
Bromhydrate de cinchonine + CH^4O..........	$[\alpha]_j = +160°,4$

III. Dans le troisième groupe se rangent les corps parfaitement isomorphes mais dont les solutions ne sont pas comparables entre elles, car l'une d'elles renferme plusieurs hydrates :

Quinidine + $\frac{1}{2}C^6H^6$.........................	$[\alpha]_j = +194°,0$
Quinidine + $\frac{1}{2}C^4H^{10}O$......................	$[\alpha]_j = +254°,5$

Les cristaux qui se déposent de la benzine ou de l'éther sont tout à fait identiques, mais la solution dans la benzine lorsqu'elle est très concentrée donne d'abord des cristaux anhydres qu'on n'obtient jamais de la solution éthérée. La solution dans la benzine contient donc deux corps différents, et évidemment d'autant plus du corps à $\frac{1}{2}C^6H^6$ qu'elle est moins concentrée. Le chiffre donné ci-dessus se rapporte à une concentration de 0,5 pour 100 environ. Pour une concentration de 0,8 pour 100, on a

$$[\alpha]_j = +185°,3;$$

pour une concentration de 0,2 pour 100, on a

$$[\alpha]_j = +226°,$$

beaucoup plus voisin du pouvoir spécifique du corps éthéré.

Le chlorhydrate et le bromhydrate de cinchonine cristallisés dans l'alcool absolu donnent des cristaux géométriquement et optiquement isomorphes renfermant $\frac{1}{2}C^2H^6O$. On a pour ces cristaux :

Chlorhydrate de cinchonine + $\frac{1}{2}C^2H^6O$...... $[\alpha]_j = +173°,3$
Bromhydrate de cinchonine + $\frac{1}{2}C^2H^6O$ ..... $[\alpha]_j = +148°,7$

Mais la solution du chlorhydrate dépose suivant sa concentration et suivant qu'on opère par refroidissement ou par évaporation, deux sortes de cristaux, les uns renfermant une molécule, les autres une demi-molécule d'alcool. Le pouvoir rotatoire du chlorhydrate doit donc diminuer par la concentration. C'est, en effet, ce que l'on observe.

IV. J'ai examiné enfin quelques cas de corps ayant une composition chimique analogue, mais ne présentant entre eux aucun isomorphisme. Tels sont les bromhydrate et iodhydrate de cinchonine cristallisant tous les deux avec une molécule d'eau, mais le premier étant ortho, le second clinorhombique. On trouve :

Bromhydrate de cinchonine + H^2O......... $[\alpha]_j = +149°,2$
Iodhydrate de cinchonine + H^2O .... $[\alpha]_j = +132°,2$

De tous ces faits, il me semble résulter très clairement que, *seuls, les corps géométriquement et optiquement isomorphes possèdent des pouvoirs rotatoires sensiblement égaux.*

La polarisation rotatoire est donc une propriété qui dépend du réseau de la particule cristalline, non de la constitution de la molécule chimique.

Il suit de là que ce sont ces particules, relativement très complexes, qui existent en solution ; que, par conséquent, ni la molécule chimique, ni même les combinaisons moléculaires, comme les hydrates, ne sont dissociés en solution, ainsi que le veut une théorie fort à la mode aujourd'hui.

Je ferai remarquer, en terminant, que cette manière de concevoir les choses supprime d'un coup toutes les anomalies si singulières que l'on observe dans les corps actifs. On comprend très bien, en effet, qu'une substance qui, comme la quinidine, forme une combinaison moléculaire avec son dissolvant, donne des pou-

voirs rotatoires variables dans différents liquides; que la valeur de [α] reste au contraire constante pour une substance qui, comme la cinchonidine, reste toujours anhydre. On s'explique aussi parfaitement les variations parfois énormes du pouvoir rotatoire avec la concentration de la solution, ou avec la température pour une même solution. Ces variations ne se présentent que dans les substances qui forment avec leur dissolvant plusieurs combinaisons moléculaires, par conséquent plusieurs corps distincts ayant chacun leur pouvoir rotatoire propre. Les corps qui se présentent toujours à l'état anhydre, ou qui ne possèdent qu'un seul hydrate, ont le même pouvoir rotatoire, quelle que soit la concentration de leur solution, et quelle que soit la température à laquelle on opère.

ANGELO BATTELLI. — Sulle propietà termiche dei vapori, parte III e parte IV. Studio del vapore di solfuro di carbonio e del vapor d'acqua rispetto alle leggi di Boyle et di Gay-Lussac (Étude de la vapeur de sulfure de carbone et de la vapeur d'eau, relativement aux lois de Mariotte et de Gay-Lussac); extrait des *Mémoires de l'Académie royale des Sciences de Turin*, 1891-1892.

M. A. Battelli poursuit l'exécution du vaste programme d'étude sur les propriétés thermiques des vapeurs qu'il s'est tracé : les recherches actuelles forment la suite toute naturelle de celles dont il a déjà été rendu compte dans ce journal ([1]); l'auteur étudie les lois de compressibilité et de dilatation des vapeurs de sulfure de carbone et d'eau.

Les appareils dont il fait usage ne diffèrent de ceux qui ont été précédemment décrits que par de simples modifications de détail : un dispositif spécial sera, par exemple, employé pour soustraire le sulfure à l'action de la lumière, tant que l'on n'aura pas de lecture à effectuer, ou bien encore le manomètre recevra un perfectionnement qui le rendra plus sensible aux hautes pressions. Les deux corps ont été purifiés avec le plus grand soin. Un litre de sulfure de carbone a été laissé longtemps en contact avec une

---

([1]) Tome X, 2e série, p. 132-141.

lessive de soude, lavé à l'eau, agité avec du chlorure de calcium, puis avec du mercure, puis avec du sublimé; enfin, filtré, il est distillé, après adjonction de 2 pour 100 d'huile d'olive; l'eau, filtrée et distillée à la manière ordinaire, est de nouveau distillée sur du permanganate de potassium, puis sur du sulfure d'aluminium. Les deux liquides sont bien purgés de toute trace d'acide par une dernière distillation, effectuée dans le vide barométrique; un ingénieux dispositif permet de les recueillir dans les ampoules qui seront introduites dans la cloche où on les étudiera.

Comme il l'avait fait dans ses premiers Mémoires, M. Battelli a consigné toutes les mesures effectuées dans de nombreux Tableaux; il a tracé plusieurs courbes soigneusement gravées. De la discussion des résultats, il a tiré d'intéressantes conclusions, assez semblables à celles auxquelles il était antérieurement arrivé pour la vapeur d'éther; résumons rapidement les plus importantes.

La tension de la vapeur de sulfure de carbone est à toute température, dans les premiers moments de la condensation, plus petite que la tension maxima; jusqu'à 200°, le rapport entre les deux tensions est presque constant; au delà, il augmente légèrement quand la température croît. Le rapport entre la différence des deux tensions et la diminution correspondante du volume de la vapeur croît rapidement, en même temps que la température. Pour la vapeur d'eau, on observe le même phénomène, mais le rapport entre les deux tensions semble, au contraire, diminuer quand la température s'élève : le défaut de sensibilité de l'appareil est peut-être cause de cette différence.

Les tensions maxima de vapeur des deux corps peuvent très bien se représenter l'une et l'autre par des formules analogues à celle qu'avait donnée Biot. Mais, pour le sulfure de carbone, il convient d'employer deux formules différentes, l'une de —30° à 170°, l'autre de 170° à 273° et, pour l'eau, trois formules, l'une de —10° à 100°, la seconde de 100° à 250° et la troisième de 250° à 367°. Les valeurs trouvées pour l'eau s'accordent parfaitement avec celles données par Regnault; l'accord est aussi satisfaisant avec les résultats des expériences de MM. Cailletet et Colardeau; les divergences s'accentuent cependant aux hautes températures.

Les coefficients de dilatation, sous pression constante, de la

vapeur de sulfure de carbone augmentent d'autant plus rapidement, quand la température diminue, que la vapeur est plus voisine de la saturation. Pour l'eau, les coefficients de dilatation sous volume constant diminuent en même temps que la température et plus rapidement au voisinage de la saturation.

Dans les deux corps, les coefficients d'augmentation de pression, pour un volume donné, diminuent quand la température croît, et toujours plus rapidement quand les volumes sont plus petits.

La différence $\alpha = \frac{p_1 v_1}{pv} - 1$ ($p_1 v_1$ étant relatif à l'état gazeux et pv à l'état de vapeur) va, pour les deux corps, en augmentant à toute température, au fur et à mesure que la vapeur s'approche de l'état de saturation.

La formule d'Herwig $\frac{p_1 v_1}{pv\sqrt{T}} - 1 = \text{const.}$ ne se vérifie en aucune façon; la valeur du premier membre diminue, pour le sulfure, depuis $-30°$, passe par un minimum à $130°$ et augmente ensuite rapidement; il en est de même pour l'eau; le minimum est à $170°$.

Seule, la formule de Clausius, mise sous la forme

$$p = \frac{RT}{v - \alpha} - \frac{mT^{-\mu} - nT^{\nu}}{(v + \beta)^2},$$

peut représenter l'ensemble des résultats obtenus.

De ses expériences sur le sulfure de carbone, l'auteur peut conclure, de la façon la plus nette, à l'existence d'un véritable point critique où les densités du liquide et de la vapeur deviennent les mêmes; d'ailleurs, en ce point, le facteur $T\frac{dp}{dt} - p$ est très différent de zéro, ce qui confirme indirectement, d'après une formule bien connue de Thermodynamique, l'égalité des deux densités.

M. Battelli montre enfin que l'on peut calculer à volume constant la pression de la vapeur d'eau, au moyen d'une formule à deux constantes $p = hTra$ et il donne une Table de ces constantes pour les volumes de 3^{cc} à $200\,000^{cc}$ pour 1^{gr} d'eau. Il termine ses intéressants Mémoires par cette remarque que, dans l'hypothèse où il se formerait dans les vapeurs étudiées des groupes de molécules doubles, il faudrait que le nombre de ces groupes,

dès les premiers moments de la condensation, crût rapidement, en même temps que la température, et qu'au-dessus d'une certaine température (250° pour le sulfure, 320° pour l'eau), on devrait forcément admettre qu'il se forme des groupes de 3, 4.... molécules.

LUCIEN POINCARÉ.

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE;

3e série, t. XLIV, 1892.

C. BARUS. — Changement de conductibilité thermique en passant isothermiquement de l'état solide à l'état liquide, p. 1.

La substance sur laquelle ont porté les mesures est le thymol, qu'on peut avoir à volonté solide ou liquide entre 0° et 50°, à cause de la facilité avec laquelle il se surfond. La substance est intercalée entre deux disques de cuivre plans, horizontaux, reliés aux deux soudures d'une pile thermo-électrique cuivre-maillechort. L'appareil est dans une enceinte dont la température peut être maintenue rigoureusement fixe; à un moment donné, on lance un courant d'eau froide qui vient baigner la face inférieure du disque de cuivre inférieur et l'on note la différence des températures de 20s en 20s, par exemple : la variation avec le temps de cette différence de température permet de calculer la conductibilité de la substance intermédiaire. On a trouvé qu'en passant à 12°—13° de l'état liquide à l'état solide, le thymol éprouve un accroissement de conductibilité calorifique égal aux $\frac{13}{100}$ de la conductibilité absolue et aux $\frac{36}{100}$ de la conductibilité thermométrique, ces deux quantités mesurées à l'état solide ou, ce qui revient au même, aux $\frac{15}{100}$ de la conductibilité absolue ou aux $\frac{56}{100}$ de la conductibilité thermométrique relatives à l'état liquide.

JOHN WHITMORE. — Méthode pour augmenter l'échelle de l'électromètre capillaire, p. 64.

Avec l'électromètre capillaire, on ne peut dépasser des forces électromotrices de $0^{volt},9$; on ne fait de bonnes mesures qu'en restant au-dessous de $0^{volt},45$; de 0^{volt} à $0^{volt},45$, la courbe liant les variations de niveau aux forces électromotrices est sensiblement une droite. En mettant en série plusieurs électromètres, on

peut mesurer des forces électromotrices plus élevées, et la courbe est sensiblement une droite dans des limites variant entre 0^{volt} et une force électromotrice égale au produit de $0^{volt},45$ par le nombre d'*éléments*. On peut réaliser cette série avec un chapelet de gouttes de mercure dans un tube capillaire rempli d'eau acidulée, mais on aurait ainsi, aux surfaces positives, une polarisation par l'oxygène et une oxydation : il faut, pour l'éviter, rendre les surfaces positives très grandes par rapport aux autres. La forme définitive donnée à l'appareil est celle d'une série de tubes capillaires verticaux de $\frac{6}{10}$ de millimètre : ce sont des tubes reliés alternativement par la partie supérieure et par la partie inférieure; les tubes de rang impair portent en leur milieu un renflement de $0^{m},02$; on met du mercure dans la branche inférieure des tubes en U ainsi formés, le mercure arrivant jusqu'au milieu du renflement; les branches supérieures contiennent de l'eau acidulée. Il faut une rigoureuse égalité des appareils successifs pour que l'on ait des chutes de potentiel bien égales entre elles quand on passe de l'un à l'autre, et pour qu'on puisse déduire de l'examen d'un seul des ménisques la valeur de la force électromotrice totale.

C.-E. LINEBARGER. — Relations entre la tension superficielle des liquides et leur constitution chimique, p. 83.

On peut obtenir la tension superficielle à la surface de contact de deux liquides très peu solubles l'un dans l'autre en faisant arriver l'un d'eux dans l'intérieur de l'autre par un compte-gouttes, et en évaluant le poids des gouttes qui se détachent successivement et qui tombent au fond ou montent à la surface suivant la densité relative des deux liquides.

Cette méthode permettra d'étudier la tension superficielle au contact de l'eau d'un certain nombre de liquides organiques et de chercher s'il y a une relation entre cette constante et la nature chimique du liquide. En étudiant la série des carbures aromatiques, l'auteur obtient un premier résultat intéressant : c'est que, pour ces carbures, le poids de la goutte d'eau dans l'hydrocarbure est proportionnel au poids de la goutte du même hydrocarbure tombant dans l'eau. La relation ne paraît se vérifier qu'en pesant

des groupes de composés homologues. La présence d'un radical substitué en position *para* semble exercer une influence et diminuer la constante capillaire. C'est là une voie nouvelle ouverte à la Physico-Chimie.

E.-P. FERRY. — Persistance de la vision, p. 193.

La méthode employée pour l'étude de la persistance des impressions lumineuses est celle de M. Nichols. Un disque noir divisé en quatre-vingt-dix secteurs, dont la moitié ont été découpés, tourne devant une source de lumière. Si le disque tourne lentement, on voit distincts les secteurs éclairés et les secteurs obscurs; quand on commence à ne plus les distinguer, c'est que la durée de la persistance rétinienne est égale au temps que met un secteur pour se substituer au voisin. On règle la vitesse de rotation avec un frein; la rotation est produite par un moteur électromagnétique.

La lumière fournie par une lampe à incandescence est reprise, après avoir rencontré le disque, par une lentille qui la concentre sur la fente du collimateur d'un spectroscope. Le plan focal de la lunette est muni d'un diaphragme qui permet d'isoler une couleur déterminée et d'étudier ainsi la variation de la persistance rétinienne avec la longueur d'onde. La variation avec l'intensité lumineuse pourra s'étudier en faisant varier la largeur de la fente du collimateur.

On trouve ainsi que, pour un œil normal, la durée de persistance rétinienne est très différente d'une région à l'autre du spectre; elle est minimum dans le jaune, c'est-à-dire dans la région la plus brillante, et va en croissant quand on va vers les extrémités du spectre. Si, dans une région donnée, l'intensité lumineuse augmente, la durée de persistance diminue; elle diminue en progression arithmétique quand l'intensité croît en progression géométrique.

L'auteur a eu l'idée de prendre la courbe de distribution de l'énergie lumineuse, de la *luminosité,* dans le spectre de la lampe à incandescence qu'il employait et de chercher ce que seraient les durées de persistance pour les diverses couleurs *supposées ramenées au même éclat.* Il a trouvé des durées sensiblement identiques.

Ainsi la persistance rétinienne ne dépend que d'un facteur, la *lu-*

minosité (elle est indépendante de la couleur) et elle est inversement proportionnelle au logarithme de la luminosité. Si l'on admet la loi de Fechner, sensation lumineuse proportionnelle au logarithme de la luminosité, on pourrait dire plus simplement que *la durée de persistance rétinienne est inversement proportionnelle à la sensation.*

Pour des yeux daltoniens, on n'a plus une persistance indépendante de la couleur. Chez les personnes qui ne voient pas le vert, les impressions vertes persistent plus que les autres, les impressions rouges un peu moins et les autres ont la durée normale. L'étude de cette durée de persistance est une manière précise et pratique d'apprécier le daltonisme. En étudiant la constitution du spectre des daltoniens, comme l'ont fait MM. Macé et Nicati (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCI, p. 1078), on voit que, pour certaines couleurs, la sensibilité de l'œil est différente de celle de l'œil normal : en tenant compte de cet élément, on fait rentrer tous les cas possibles dans l'énoncé général, précédemment donné, qui lie la persistance à la sensation.

Carl BARUS et Joseph IDDINGS. — Note sur le changement de conductibilité électrique de magmas de roches de diverses compositions, quand on passe de l'état liquide à l'état solide, p. 242.

On a mesuré par la méthode de Kohlrausch la conductibilité électrolytique de nombreuses roches, en particulier d'un magma acide contenant plus de 75 pour 100 de silice, d'un autre de composition intermédiaire, et d'un troisième basique. Les courbes donnant la résistance en fonction de la température sont des courbes asymptotiques à Oy pour les basses températures; elles descendent en tournant leur convexité vers l'origine et se confondent sensiblement avec l'axe des x à partir de 1000°. La courbe la plus à gauche, celle qui correspond à la moindre résistance, est celle du magma acide. On n'observe aucune variation brusque au moment de la fusion : il y a variation régulière et continue de la conductibilité. De là l'idée de faire de cette mesure de la conductibilité d'une roche siliceuse une méthode pyrométrique.

La conductibilité croît avec le degré d'acidité de la roche, c'est-à-dire avec le degré de dilution du cation; et, comme la roche

devient de moins en moins fusible à mesure que sa composition se rapproche de celle de la silice pure, on peut dire que, *dans une série de magmas différents, la conductibilité électrique à une température donnée croît en proportion de la viscosité*. L'étude des conductibilités électriques des roches en fusion permettrait de soumettre à des vérifications les théories d'Arrhenius, d'Ostwald et de Van't Hoff. La silice, isolante par elle-même, paraît jouer un rôle analogue à celui de l'eau dans les dissolutions.

O.-N. ROOD. — Sur un système de couleurs, p. 263.

C'est l'indication d'une méthode, fondée sur l'emploi du disque de Newton, pour obtenir de proche en proche les points du plan figuratif d'une série de couleurs données. Deux couleurs exactement complémentaires sont figurées par deux points équidistants d'un point central répondant au blanc, et en ligne droite avec lui. On comparera chacune de ces couleurs avec une couleur *peu différente* de la couleur complémentaire, répondant par suite à un point situé sur la circonférence qui a le blanc pour centre, à une petite distance d'un point précédent; et l'on cherche dans quel cas la combinaison de ces deux couleurs à peu près complémentaires donne la meilleure neutralisation.

EDWARD-L. NICHOLS. — L'enduit qui se dépose à la longue sur les lampes à incandescence, p. 277.

La surface intérieure des lampes à incandescence se recouvre, avec le temps, d'une couche de charbon désagrégé, qui arrive à atténuer son éclat apparent. Le dépôt a lieu surtout au début du fonctionnement de la lampe. Dans le cas d'une lampe qui dure huit cents heures, par exemple, plus de la moitié de la couche est déposée au bout de deux cents heures.

La perte d'éclat due au pouvoir absorbant de cet enduit est une fraction variable de la perte totale; elle est la plus grande dans les lampes de grand rendement initial. L'induit ne modifie pas d'une manière appréciable le caractère de la lumière émanée de la lampe. La distribution dans le globe est sensiblement uniforme. Depuis la publication de cet article, M. B.-F. Thomas a montré que, dans le cas des lampes où l'on a fait le vide sans recourir au mercure, l'enduit est à peine perceptible.

CHARLES-B. THWING. — Méthode photographique pour représenter un champ magnétique, p. 374.

Le laboratoire étant éclairé par une lumière non actinique, on dispose une plaque photographique sèche dans la région où l'on veut étudier les lignes de force du champ, et l'on y projette de la limaille de fer; puis, tournant la clef qui commande une lampe à incandescence, on fait tomber sur la plaque un faisceau lumineux qui donne une image négative du spectre magnétique. On éteint la lampe, on enlève la limaille avec une brosse, on développe et l'on fixe.

FREDERICK BEDELL et ALBERT C. CREHERE. — Effet de la self-induction et de la capacité électrostatique distribuée le long d'un conducteur, p. 387.

Dans un fil conducteur dont C est la capacité et h la self-inductrice par unité de longueur, on a l'équation

$$\frac{d^2 i}{dx^2} + h\mathrm{C}\frac{d^2 i}{dt^2} - \mathrm{RC}\frac{di}{dt} = 0,$$

i étant la valeur du courant en un point à distance x de l'origine et au temps t. On peut en tirer la force électromotrice et le courant dans le cas où l'on soumet le fil à une force électromotrice alternative. On en conclut, entre autres résultats, que l'amortissement des ondes de haute fréquence est plus rapide que celui des ondes de faible fréquence; c'est quand il n'y a pas de self-induction que la différence dans les décréments est la plus grande. C'est cette différence dans le taux de décroissement des ondes de haute et de basse fréquence qui fait qu'on est limité dans l'emploi du téléphone. Le calcul précédent montre que l'effet sur les ondes de haute fréquence existe toujours dans les circuits ayant une capacité statique distribuée le long des conducteurs, mais il est moins marqué quand il y a aussi self-induction.

C.-E. LINEBARGER. — Influence de la concentration des ions sur l'intensité de coloration des solutions salines dans l'eau, p. 416.

La couleur d'un sel dissous dépend de la couleur des ions dans lesquels il est décomposé par l'acte de la dissolution et de la cou-

leur du sel lui-même. On augmente la coloration en augmentant la concentration. On peut, sans toucher à la concentration du sel dissous, augmenter la concentration en ions, et cela en élevant la température. La conductibilité électrolytique augmente par élévation de température, ce qui revient à dire que le nombre des ions libres est plus grand; la couleur est, en effet, plus intense, ainsi qu'il résulte d'expériences de Gladstone. M. Vernon (*Chem. News*, t. LXVI, p. 104) est arrivé à des conclusions identiques en étudiant « la dissociation des électrolytes dissous par des déterminations calorimétriques ».

LECONTE STEVENS. — Comparaison expérimentale des formules relatives à la radiation totale entre 15°C. et 110°C., p. 431.

On a soumis au contrôle de l'expérience les formules de Stefan, de Rosetti, et de H.-F. Weber, de Zurich. On a étudié le rayonnement d'un disque métallique, percé en son centre d'un trou par lequel on introduit un thermomètre. A quelque 40^{cm}, on place une pile thermo-électrique en relation avec un galvanomètre à faible résistance. On a obtenu les résultats suivants :

Pour des températures peu élevées au-dessus de la température ordinaire, les formules de Stefan donnent un taux d'accroissement de la radiation qui est trop rapide; les formules de Weber coïncident très bien au contraire avec les résultats de l'expérience. Les courbes représentant la déviation galvanométrique en fonction de la température du disque diffèrent de la formule admise; elles coïncident sensiblement jusque vers 100°. La courbe de la formule de Stefan donne des résultats supérieurs à ceux de la formule de Weber. Mais, par une température voisine de 720°, les deux courbes se coupent, et la courbe de Weber, qui était au-dessous, passe au-dessus de la courbe de Stefan.

BERNARD BRUNHES.

La rédaction des *Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie* nous prie de transmettre aux Physiciens français l'avis suivant :

« Pour pouvoir publier le plus promptement possible des analyses des nouveaux Mémoires, elle prie MM. les auteurs de vouloir bien envoyer, dès qu'ils le pourront, des tirages à part, avec leur adresse, à M. le professeur E. Wiedemann, à Erlangen (Bavière). La rédaction des *Beiblätter* s'engage à leur envoyer une épreuve à corriger. » R.

TABLE DES MATIÈRES.

AVRIL 1893.

19309 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins 55.

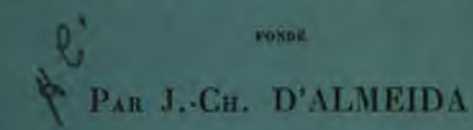
Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ



PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME II. — MAI 1893.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

11, RUE RATAUD, 11.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue Vauquelin, n° 18, à Paris. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les vingt premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, se vendent séparément .... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

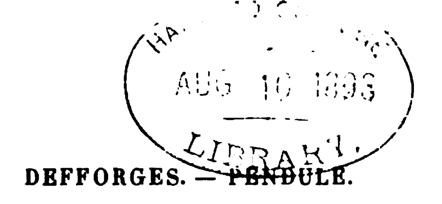
Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale .... 15 fr.
Autres pays .... 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.



DE L'INFLUENCE DU GLISSEMENT DE L'ARÊTE DU COUTEAU SUR LE PLAN DE SUSPENSION DANS LES OBSERVATIONS DU PENDULE;

PAR M. LE COMMANDANT DEFFORGES.

On a exposé ici même [1], en 1888, une méthode différentielle pour la mesure de l'intensité absolue de la pesanteur, qui, par l'emploi de deux pendules réversibles de même poids et de longueurs différentes, élimine à la fois l'influence de la courbure des couteaux et celle de l'entraînement du support par l'appareil oscillant.

En désignant par :

λ_1, λ_2 les longueurs des deux pendules, mesurées entre les arêtes des couteaux;

h_1, h'_1, h_2, h'_2 les distances des centres de gravité des deux pendules aux arêtes des couteaux;

p_1 et p_2 leurs poids respectifs;

ρ et ρ' les rayons de courbure moyens des couteaux dans les limites d'amplitude considérées;

T_1, T'_1, T_2, T'_2 les durées d'oscillation, poids lourd en bas et poids lourd en haut, des deux pendules oscillant sur les mêmes couteaux, dans les mêmes limites d'amplitude, et sur le même support d'élasticité ε,

on a, entre ces quantités, l'intensité g de la pesanteur et le rapport π de la circonférence au diamètre, les relations

$$\frac{h_1 T_1^2 - h'_1 T'^2_1}{h_1 - h'_1} = \frac{\pi^2}{g}\lambda_1\left(1 + \frac{p_1\varepsilon}{\lambda_1} - \frac{\rho - \rho'}{h_1 - h'_1}\right),$$

$$\frac{h_2 T_2^2 - h'_2 T'^2_2}{h_2 - h'_2} = \frac{\pi^2}{g}\lambda_2\left(1 + \frac{p_2\varepsilon}{\lambda_2} - \frac{\rho - \rho'}{h_2 - h'_2}\right)$$

et, retranchant membre à membre et introduisant les durées théoriques τ_1^2 et τ_2^2, pour abréger l'écriture,

$$\tau_2^2 - \tau_1^2 = \frac{\pi^2}{g}(\lambda_2 - \lambda_1) + \frac{\pi^2}{g}\varepsilon(p_2 - p_1) + \frac{\pi^2}{g}(\rho - \rho')\left(\frac{\lambda_1}{h_1 - h'_1} - \frac{\lambda_2}{h_2 - h'_2}\right)$$

---

[1] *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 239, 347, 455; 1888.

ou, en remplaçant λ_1 et λ_2 par les quantités équivalentes $h_1 + h'_1$, $h_2 + h'_2$,

$$\tau_2 - \tau_1^2 = \frac{\pi^2}{g}(\lambda_2 - \lambda_1) + \frac{\pi^2}{g}\varepsilon(p_2 - p_1) + \frac{\pi^2}{g}(\rho - \rho')\left(\frac{h_1 + h'_1}{h_1 - h'_1} - \frac{h_2 + h'_2}{h_2 - h'_2}\right).$$

Il faut et il suffit, pour que les deux derniers termes du deuxième membre soient nuls, que

$$p_1 = p_2, \qquad \frac{h_1}{h'_1} = \frac{h_2}{h'_2}.$$

Donc on peut éliminer entièrement l'effet du support et celui du rayon de courbure des couteaux, en faisant osciller, dans les mêmes limites d'amplitude, sur le même support et avec les mêmes couteaux, deux pendules de même poids, de longueur différente et dont les centres de gravité sont semblablement disposés par rapport aux arêtes des couteaux.

L'intensité absolue de la pesanteur et la longueur L du pendule à secondes doivent être alors données, sans correction aucune, par la formule très simple

$$\frac{g}{\pi^2} = \mathrm{L} = \frac{h(\mathrm{T}_2^2 - \mathrm{T}_1^2) - h'(\mathrm{T}_2'^2 - \mathrm{T}_1'^2)}{h - h'} = \tau_2^2 - \tau_1^2,$$

$\frac{h}{h'}$ représentant la valeur commune des deux rapports

$$\frac{h_1}{h'_1}, \quad \frac{h_2}{h'_2}.$$

Les pendules de Brunner du Service géographique, décrits déjà dans ce Recueil, ont même poids à 1^{gr} près, 1^{m} et $0^{\text{m}},5$ de distance entre les arêtes des couteaux et oscillent sur le même support avec les mêmes couteaux. Leurs centres de gravité sont placés aussi semblablement que possible par rapport aux arêtes des couteaux communs, mais pas assez exactement cependant pour qu'on puisse négliger entièrement la petite différence des rapports $\frac{h_1}{h'_1}$, $\frac{h_2}{h'_2}$. Mais, par l'échange des couteaux, on s'affranchit entièrement, suivant la méthode de Bessel, de leurs rayons de courbure, comme le montrent les formules qui suivent.

On a

Pendule de $0^{\text{m}},5$.

$$\tau_1^2 = \frac{h_1 \mathrm{T}_1^2 - h'_1 \mathrm{T}_1'^2}{h_1 - h'_1} = \frac{\pi^2}{g}\lambda_1\left(1 + \frac{p\varepsilon}{\lambda_1} - \frac{\rho - \rho'}{h_1 - h'_1}\right)$$

avant l'échange des couteaux,

$$\tau_1'^2 = \frac{h_1 \mathfrak{E}_1^2 - h_1' \mathfrak{E}_1'^2}{h_1 - h_1'} = \frac{\pi^2}{g}\lambda_1\left(1 + \frac{p\varepsilon}{\lambda_1} + \frac{\rho - \rho'}{h_1 - h_1'}\right)$$

après l'échange;

Pendule de 1^m.

$$\tau_2^2 = \frac{h_1 T_2^2 - h_2' T_2'^2}{h_2 - h_2'} = \frac{\pi^2}{g}\lambda_2\left(1 + \frac{p\varepsilon}{\lambda_2} - \frac{\rho - \rho'}{h_2 - h_2'}\right)$$

avant l'échange des couteaux,

$$\tau_2'^2 = \frac{h_2 \mathfrak{E}_2^2 - h_2' \mathfrak{E}_2'^2}{h_2 - h_2'} = \frac{\pi_2}{g}\lambda_2\left(1 + \frac{p\varepsilon}{\lambda_2} + \frac{\rho - \rho'}{h_2 - h_2'}\right)$$

après l'échange; et, en combinant deux à deux les valeurs de τ,

Pendule de 0^m,5.

$$\tau_{m_1}^2 = \frac{\tau_1^2 + \tau_1'^2}{2} = \frac{\pi^2}{g}\lambda_1\left(1 + \frac{p\varepsilon}{\lambda_1}\right),$$

Pendule de 1^m.

$$\tau_{m_2}^2 = \frac{\tau_2^2 + \tau_2'^2}{2} = \frac{\pi^2}{g}\lambda_2\left(1 + \frac{p\varepsilon}{\lambda_2}\right).$$

On peut, de ces dernières expressions, tirer comme tout à l'heure :

$$\frac{g}{\pi^2} = L = \frac{\tau_{m_2}^2 - \tau_{m_1}^2}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

Mais on peut aussi mettre en évidence l'entraînement du support par la différence

$$\frac{\lambda_2}{\tau_{m_2}^2} - \frac{\lambda_1}{\tau_{m_1}^2} = \frac{g}{\pi^2} p\varepsilon \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 \lambda_1},$$

qui, à cause de la petitesse de ε, en remarquant que $\frac{g}{\pi^2}$ est voisin de l'unité ainsi que $\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2\lambda_1}$, peut s'écrire, sans erreur pratique,

(1) $$\frac{\lambda_2}{\tau_{m_2}^2} - \frac{\lambda_1}{\tau_{m_1}^2} = p\varepsilon.$$

On rappellera enfin que l'étude de l'entraînement du support a conduit M. Plantamour à distinguer deux coefficients d'élasticité : le coefficient statique, obtenu par l'expérience statique en mesu-

rant le déplacement très petit produit par un effort connu appliqué horizontalement au support au point de suspension du pendule, et le coefficient dynamique, donné par l'expérience dynamique, laquelle consiste à mesurer les déplacements du support, pendant les oscillations même, sous l'effort du pendule en mouvement, effort facile à calculer. Les expériences poursuivies il y a plusieurs années au Service géographique ont confirmé l'existence d'une différence bien nettement caractérisée entre les deux coefficients, qui s'élève à environ $\frac{1}{8}$ de la valeur de ε et qui paraît un peu plus faible quand l'élasticité du support est notablement augmentée.

N'ayant pu réussir à expliquer cette différence, on a cependant constaté, en faisant osciller le même pendule dans les mêmes conditions sur un support d'élasticité variable à la volonté de l'observateur, que c'est l'ε statique qui convient à la formule donnée par Peirce et Cellérier pour tenir compte de l'effet de l'entraînement du support sur la durée de l'oscillation

$$\frac{dT}{T} = \frac{1}{2}\frac{p\varepsilon h}{\lambda^2}.$$

Pour lever toute incertitude provenant de cette anomalie apparente, on a, dans les stations absolues, exécutées jusqu'aujourd'hui par le Service géographique, aux huit points de Breteuil (Bureau international des Poids et Mesures), Paris (Observatoire), Greenwich (observatoire), Marseille (observatoire), Alger (observatoire de Voirol), Nice (observatoire), Dunkerque (Rosendael) et Perpignan (Rivesaltes), rendu, par une construction très soignée des piliers, auxquels on a donné une grande masse, aussi bien que par la constitution robuste du support proprement dit des pendules de Brunner, le coefficient ε assez petit pour que la distinction entre l'ε statique et l'ε dynamique soit sans importance et n'influe pas sensiblement sur la correction finale appliquée à la longueur du pendule à secondes qui résulte des observations.

A Paris et à Nice, où les piliers étaient en pierre de taille, l'ε statique était respectivement

A Paris....................	$0^m,00000015$
A Nice....................	$0^m,00000018$

aux six autres stations, où les piliers étaient en briques cimentées,

ε atteignait la valeur moyenne

$$0^{m},00000060$$

avec de très faibles écarts d'une station à l'autre.

Le poids commun des pendules de Brunner étant de $5^{kg},2$, il est aisé de calculer, d'après les mesures statiques de ε, la valeur numérique de la quantité $p\varepsilon$.

A Paris....................	$p\varepsilon = 0^{m},0000008 = 0^{\mu},8$
A Nice....................	$p\varepsilon = 0,0000009 = 0,9$
Aux autres stations.........	$p\varepsilon = 0,0000031 = 3,1$

Il est bien évident que le $\frac{1}{8}$ de ces quantités, lesquelles représentent, au facteur $\frac{L}{\lambda}$ près, les corrections à appliquer du chef du support aux valeurs obtenues aux différentes stations pour la longueur du pendule à secondes, peut être négligé sans inconvénient vis-à-vis des erreurs qui proviennent soit de la mesure de la longueur λ, soit de la durée théorique τ.

Mais, en toutes les stations précitées, la quantité $p\varepsilon$, déduite de la formule (1), ne s'accorde nullement avec la valeur calculée directement à l'aide des mesures de ε. On a trouvé :

Breteuil (observations dans l'air).........		$62^{\mu},5$	
» (observations dans le vide).......		58,1	
Paris	»	56,2	
»	»	55,2	
Rivesaltes	»	»	53,4
Rosendael	»	58,2	
Greenwich	»	58,5	
Marseille	»	56,9	
Alger	»	58,2	
Nice (observations dans l'air)............		»	56,5
		58,0	55,0

Les nombres de Breteuil, Paris, Rosendael, Greenwich, Marseille, Alger s'appliquent à une même paire de couteaux, ceux de Nice et de Rivesaltes à une seconde paire, peu différente de la première.

Ces nombres différaient trop de la valeur calculée directement pour que l'écart, d'ailleurs systématique, pût être mis sur le compte d'une erreur résiduelle de l'observation.

La réduction au vide ayant été étudiée avec le plus grand soin et dans le plus grand détail et appliquée aux durées observées, on ne pouvait pas mettre la différence sur le compte d'une élimination imparfaite de l'effet de l'air.

Une erreur systématique sur la longueur n'était pas admissible, les pendules ayant été mesurés et comparés à deux étalons différents du Bureau international, à Breteuil même, avec le concours du directeur du Bureau international, M. R. Benoît. D'autres mesures, d'ailleurs, exécutées à plusieurs reprises à l'aide d'un troisième étalon, avaient constamment confirmé les premières déterminations de la longueur des pendules.

Il fallut donc reconnaître que l'on était en présence d'une erreur non encore analysée et qu'il était nécessaire de préciser.

C'est l'examen au microscope (grossissant environ mille fois) des plans de suspension qui, après d'assez longues recherches, en a révélé la véritable origine.

Un des supports employés au Service géographique, utilisé spécialement pour des études, présentait, après 18 millions environ d'oscillations, au point même où porte le couteau, une sorte de cannelure creuse de 10^{μ} environ de largeur et de $0^{\mu},5$ de profondeur, tout à fait comparable aux entailles cylindriques pratiquées par les constructeurs sur les V des instruments méridiens pour recevoir les tourillons de la lunette.

Cette cannelure avait l'apparence d'une ébauche de coussinet dans lequel aurait roulé le couteau de suspension.

Elle avait été évidemment produite par le frottement du couteau sur le plan, mais, vu la dureté de la matière, cette usure relativement considérable semblait impliquer autre chose qu'un simple frottement de roulement, un frottement de glissement analogue à celui qui se produit entre un tourillon et son coussinet.

Ce glissement a pu être mis en évidence pendant le mouvement, d'abord par l'observation microscopique directe, puis par l'emploi d'un appareil spécial, qui a permis d'en mesurer l'étendue.

Pour l'observation directe, une section aussi nette que possible ayant été faite perpendiculairement à l'arête dans le couteau d'un lourd balancier d'horloge et un plan de suspension convenablement disposé, on a pointé un microscope de naturaliste sur le point de contact du couteau et du plan, l'axe optique de ce mi-

croscope étant très approximativement dans le prolongement de l'arête de contact. On a ainsi vu le couteau pénétrant d'une petite quantité dans le plan déformé.

Si le pendule est mis en mouvement, on perçoit très nettement, au moment du passage par la verticale, lorsque la vitesse angulaire devient maximum, une sorte de patinage du couteau dans le canal qu'il creuse, patinage qui s'affaiblit jusqu'à devenir insensible aux extrémités de l'oscillation, lorsque la vitesse angulaire tend vers zéro.

Le patinage d'une locomotive sur le rail représente très bien le phénomène, qui se traduit par le fait que la distance sur le plan de suspension des points extrêmes de contact du plan et du couteau au commencement et à la fin d'une oscillation entière est moindre que la même distance mesurée sur la section droite du couteau.

D'après ce qu'on vient de dire, il était naturel de supposer tout d'abord ce glissement proportionnel à la vitesse angulaire et, par conséquent, à $d\theta$.

Dès lors, le mouvement du pendule, pendant un temps élémentaire dt, en supposant le support rigide et complètement immobile, se compose de deux rotations effectuées, l'une, autour d'une des droites de contact du couteau et du plan de suspension, mouvement analogue au roulement d'une roue sur un pavé, l'autre, autour de la droite lieu des centres de courbure de l'élément cylindrique de contact, mouvement semblable à celui d'un tourillon dans ses coussinets. Si $d\theta$ est le déplacement angulaire total du pendule pendant le temps dt, les deux rotations font respectivement tourner le pendule d'angles qui ont pour expressions $m\,d\theta$ et $n\,d\theta$. On a d'ailleurs

$$m + n = 1.$$

Mais ces deux rotations autour de deux droites parallèles peuvent se composer en une seule, d'amplitude $d\theta$, autour d'une autre droite, parallèle aux deux premières et passant par un point qui divise le rayon de courbure de l'élément de contact, dans la section droite, dans le rapport $\frac{n}{m}$ et dont, par conséquent, la distance au-dessus du plan de suspension est égale à $n\rho$.

Tout se passe donc comme si l'axe instantané de rotation du pendule était relevé de $n\rho$ et comme si le pendule tournait autour de cet axe d'un angle $d\theta$ dans le temps dt. L'équation des moments prend dès lors la forme

$$\Sigma m r^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = \mathrm{M}\,[(h+n\rho)^2+k^2]\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\mathrm{M}g(h+\rho)\sin\theta,$$

où k^2 est le moment d'inertie du pendule par rapport à un axe parallèle à l'arête du couteau et passant par le centre de gravité.

On en tire aisément pour un pendule réversible, en remarquant que

$$h+\frac{k^2}{h}=\lambda=h'+\frac{k^2}{h'}.$$

Autour du 1ᵉʳ couteau..... $\mathrm{T}^2 = \frac{\pi^2}{g}\lambda\left(1-\frac{\rho}{h}+\frac{2n\rho}{\lambda}\right)$

Autour du 2ᵉ couteau...... $\mathrm{T}'^2 = \frac{\pi^2}{g}\lambda\left(1-\frac{\rho'}{h'}+\frac{2n'\rho'}{\lambda}\right)$

et, pour la durée théorique, avant l'échange des couteaux,

$$\tau^2=\frac{\pi^2}{g}\lambda\left[1-\frac{\rho-\rho'}{h-h'}+\frac{2nh\rho+2n'h'\rho'}{\lambda(h-h')}\right],$$

après l'échange

$$\tau_1'^2=\frac{\pi^2}{g}\lambda\left[1+\frac{\rho-\rho'}{h-h'}+\frac{2nh\rho'+2n'h'\rho'}{\lambda(h-h')}\right].$$

La durée théorique moyenne est, dès lors, donnée par l'expression

$$(2)\qquad \tau_m^2=\frac{\tau^2+\tau_1'^2}{2}=\frac{\pi^2}{g}\lambda\left[1+\frac{nh(\rho+\rho')-n'h'(\rho+\rho')}{\lambda(h-h')}\right].$$

Arrivés à ce point, il s'agit de connaître n et n'. Pour cela, il fallait mesurer le glissement.

L'appareil qu'on va décrire a permis d'en avoir une valeur au moins approchée.

Une fourchette légère en acier est suspendue par un fil métallique très fin à une colonne fixe portée par le support. L'une de ses extrémités porte une glace plane et présente un léger excès de poids, de telle façon que la fourchette tend toujours à basculer autour du point d'attache du fil, du côté de la glace. Les deux bras de la fourchette embrassent le pendule et vont s'appuyer sur

l'arête du couteau de chaque côté des plans de suspension. La prépondérance de la tête de la fourchette est calculée de façon que les bras sont appliqués sur l'arête avec une pression qui n'excède pas quelques grammes.

La longueur du fil est réglée de manière que les bras de la fourchette soient dans un plan exactement parallèle au plan de suspension.

Le mode de suspension de la fourchette lui donne une extrême mobilité qui lui permet de suivre exactement tout déplacement de l'arête qui pourrait provenir d'un glissement latéral, tandis qu'elle reste forcément immobile si l'arête du couteau roule simplement sur les plans d'acier poli que présentent les deux bras.

Les déplacements de la fourchette sont décelés et mesurés par l'examen de franges d'interférence produites entre la glace portée par la fourchette et une glace fixe portée par le support même du pendule. Par suite de cette dernière disposition, l'entraînement du support se fait sentir également aux deux glaces et les mouvements relatifs de la fourchette par rapport au support sont seuls mis en évidence.

Pendant le roulement proprement dit, la fourchette, comme le plan de suspension, reste immobile, sauf le balancement du support, qu'elle partage avec lui. Mais, pendant le glissement, la fourchette, à cause de son extrême mobilité, reste adhérente au couteau et l'accompagne dans son mouvement.

L'appareil est très délicat et demande les plus grandes précautions, à cause de l'extrême petitesse de la quantité à mesurer.

Les nombres suivants correspondent à un couteau d'agate, appartenant aux pendules de Brunner, mais monté sur un pendule d'étude dont le poids était variable à la volonté de l'observateur.

Poids = $4^{kg},9$	Ampl. = $135'$	$\sigma = 0^{fr},8 = 0^{\mu},5$	$\frac{\sigma}{p} = 0^{fr},16 = 0^{\mu},10$
8,9	»	1,1 = 0,7	0,12 = 0,08
14,7	»	1,5 = 0,9	0,10 = 0,06

Poids = 14,7	Ampl. = 135	σ = 1,5 = 0,9
	90	1,0 = 0,6
	45	0,5 = 0,3

Ces nombres, pris au hasard parmi un grand nombre d'autres, montrent :

1° Que le glissement total est proportionnel à l'angle, ce qui justifie l'hypothèse, faite au début de cette théorie, que le glissement élémentaire est proportionnel à la vitesse angulaire;

2° Que le glissement ne croît pas proportionnellement au poids. Ce résultat était facile à prévoir. Le glissement dépend, en effet, de l'écrasement et de la déformation de l'arête, qui ne sauraient croître proportionnellement au poids. Cependant, jusqu'à des poids ne dépassant pas de beaucoup 5^{kg}, les couteaux auxquels se rapportent les expériences ci-dessus comportent un glissement assez exactement proportionnel au poids.

3° Le glissement est le même, poids lourd en bas et poids lourd en haut pour un pendule réversible : il ne paraît donc dépendre que de la vitesse angulaire et $n = n'$.

En réunissant dans la même formule l'influence du support et l'effet du glissement, on aura, pour un pendule réversible,

$$\tau_m^2 = \frac{\pi^2}{g}\lambda\left[1 + \frac{n(\rho+\rho')+p\varepsilon}{\lambda}\right].$$

Dans le Tableau de la page 197, d'après la théorie précédente, les résidus de l'observation doivent représenter la quantité

$$n(\rho+\rho')+p\varepsilon.$$

En les corrigeant des valeurs calculées de $p\varepsilon$ et admettant, comme tout à l'heure, que $\rho = \rho'$, on trouve aisément

$$2n\rho = 56^{\mu}.$$

Il faut remarquer que l'expression théorique du glissement linéaire total, pour une amplitude θ, est $n\rho\theta$.

Il est donc possible, ayant déduit $n\rho$ des observations entreprises pour la mesure de la pesanteur, de calculer *a priori* la valeur du glissement pour une amplitude donnée. Si le nombre ainsi obtenu concorde avec le glissement observé, ce sera à la fois une vérification de l'exactitude des mesures et une confirmation de la théorie.

Or, dans les stations énumérées plus haut, la valeur moyenne du glissement, mesuré à l'aide de l'appareil à fourchette, a été trouvée, à l'amplitude de 30′, égale à

$$0^{\mu},20.$$

Le glissement calculé, pour $\theta = 30'$, $n\rho = 28^\mu$, est

$$0^\mu,22.$$

C'est aussi satisfaisant que possible, si l'on considère la petitesse des quantités dont il s'agit et la difficulté qu'on rencontre à les mesurer.

Le glissement ainsi mis en évidence et représenté par une formule, il était intéressant d'en montrer expérimentalement l'influence en mesurant, en une même station, avec des pendules de poids et de longueurs divers, l'intensité absolue de la pesanteur.

En limitant à 5^{kg} le poids des appareils oscillants, on peut, comme il a été dit plus haut, poser

$$n = Ap,$$

et, comme la longueur du pendule à secondes est, en fonction du glissement et de l'élasticité du support,

$$L = \frac{g}{\pi^2} = \frac{\lambda}{\tau_m^2}\left[1 + \frac{n(\rho + \rho') + p\varepsilon}{\lambda}\right].$$

En désignant par δL la correction due au glissement et au support réunis, on peut écrire, $\frac{\lambda}{\tau_m^2}$ étant voisin de l'unité,

$$\delta L = [A(\rho + \rho') + \varepsilon]\frac{p}{\lambda}.$$

Cette correction est donc proportionnelle au poids du pendule d'expérience et inversement proportionnelle à sa longueur. Les valeurs, fournies en une même station, pour la longueur du pendule à secondes par les divers appareils oscillants, devront donc différer entre elles de quantités de la forme

$$\frac{Mp}{\lambda},$$

et pouvoir être accordées entre elles avec précision à l'aide d'une correction de cette forme.

C'est ce que l'expérience a pleinement confirmé. A la station de Rivesaltes, les mesures ont été faites à l'aide de quatre pendules de même forme, oscillant, successivement, à l'aide des mêmes couteaux, sur le même support (dans le vide) et dont les poids et les longueurs étaient :

Numéros.	Poids.	Longueur.
	kg	m
1	5,2	1
2	5,2	$\frac{1}{2}$
3	3,2	$\frac{1}{2}$
4	2,3	$\frac{1}{4}$

On a trouvé :

Numéros.			
1......	$\frac{\lambda}{\frac{2}{\pi}m} = 0^{m},993373$	$\delta L = +0,000057$	$L = 0^{m},993430$
2......	316	113	429
3......	358	70	428
4......	332	100	432

L'accord des quatre valeurs de L est tout à fait satisfaisant.

De tout ce qui précède, il faut retenir ce fait, d'une véritable importance, que la mesure de l'intensité absolue de la pesanteur par le pendule est sujette, du fait de la suspension, à une erreur sensible qui dépend de la constitution même de l'appareil oscillant, notamment de son poids et de sa longueur.

C'est là très vraisemblablement la cause des divergences des valeurs obtenues pour g en une même station, à des époques différentes et par des observateurs différents. C'est aussi l'explication de la difficulté qu'on a éprouvée jusqu'à ce jour à accorder entre elles, par le moyen d'observations relatives, les valeurs de g obtenues en des lieux différents par les plus habiles observateurs, tels que Borda, Biot, Kater, Bessel, etc.

Un travail de discussion et de revision s'impose. Il devrait consister à recueillir des données précises concernant le poids et la longueur des appareils anciennement employés, la pression exercée par millimètre courant sur les arêtes des couteaux par les divers pendules, la matière et la forme probable des arêtes. On tenterait d'en déduire la correction de glissement. Il est malheureusement à craindre que quelques-unes de ces données, celles particulièrement qui ont trait à la figure de l'arête des couteaux, ne soient impossibles à retrouver aujourd'hui.

Le glissement fournit une explication très simple de la différence signalée plus haut (¹) entre l'ε statique et l'ε dynamique. Lorsque,

(¹) *Voir* p. 195-196.

sous l'effort du pendule en mouvement, le support fléchit et s'écarte de la verticale, c'est par l'arête de contact du couteau avec le plan de suspension que se transmet l'effort. S'il y a glissement, intermittent ou continu, le support échappe momentanément ou en partie à l'action entraînante du pendule, et, tandis que celui-ci se déplace de la quantité $p\varepsilon \frac{h}{\lambda} \theta$ (¹) qu'indique la théorie, le support, pendant le glissement, demeure en arrière et ne se déplace que d'une fraction de cette quantité. Si $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$ représente cette fraction, il est clair que le coefficient d'élasticité fourni par l'expérience dynamique sera précisément ε'. Il ressort nettement de ce raisonnement que, comme l'avait déjà montré l'expérience, c'est le coefficient statique ε seul qui doit entrer dans la formule de Peirce et Cellérier, puisqu'il correspond bien à l'excursion réelle du couteau du pendule causée par la flexion du support.

SUR LES FRANGES D'INTERFÉRENCES SEMI-CIRCULAIRES;

Par M. G. MESLIN.

Les franges d'interférences que l'on obtient avec les miroirs de Fresnel, le biprisme, les demi-lentilles de Billet, sont sensiblement rectilignes comme étant les sections par un plan parallèle à l'axe d'une série d'hyperboloïdes qui sont de révolution autour de la ligne des foyers P, P'; cela tient à ce que la lumière se propage perpendiculairement à la droite PP'; si, au contraire, elle se propageait dans le sens PP' de l'axe de révolution, l'écran perpendiculaire à cette ligne déterminerait dans les hyperboloïdes des sections circulaires : les franges auraient donc la forme d'une circonférence dont on verrait une portion plus ou moins grande suivant l'empiètement plus ou moins considérable des deux faisceaux.

J'ai obtenu, en effet, ces franges circulaires avec le dispositif suivant : on sépare les deux demi-lentilles de Billet et on les met

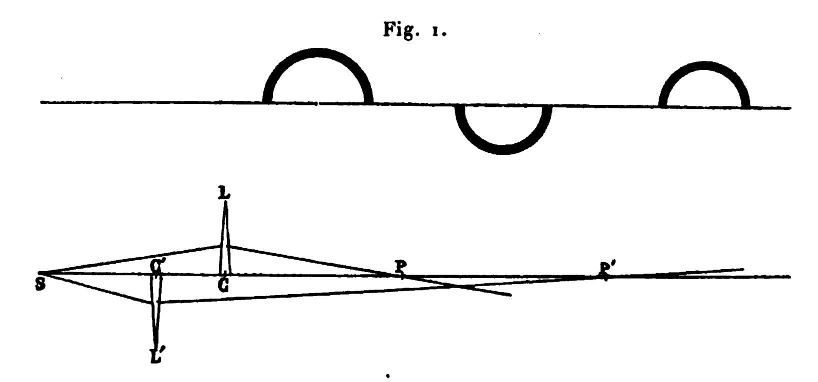
(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VII, p. 355.

à la suite l'une de l'autre devant un *trou de très petite dimension* vivement éclairé par de la lumière solaire. On dirige le faisceau lumineux conique de façon qu'il tombe à peu près autant de lumière sur chacune des demi-lentilles que l'on règle de façon que le trou S et les deux centres optiques C et C' soient très sensiblement en ligne droite, cette droite étant d'ailleurs l'axe du faisceau lumineux.

Dans ces conditions, le point S donne, avec une des lentilles, un faisceau qui va passer par le point P, puis diverger au delà; il donne, avec l'autre lentille, un faisceau qui va converger en P'; entre P et P' ces deux faisceaux ont un champ commun où l'on peut apercevoir au *microscope* des franges formant une moitié de circonférence. Si, en effet, on imagine que les demi-lentilles sont limitées par un diamètre vertical projeté en C et C', il n'y aura de partie commune que sur l'une des moitiés de la figure, au-dessous de la droite PP' (*fig.* 1).

Pour réussir l'expérience, il importe d'employer un trou S très petit; je me suis servi pour cela d'une fente très fine ($\frac{1}{20}$ de millimètre environ) avec laquelle je mettais une autre fente en croix; dès qu'on agrandit le trou ou qu'on l'allonge en forme de

Fig. 1.



fente, les phénomènes disparaissent par la superposition de systèmes de franges circulaires qui ne sont pas centrés sur la même droite.

Les deux points P et P' présentent, l'un par rapport à l'autre, une différence de marche considérable; malgré cela, les deux rayons qui se rencontrent en un point du champ commun peu-

vent interférer; car ils n'ont qu'un faible retard provenant de ce qu'ils ont suivi des chemins presque identiques à partir de leur commune origine S.

Le retard en M est $\varphi + MP$ pour le rayon qui a dépassé le point P, $\varphi' - MP'$ pour celui qui n'a pas encore atteint P'; la différence est $MP + MP' + \varphi - \varphi'$, φ et φ' étant les retards de ces rayons en P et en P'; mais φ et φ' sont indépendants du rayon choisi, en vertu du tautochronisme des foyers; désignons par π leur différence, qui n'est autre ici que PP',

$$\delta = MP + MP' - \pi, \qquad MP + MP' = \delta + \pi = K\frac{\lambda}{2} + \pi.$$

Entre P et P', les lieux des points correspondant à des retards constants sont donc des ellipsoïdes de foyers P et P'; les franges sont des cercles dont le rayon y est l'ordonnée de l'ellipse méridienne dont l'équation est

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} - 1 = 0,$$

$$y = \frac{\beta}{\alpha}\sqrt{\alpha^2 - x^2} = \frac{\beta}{\alpha}\sqrt{(\alpha + x)(\alpha - x)}.$$

On a

$$2\alpha = \delta + \pi, \qquad \beta_2 = \alpha^2 - y^2 = \frac{(\delta + \pi)^2 - \pi^2}{4} = \frac{\delta^2 + 2\pi\delta}{4},$$

ou sensiblement

$$2\alpha = \pi, \qquad 2\beta = \sqrt{2\pi\delta},$$

π étant incomparablement plus grand que δ :

$$y = \sqrt{\frac{2\delta}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} = \sqrt{\frac{K\lambda}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}.$$

Si l'on opère en lumière homogène, on a donc les deux lois :

1° Pour une même valeur de x (position de l'écran), les rayons varient comme les racines carrées des nombres entiers.

2° Si l'on observe à différentes distances, les franges sont plus ou moins larges suivant la valeur du produit $\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$; il part de zéro pour revenir à zéro en passant par un maximum pour $x = 0$.

Les franges sont, en effet, très fines aux environs de P, s'élargissent, présentent un maximum au milieu de l'intervalle PP' pour décroître ensuite. Elles sont si serrées aux environs de P qu'il est nécessaire, pour les observer commodément, de se servir d'un microscope (objectif Nachet n° 3); dans une des positions où elles étaient le plus nettes, les dix premières couvraient un espace inférieur à $\frac{1}{3}$ de millimètre.

En réalité, l'expérience ne peut être disposée exactement comme il a été dit, par suite de ce fait que les deux centres optiques C et C' ne sont pas tout à fait sur la partie terminale des demi-lentilles, mais un peu en dehors, si bien que, si les trois points S, C, C' étaient en ligne droite, les deux faisceaux n'auraient qu'une très petite partie commune; dans la pratique, on est obligé de déplacer chacune des lentilles perpendiculairement à la droite PP', de façon à produire la superposition des deux faisceaux au point où l'on désire examiner les franges.

Calculons le retard en un point M' situé au delà du point P'; il est la différence des deux retards

$$M'P + \varphi \quad \text{et} \quad M'P' + \varphi';$$

on a donc

$$\delta = M'P - M'P' + \varphi - \varphi', \qquad M'P - M'P' = \delta + \varphi' - \varphi;$$

les points correspondant à des retards égaux sont donc sur des hyperboloïdes.

On peut aussi voir des franges très près de la lentille L; on a un groupe de franges larges, visibles à la loupe de part et d'autre d'une frange achromatique. Elles tournent leur concavité vers la gauche de l'observateur pour la disposition indiquée, elles se resserrent lorsqu'on approche de P, disparaissent, réapparaissent très fines au delà, mais *tournées en sens contraire,* s'élargissent pour se resserrer, disparaissent en P' et se produisent de nouveau après ce point, mais ayant, comme au début, leur concavité tournée vers la gauche; en suivant ces déformations, on reconnaît deux positions pour lesquelles les franges apparaissent en bien plus grand nombre et couvrent tout le champ; ce sont deux positions d'achromatisme sur lesquelles nous reviendrons tout à l'heure.

Toutefois, le décentrage de l'appareil déforme légèrement les franges, car l'écran n'est plus perpendiculaire à la droite PP′ sur laquelle elles continuent à être centrées, et qui peut être très éloignée du milieu du champ commun; de plus, cette droite PP′ ne correspond plus à un retard nul, mais seulement à un retard minimum; il a pour expression

$$\mathrm{MP} \pm \mathrm{MP}' + \varphi - \varphi',$$

c'est-à-dire $\mathrm{PP}' + \varphi - \varphi'$; chacun de ces termes dépend de la couleur, puisque la distance focale, et par conséquent la distance des images, varie avec la radiation, de sorte que le retard varie sur la droite PP′ pour les diverses couleurs, non seulement au point de vue des longueurs d'onde qu'il représente, mais encore au point de vue de sa valeur absolue.

Ce retard s'écrit

$$\sqrt{(\varphi' - \varphi)^2 - 4\varphi\varphi' \sin^2 \frac{\alpha}{2}} + \varphi - \varphi',$$

en appelant α l'angle des deux axes SC, SC′; il s'annule avec α, mais il peut devenir très grand en valeur absolue; il en résulte que le centre des anneaux n'a pas le caractère de frange centrale et peut même n'être pas visible (¹).

Pareillement, la surface sur laquelle le retard est nul est définie par l'équation

$$\mathrm{MP} \pm \mathrm{MP}' + \varphi - \varphi' = 0;$$

elle varie avec la radiation considérée; les anneaux de retard nul ne coïncident donc pas entre eux et l'on conçoit la production d'un anneau achromatique pour lequel la quantité précédente présentera une variation minimum; cet anneau est facile à apercevoir en se plaçant entre le point P et la lentille L.

Nous avons trouvé pour expression du rayon de l'anneau

(¹) Cette double circonstance et le déplacement constant qu'il faut donner aux lentilles rend difficile la constatation du changement de signe par le passage au foyer, changement si bien mis en évidence par M. Gouy et que j'avais précisément essayé de vérifier par ce dispositif; l'introduction de ce changement de signe ne modifierait pas les calculs présentés plus haut. K serait seulement remplacé par K − 1.

d'ordre K

$$y = \sqrt{\frac{K\lambda}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}.$$

Comme x désigne la distance au milieu de l'intervalle PP' qui varie avec la couleur, nous rapporterons les distances z à l'origine S; en négligeant l'épaisseur des lentilles, on a

$$\frac{\pi}{2}+x = z-\varphi, \qquad \frac{\pi}{2}-x = \varphi'-z;$$

d'où

$$y = \sqrt{\frac{K\lambda}{\varphi'-\varphi}(z-\varphi)(\varphi'-z)}.$$

Si la lumière incidente est composée de deux radiations de longueur d'onde λ et λ_1, les anneaux d'ordre K sont répartis sur deux surfaces qui se coupent suivant un cercle AB et, en examinant dans le plan de ce cercle, les deux anneaux coïncident.

Fig. 2.

Il suffit que z soit déterminé par la relation

$$y-y_1 = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\lambda}{\varphi'-\varphi}(z-\varphi)(\varphi'-z) - \frac{\lambda_1}{\varphi'_1-\varphi_1}(z-\varphi_1)(\varphi'_1-z) = 0.$$

Cette équation étant indépendante de K, la coïncidence sera réalisée pour les anneaux d'ordre quelconque et l'on verra un aussi grand nombre d'anneaux que si l'on opérait en lumière homogène.

L'équation est du second degré et fournit deux solutions, dont une seule comprise entre P et P'; supposons, en effet, que λ_1 soit inférieur à λ, la lentille étant plus convergente pour cette première radiation, on a

$$\varphi_1 < \varphi \quad \text{et} \quad \varphi'_1 < \varphi'.$$

Substituons successivement φ_1 et φ'_1 à z, on a

$$\frac{\lambda}{\varphi'-\varphi}\underset{-}{(\varphi_1-\varphi)}\underset{+}{(\varphi'-\varphi_1)} \qquad \text{et} \qquad \frac{\lambda}{\varphi'-\varphi}\underset{+}{(\varphi'_1-\varphi)}\underset{+}{(\varphi'-\varphi'_1)},$$

qui sont de signe contraire puisque φ' et φ'_1 sont toujours supérieurs à φ et φ_1.

Cette solution convient donc, puisque c'est le cas dans lequel on s'était placé pour calculer y; l'autre solution doit également être conservée pour la raison suivante : si l'on se place dans l'hypothèse où le point est en dehors de la région PP', les anneaux sont sur des hyperboloïdes et, en calculant leur diamètre, on arrive à une expression analogue à la précédente, avec un changement de signe; mais, si l'on pose la condition $y - y_1 = 0$, on retrouve la même équation que plus haut, équation dont on doit, cette fois, considérer seulement la racine située en dehors de l'intervalle PP'; les deux solutions conviennent donc et donnent deux positions de concordance, l'une pour les ellipsoïdes, l'autre pour les hyperboloïdes.

Si maintenant λ_1 tend vers λ, il suffira de chercher la limite de l'intersection des surfaces, on aura l'équation

$$\Delta y = 0, \qquad \text{ou à la limite } \frac{dy}{\partial\lambda} = 0;$$

ce sera la position d'achromatisme pour la couleur λ.

Si enfin l'on opère avec de la lumière blanche dans laquelle l'œil est le plus sensible à une radiation donnée, on cherchera la limite de l'intersection des surfaces au voisinage de cette radiation; ce sera la région achromatique et l'achromatisme sera réalisé quel que soit l'ordre de l'anneau.

Écrivons l'équation $\frac{dy}{d\lambda} = 0$, on a

$$(\varphi'-\varphi)\left[(z-\varphi)(\varphi'-z) - \lambda\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}(\varphi'-z) + \lambda\frac{\partial\varphi'}{\partial\lambda}(z-\varphi)\right]$$
$$-\lambda(z-\varphi)((\varphi'-z)\left(\frac{\partial\varphi'}{\partial\lambda} - \frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\right) = 0.$$

Évaluons φ et φ' pour prendre leurs dérivées.

Soient s et s' les distances du point S aux deux lentilles L et L',

p et p' les distances de leurs images,

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{p}=\frac{1}{f}, \qquad \varphi=p+s=\frac{sp}{f}=\frac{s^2}{s-f},$$
$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}, \qquad \varphi'=p'+s'=\frac{s'p'}{f}=\frac{s'^2}{s'-f},$$
$$\frac{d\varphi}{d\lambda}=\frac{s^2}{(s-f)^2}\frac{df}{d\lambda}, \qquad \frac{d\varphi'}{d\lambda}=\frac{s'^2}{(s'-f)^2}\frac{df}{d\lambda}.$$

On a l'équation du second degré en z

$$\left(\frac{s'^2}{s'-f}-\frac{s^2}{s-f}\right)\left[\left(z-\frac{s^2}{s-f}\right)\left(\frac{s'^2}{s'-f}-z\right)\right.$$
$$-\lambda\frac{df}{d\lambda}\frac{s^2}{(s-f)^2}\left(\frac{s'^2}{s'-f}-z\right)$$
$$\left.+\lambda\frac{df}{d\lambda}\frac{s'^2}{(s'-f)^2}\left(z-\frac{s^2}{s-f}\right)\right]$$
$$-\lambda\frac{df}{d\lambda}\left(z-\frac{s^2}{s-f}\right)\left(\frac{s'^2}{s-f}-z\right)\left[\frac{s'^2}{(s'-f)^2}-\frac{s^2}{(s-f)^2}\right]=0.$$

Pour évaluer $\frac{df}{d\lambda}$, il faut connaître la dispersion de la substance qui compose les lentilles, on a

$$f=\frac{R}{n-1}, \qquad \frac{df}{d\lambda}=-\frac{R}{(n-1)^2}\frac{dn}{d\lambda}=-\frac{f}{n-1}\frac{dn}{d\lambda}.$$

Nous prendrons, pour la valeur de $\frac{1}{n-1}\frac{dn}{d\lambda}$, celle qu'on peut calculer à l'aide du Tableau d'indices donné par M. Mascart (¹) pour le crown-glass Rossette; pour la longueur d'onde $0^\mu,555$, on a

$$\frac{1}{n-1}\frac{dn}{d\lambda}=-\frac{1}{\lambda}0,063;$$

d'où

$$\lambda\frac{\partial f}{\partial\lambda}=0,063f;$$

en remplaçant f par 20^{cm} et s et s' par 40^{cm} et 25^{cm}, qui étaient les conditions de l'expérience, on obtient, tous calculs faits, l'équation

$$z^2-296z+17802=0,$$

dont les deux solutions sont

$$148\pm 64\left\{\begin{array}{l}84^{cm}\\212^{cm}\end{array}\right..$$

(¹) Mascart, *Annales de Chimie et de Physique*, 4ᵉ série, t. XIV.

Ce calcul se vérifie très exactement, car ce sont précisément là les deux positions observées d'achromatisme; la seconde s'étend sur une plus grande région, et les franges y sont d'ailleurs plus difficiles à apercevoir, en raison de la différence d'éclairement des deux faisceaux; l'un d'eux est assez près de son point de concentration, l'autre en est plus éloigné et comme, en outre, sa convergence était plus grande, il est beaucoup plus étalé que le premier, ce qui diminue considérablement la netteté des franges; pour compenser partiellement la différence, on est conduit à faire tomber une plus grande portion du faisceau initial sur une des lentilles (1).

ÉGALITÉ DE POTENTIEL DES COUCHES ÉLECTRIQUES QUI RECOUVRENT DEUX DÉPOTS ÉLECTROLYTIQUES D'UN MÊME MÉTAL AU CONTACT;

PAR M. G. GOURÉ DE VILLEMONTÉE.

Des plaques d'un même métal ne présentant au contact aucune différence de potentiel m'étaient nécessaires, il y a quelques années, pour une série de recherches.

Un Mémoire étendu de M. Pellat (*Annales de Chimie et de Physique,* 5e série, t. XXIV, p. 5 et suivantes) établissait alors les variations considérables que produisaient les altérations chimiques les moins perceptibles et le travail mécanique le plus faible sur la *valeur de la différence de potentiel des couches électriques qui recouvrent deux métaux en contact.* L'impossibilité d'obtenir dans le commerce un métal dans un état défini résulte immédiatement des études de M. Pellat. J'ai essayé de préparer les métaux par électrolyse. L'article suivant est le résumé des expériences faites pour déterminer la valeur de la différence de potentiel au contact des couches électriques qui recouvrent deux dépôts électrolytiques d'un même métal, préparés dans des conditions déterminées.

---

(1) J'ai obtenu de nouvelles franges d'interférences semi-circulaires par un dispositif plus simple qui consiste à enlever la demi-lentille L' et à la remplacer par une lame de verre destinée à compenser l'épaisseur de l'autre; les points S et P jouent le rôle des points P et P'. L'équation d'achromatisme se simplifie, n'est plus que du premier degré et ne donne qu'une seule position (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* numéro du 13 mars 1893).

I. *Préparation des dépôts.* — Les métaux déposés par électrolyse ont été

nickel, fer, zinc, cuivre.

Les dépôts ont été formés sur des plaques de cuivre ou de laiton et sur de la grenaille de plomb la plus fine du commerce. Les bains ont été préparés avec des sels purs dissous dans l'eau distillée.

Dans les premières expériences, j'ai eu soin de disposer parallèlement dans les bains à l'aide de niveaux l'anode et la plaque sur laquelle le dépôt devait être fait. Mes premières mesures m'ont montré l'inutilité de ces précautions. Toutes les pièces peuvent être suspendues comme on le fait dans l'industrie pour la galvanisation.

II. *Courants de galvanisation.* — Les courants ont été produits, dans une première série d'expériences, par des piles, dans une seconde série [1] par une machine dynamo. Les limites entre lesquelles ont été prises les différences de potentiel aux pôles de la pile ou aux bornes de la machine et les intensités des courants sont résumées dans le Tableau suivant :

Dépôts.	Différences de potentiel.		Intensités des courants.	
	volts	volts	amp	amp
Nickel	6	21	0,2	6
Fer	1	6	0,05	0,2
Zinc	4	»	0,18	»
Cuivre	4	40	0,18	24

Les limites entre lesquelles ont été comprises les densités des courants de galvanisation ont été :

Dépôts.	Densités des courants.	
Nickel	0,06	1,62
Fer	0,01	1,06
Zinc	0,02	0,26
Cuivre	0,015	13,63

(1) La seconde série d'expériences a été faite au laboratoire de Physique de l'École Normale supérieure.

Les dépôts de cuivre avec les courants de densité supérieure à 0,99 ont été obtenus seulement sur la grenaille de plomb. Les grains étaient placés sur des corbeilles rectangulaires basses en laiton à fond horizontal, de manière à couvrir le fond. L'anode était une plaque de cuivre horizontale disposée au-dessus des corbeilles. Les dépôts de cuivre ont lieu seulement sur la face supérieure des grains en face l'anode. Il est nécessaire de retourner les grains en les agitant pour cuivrer toute la surface. En cherchant à abréger la durée du cuivrage, j'ai été amené à essayer l'emploi de courants de plus en plus intenses. Les dépôts produits avec de grandes intensités n'étaient pas adhérents sur le laiton ou sur des lames de plomb. Les dépôts pulvérulents sur ces lames étaient enlevés par le lavage et l'essuyage.

La densité du courant dans le cas du cuivrage des grains de plomb a été calculée en prenant, pour surface recevant le dépôt, la surface du fond de la corbeille. Cette approximation est légitimée par les remarques suivantes : le diamètre des grains est très petit, les grains couvrent le fond de la corbeille, le dépôt se forme seulement sur l'hémisphère supérieur.

Les limites de température ont été

Nickel................	20°	34°
Fer..................	12,15	21
Zinc..................	11	16
Cuivre................	10,75	40

La composition des bains a été :

NICKELAGE.

Bain 1 (formule de Roseleur).

Sulfate double de nickel..........................	1200^{gr}
Sel excitateur..................................	600^{gr}
Eau distillée....................................	20^{lit}

Bain 2.

Sulfate de nickel................................	124^{gr}
Citrate de nickel................................	93
Acide benzoïque..................................	31
Eau distillée....................................	$4^{lit},5$

FERRAGE.

Bain 1.

Chlorhydrate d'ammoniaque........................	40^{gr}
Sulfate de protoxyde de fer........................	12^{gr}
Eau distillée..	1^{lit}

Bain 2.

Sulfate de fer..	124^{gr}
Citrate de fer..	93
Acide benzoïque......................................	31
Eau distillée..	$4^{lit},5$

ZINCAGE.

Chlorure de zinc......................................	800^{gr}
Carbonate de soude..................................	800
Bisulfite de soude....................................	800
Cyanure de potassium...............................	1200
Eau distillée..	40^{lit}

CUIVRAGE.

Sulfate de cuivre....................................	1^{kg}
Eau distillée..	4^{lit}
Eau acidulée au $\frac{1}{10}$ { Acide sulfurique... 223^{gr} ; Eau distillée....... 1777^{gr} }..	2^{lit}

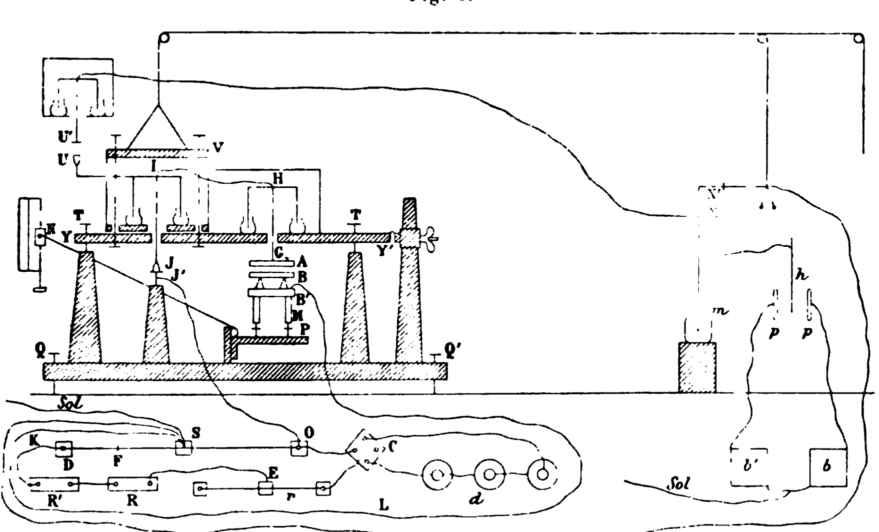
Les pièces à la sortie des bains ont été lavées immédiatement sous un filet d'eau courante, tamponnées rapidement avec un linge blanc sec et lavées avec de l'alcool à 90° au moyen de linges préparés avec les précautions suivantes. De vieux linges, très souples et très propres à la suite d'un lessivage ordinaire, sont placés pendant plusieurs jours dans un cristallisoir avec de l'eau de conduite fréquemment renouvelée, ensuite dans de l'eau distillée. Ces opérations ont pour but d'enlever les dernières traces de savon. Ces précautions si minutieuses, prises antérieurement par M. Pellat (*loc. cit.*) sont indispensables pour obtenir des résultats constants.

III. *Méthode d'observation.* — La méthode suivante pour déterminer la différence de potentiel au contact de deux plateaux consiste à former, avec les deux plaques à étudier ou la grenaille

cuivrée répandue uniformément sur un disque de métal, un condensateur dont les armatures sont réunies par un fil pouvant contenir une force électromotrice variable. La force électromotrice qu'il est nécessaire d'ajouter pour rendre nulle la charge du condensateur est égale et de signe contraire à celle qui existe entre les plateaux.

L'ensemble de l'appareil est représenté par la *fig.* 1 : A et B

Fig. 1.



sont les plateaux du condensateur reliés par les tiges et fils G, H, I, J, J', O, S, L, B'. Les tiges GH, IJ sont soutenues par des supports isolants à acide sulfurique. Des plaques d'ébonite sont employées pour isoler le reste de l'appareil. Au moment d'une mesure, l'isolement et l'écart du plateau A sont obtenus par le déplacement d'une tringle qui détache le talon de platine J de l'enclume J', un arrêt fixé à la tringle mobile entraîne YY', et, par suite, le plateau A. Le mouvement est arrêté par le contact des talons de platine U et U' qui établissent la communication de A avec la feuille de l'électromètre Hankel isolé au moment de l'écart des contacts JJ'.

La force électromotrice ajoutée entre les plateaux A et B est réalisée en intercalant entre ces plateaux une longueur variable OS

d'un fil de platine homogène, entre les extrémités O et F duquel on maintient une différence de potentiel constante égale à $1^{volt},435$. Cette différence de potentiel constante est obtenue en opposant à l'aide de résistances convenables une dérivation prise sur le circuit de trois éléments Daniell à un élément Latimer Clark ([1]).

L'approximation est mesurée par la valeur minima de la différence de potentiel qu'il est nécessaire d'établir entre les plateaux A et B rendus identiques pour obtenir une déviation observable de la feuille de l'électroscope. La sensibilité a été augmentée en formant une image de la feuille d'or avec une lentille et en pointant l'un des bords de l'image avec le microscope. Cette disposition permet d'employer des grossissements plus forts sans être gêné par la position du microscope ([2]).

IV. *Description d'une expérience.* — Toute série d'expériences est précédée des opérations suivantes :

Lavage avec alcool et linges préparés, comme il a été dit, des plateaux du condensateur, montage de ces plateaux à l'aide de pièces métalliques qui permettent d'éviter tout contact avec les doigts. Lavage avec alcool des contacts JJ′, UU′, XX′. Vérification de l'établissement d'une différence de potentiel de un Latimer Clark entre O et F. Vérification de l'immobilité de la feuille de l'électromètre, lorsque les plateaux de l'électromètre sont alternativement au sol et chargés par la pile. Vérification de l'isolement du plateau du condensateur qui sera chargé par la force électromotrice additive. Vérification de la possibilité de maintenir ce plateau isolé pendant une minute sans déperdition appréciable d'une charge produisant une déviation de dix divisions du micromètre.

Les vérifications préliminaires effectuées, on mesure les charges prises par le condensateur lorsque aucun courant ne traverse le fil OS. Si la déviation est nulle, on établit successivement entre O et S des différences de potentiel de $+ 0^{volt},01$ et $- 0^{volt},01$ et l'on

(1) Une disposition semblable avait été prise auparavant par M. Pellat, *Ann. de Chim. et de Phys.* (*loc. cit.*).

(2) Cette description est le résumé de développements publiés dans un Mémoire présenté comme Thèse à la Faculté des Sciences de Paris, en juillet 1888, intitulé : *Recherches sur la difference de potentiel au contact d'un métal et d'un liquide.*

cherche si les déviations sont de signes contraires. Les deux dernières expériences permettent de constater le bon état de l'appareil et l'exactitude de la première mesure.

V. *Résultats.* — Les conditions de formation des dépôts électrolytiques étudiés sont résumées dans les Tableaux suivants, les numéros des bains en rappellent la composition. Toutes les données relatives aux deux dépôts dont on a mesuré la différence de potentiel sont inscrites sur une même ligne horizontale. Les conditions relatives à la préparation des dépôts pris pour terme de comparaison sont réunies sous la première accolade. Les conditions de préparation des dépôts formant la seconde armature du condensateur sont placées dans la seconde accolade.

Nickel.

Dépôt pris pour terme de comparaison.			Dépôt comparé.		
Bain.	Densité du courant.	Date du nickelage.	Bain.	Densité du courant.	Date du nickelage.
1	1,14	1er juin	1	0,14	1er juin
»	»	»	»	1,62	»
»	»	»	»	0,35	»
»	»	»	»	0,08	»
»	»	»	2	0,06	7 juillet

Fer.

Dépôt pris pour terme de comparaison.			Dépôt comparé.		
Bain.	Densité du courant.	Date du ferrage.	Bain.	Densité du courant.	Date du ferrage.
1	0,10	5 août	1	0,009	3 août
»	1,06	»	»	»	»
»	1,08	19 octobre	»	0,08	19 octobre
»	»	»	»	0,05	»
»	»	»	»	0,02	»
»	»	»	2	0,01	15 novembre

Zinc.

Dépôt pris pour terme de comparaison.			Dépôt comparé.		
Bain.	Densité du courant.	Date du zincage.	Bain.	Densité du courant.	Date du zincage.
1	0,08	23 novembre	1	0,08	23 novembre
»	»	»	»	0,05	»
»	»	»	»	0,02	»
»	»	»	»	0,26	30 novembre

Cuivre.

Dépôt pris pour terme de comparaison.			Dépôt comparé.		
Bain.	Densité du courant.	Date du cuivrage.	Bain.	Densité du courant.	Date du cuivrage.
1	0,20	3 mars	1	0,20	3 mars
»	»	»	»	»	5 mars
»	»	8 août	»	»	8 août
»	»	3 mars	»	0,015	3 mars
»	»	8 août	»	0,02	8 août
»	»	»	»	0,03	»
»	»	»	»	0,05	4 août
»	»	3 mars	»	0,06	3 mars
»	»	»	»	0,06	29 mars
»	»	»	»	0,06	30 mars
»	»	»	»	0,67	22 mai
»	0,79	5 décembre 1891	»	0,14	5 décembre 1891
»	»	»	»	0,36	»
»	»	»	»	0,63	»
»	»	»	»	0,99	17 décembre 1891
»	»	»	»	1,99	»
»	»	»	»	3,98	4 janvier 1892
»	»	»	»	5,11	6 janvier »
»	»	»	»	6,81	2 janvier »
»	»	»	»	10,23	6 janvier »
»	»	»	»	13,63	2 janvier »

La différence de potentiel entre deux dépôts, inscrite sur une même ligne horizontale, a toujours été trouvée nulle.

Les conclusions sont les suivantes : *La différence de potentiel au contact de deux dépôts électrolytiques d'un même métal est indépendante de la densité du courant, de la température*

et de la composition du bain employés pour produire le dépôt.

En comparant les dates des dépôts, on voit que l'égalité de potentiel a été constatée entre deux dépôts :

De nickel	préparés à deux	époques distantes	de 37 jours
De fer	»	»	de 27 jours
De zinc	»	»	de 7 jours
De cuivre	»	»	de 80 jours

Les dépôts peuvent donc être obtenus dans des conditions définies et dans un état permanent. La préparation des métaux par électrolyse permet ainsi de fixer la valeur de la différence de potentiel au contact de deux métaux placés dans un milieu isolant absolu sans action chimique sur eux, ou de préciser les conditions de début, relatives aux métaux, de la différence de potentiel de deux métaux plongés dans un milieu qui n'est pas un isolant absolu.

ESSAI D'UNE EXPLICATION DU PHÉNOMÈNE DE LA POLARISATION ROTATOIRE MAGNÉTIQUE BASÉE SUR LES EXPÉRIENCES DE REUSCH;

Par M. A. VERNER.

1° On sait qu'un corps isotrope soumis à des pressions ou à des tensions présente les propriétés d'un cristal biréfringent dont l'axe optique coïncide avec la direction de la pression.

2° Des expériences nombreuses démontrent qu'un diélectrique placé dans un champ magnétique ou électrique éprouve des pressions et des tensions suivant des directions différentes. On peut énoncer cette règle générale : il y a une tension suivant la direction de la ligne de force et des pressions suivant les directions normales à la ligne. Ainsi les phénomènes de double réfraction électrique, découverts par Kerr, se rapportent à cette série d'expériences.

3° Reusch a démontré pour un cas particulier qu'une pile formée de lames biréfringentes, dont les sections principales étaient disposées *hélicoïdalement,* présentait le phénomène de la polarisation rotatoire. La théorie donnée par M. Mallard permet de calculer la grandeur de la déviation du plan de polarisation

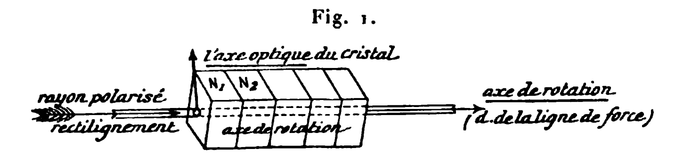
d'un rayon qui traverse un nombre infiniment grand de lames infiniment minces. Ce cas a été réalisé par M. Bichat, qui employait un condensateur électrique à armatures *hélicoïdales* plongé dans un liquide isolant. Les nombres obtenus par M. Bichat établissent clairement que la cause du phénomène est dans les tensions des lignes de force qui déterminent la biréfringence des sections du liquide.

4° Du fait de la polarisation rotatoire dans le cas de lames successives dont les sections principales sont inclinées l'une par rapport à l'autre, fait que nous considérons comme étant bien établi et étudié, nous tirons cette conséquence nécessaire :

Un corps biréfringent qui tourne autour d'une direction perpendiculaire à son axe optique doit dévier le plan de polarisation d'un rayon qui le traverse suivant l'axe de rotation.

Décomposons, en effet, ce corps en une série de lames dont les plans sont normaux à l'axe de rotation.

Fig. 1.



Pendant que la lumière traverse la lame mince n° 1, le corps aura tourné d'un certain angle; par suite, la section principale de la lame n° 2 sera inclinée par rapport à la direction qu'a occupée la section principale de la lame n° 1 au moment où la lumière l'a traversée. Si donc la vitesse de rotation est du même ordre de grandeur que la vitesse de la lumière, *nous aurons certainement* le phénomène de la polarisation rotatoire.

5° Je fais l'hypothèse suivante, qui est une conséquence de la manière dont Faraday expliquait les propriétés des lignes de force magnétiques :

A un moment quelconque, la pression magnétique d'un segment de la ligne de force ne s'exerce que suivant un certain azimut normal au segment de la ligne. Le plan contenant cette pression et le segment en question tourne autour du seg-

ment de la ligne comme axe avec une vitesse proportionnelle à l'intensité du champ magnétique au point donné.

Faraday représentait une ligne de force magnétique comme une suite de particules tournant autour des segments de la ligne de force comme axe avec une vitesse proportionnelle à l'intensité du champ au point donné. Ces particules tournantes doivent produire une pression tangentielle qui tourne aussi, comme il est annoncé dans mon hypothèse.

6° Nous réalisons le cas du corps biréfringent tournant quand nous plaçons une substance active telle que le sulfure de carbone dans un champ magnétique, ou autrement, quand nous la faisons traverser par un faisceau de lignes de force. La pression, dont nous avons parlé au § 5°, détermine la biréfringence de la substance; la section principale coïncide avec le plan de pression magnétique. Or ce plan tourne et avec lui la section principale de la substance. Par conséquent, notre substance, placée dans le champ magnétique, doit présenter le phénomène de la polarisation rotatoire magnétique.

Cette explication permet de nous rendre compte de ce fait particulier à la polarisation magnétique que le sens de déviation est indépendant du sens du rayon qui traverse la substance; il suffit pour cela d'admettre que la déviation est toujours dans le sens de la rotation du plan de la pression magnétique, c'est-à-dire que le plan de polarisation est entraîné par le plan de pression en rotation.

Nous ferons remarquer que le signe de la déviation doit être en rapport intime avec le signe de biréfringence (positive ou négative) due à la pression. On sait, en effet, que, suivant la nature de la substance active choisie, la rotation peut être gauche ou droite; de même, suivant la nature de la substance, la pression peut engendrer un corps biréfringent positif ou négatif.

SUR LE DIAMÈTRE DES DENSITÉS RELATIF AUX PRESSIONS CORRESPONDANTES;

PAR M. E. MATHIAS.

M. S. Young a bien voulu me faire remarquer que, si l'on trace le diamètre relatif aux *températures correspondantes* et le diamètre relatif aux *pressions correspondantes* ([1]) rapportés aux mêmes axes de coordonnées, les deux diamètres *coïncident graphiquement,* ainsi qu'il l'a vérifié dans le cas de l'acide acétique (diamètre rectiligne) et de l'alcool méthylique (diamètre curviligne).

« D'après la manière même dont le calcul du diamètre relatif aux pressions correspondantes est fait, il est évident que pour la *benzine monofluorée* les deux sortes de diamètres coïncident », avais-je dit; il en est de même pour les autres corps, et l'on peut démontrer aisément, comme suit, l'exactitude de cette remarque.

Considérons d'abord la *benzine monofluorée;* soit y l'ordonnée du premier diamètre pour la température absolue T. On a

$$y = f(T). \tag{1}$$

Soit y' l'ordonnée du diamètre de seconde espèce pour la pression de vapeur saturée p relative à T; on a

$$p = \psi(T)$$

et

$$y' = \varphi(p) = \varphi[\psi(T)] = f(T) = y,$$

ainsi que je l'avais dit.

Considérons maintenant un autre corps, et soit y_1 l'ordonnée du premier diamètre pour la température T_1 qui correspond à T; on a

$$y_1 = f_1(T_1). \tag{2}$$

Soit maintenant y'_1 l'ordonnée du diamètre relatif pour la pression p_1 qui correspond à p; on a

$$p_1 = \psi_1(T_2), \tag{3}$$

([1]) Ramené à être fonction de la température, comme je l'ai indiqué page 8 de ce volume.

T_2 étant différent de T_1 comme le montrent les expériences de M. Young; or

$$y'_1 = \varphi_1(p_1) = \varphi_1[\psi_1(T_2)] = f_1(T_2).$$

Si y_2 est l'ordonnée du diamètre de première espèce pour la température T_2, on a (4)

$$(4) \qquad y_2 = f_1(T_2) = y'_1.$$

Les deux diamètres coïncident donc rigoureusement, et il n'y a lieu de considérer, en fonction de la température, qu'une seule espèce de diamètre qui est le diamètre relatif aux températures correspondantes.

SYDNEY YOUNG. — On the determination of the critical volume (Sur la détermination du volume critique).

SYDNEY YOUNG and G.-L. THOMAS. — On the determination of the critical density (Sur la détermination de la densité critique); *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXXIV, décembre 1892.

La première de ces deux Notes est la réponse de M. Young à ma Note, insérée aux *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* du 4 juillet dernier, dans laquelle je montrais que ses mesures expérimentales des volumes spécifiques (liquide et vapeur saturée) obéissaient à la *loi du diamètre rectiligne* formulée dès mai 1886 par M. Cailletet et moi. M. S. Young déclare reconnaître avec plaisir l'exactitude de la loi du diamètre (excepté en ce qui concerne les alcools) et accepter sans hésitation les densités critiques calculées d'après cette loi à la place de celles qu'il avait primitivement adoptées.

En ce qui concerne les trois alcools méthylique, éthylique et propylique, il pense que le diamètre est *constamment* curviligne, au lieu de rester rectiligne dans un intervalle de 180° environ au-dessous de la température critique, et de devenir curviligne ensuite, comme je l'ai admis. M. Young est alors conduit à admettre pour les trois alcools des densités critiques un peu plus faibles que les miennes. Il n'y a de différence sensible que pour l'alcool méthylique, comme le montre ce Tableau :

	Δ (Young).	Δ (Mathias).	
Alcool méthylique.........	0,2705	0,2784	0,278
» éthylique..........	0,2750	0,2793	
» propylique.........	0,2752	0,2778	

En comparant les nouvelles *densités critiques,* calculées par la considération du diamètre, aux *densités théoriques* calculées comme si au point critique les corps étaient à l'état gazeux parfait, M. Young trouve que pour la benzine et ses monosubstitués halogénés, le tétrachlorure de carbone, l'éther et le chlorure d'étain, le rapport de la densité critique à la densité théorique est très sensiblement constant et égal à 3,8. L'acide acétique et les alcools donnent pour le rapport précédent des nombres compris entre 4 et 3.

Appliquant à son tour, le théorème des états correspondants au diamètre rectiligne, M. Young trouve que le produit du coefficient angulaire par la température critique absolue, divisé par la densité critique (ce que j'appelle $-a$) est sensiblement constant pour les corps qu'il a étudiés et que j'ai partagés en deux *groupes :* l'un où a est voisin de 0,95, l'autre où a est voisin de 1,05.

Dans la seconde Note, M. Young a étudié, en collaboration avec M. G.-L. Thomas, *cinq* éthers composés des trois premiers alcools; l'ordonnée D du diamètre des deux sortes de densités a été calculé par la formule $A + \alpha t$ dans un intervalle de température de 180° environ. La différence entre les nombres observés et calculés n'est que de quelques unités du *quatrième* ordre décimal et elle est tantôt positive et tantôt négative; on peut affirmer qu'elle est de l'ordre de grandeur des erreurs d'expérience. Les diamètres des cinq éthers étudiés sont donc rigoureusement rectilignes même au voisinage immédiat de la température critique, car, dans le cas du formiate d'éthyle, les mesures ont été poussées jusqu'à un demi-degré de cette température. Les constantes de la formule $D = A + \alpha t$ sont :

	A.	α.	Δ.
Formiate de méthyle.........	0,5025	0,0007155	0,3494
Acétate de méthyle...........	0,4839	0,0006740	0,3255
Formiate d'éthyle	0,4759	0,0006490	0,3232
Acétate d'éthyle..............	0,4644	0,0006250	0,3081
Propionate de méthyle........	0,4721	0,0006210	0,3123

Les densités critiques de ces deux éthers, obtenues par la méthode du diamètre, sont données dans la dernière colonne du Tableau précédent.

Les auteurs ont aussi calculé la valeur de l'expression $\frac{\alpha\theta}{\Delta} = -a$; ils ont trouvé 0,997 pour le formiate de méthyle qui se trouve être, comme le chlorure d'étain, intermédiaire entre les *deux groupes* que j'ai proposés. Les quatre autres éthers rentrent nettement dans le groupe des alcools et de l'acide sulfureux ($a = 1,05$), car ils ont fourni respectivement les nombres

1,047, 1,061, 1,055, 1,021.

Remarquons enfin que les expériences de MM. Young et Thomas démontrent une fois de plus que la constante a oscille bien autour de l'unité. E. MATHIAS.

DANIEL SHEA. — **Zur Brechung und Dispersion des Lichtes durch Metallprismen (Sur la réfraction et la dispersion de la lumière par les prismes métalliques)**; *Wied. Ann.*, t. XLVII, p. 177-203; 1892.

On sait que la loi du sinus ne s'applique plus pour les substances absorbantes; tel est le résultat énoncé par Cauchy; c'est aussi la conclusion à laquelle est parvenu von Helmholtz (1) en partant des hypothèses suivantes :

1° Des atomes pondérables en suspension dans l'éther et reliés entre eux par la cohésion;

2° Une force entre ces atomes et les particules d'éther;

3° Une action entre les particules fixes et celles qui sont en mouvement;

4° Un frottement des atomes pondérables.

Il en résulte, comme dans toutes les théories où l'absorption intervient, que l'indice (rapport des sinus) dépend de l'incidence.

Cette conclusion a été soit attaquée, soit soutenue par Jamin, Quincke, Wernicke, Eisenlohr, Voigt, etc.

---

(1) *Journal de Physique*, 1re série, t. IV, p. 216; 1875.

Une des difficultés provient de ce qu'on est conduit dans certains cas à des indices négatifs; mais on sait que cette difficulté peut être levée en admettant qu'il se produit un retard sur la couche de séparation, retard qui peut ainsi être mesuré.

Récemment MM. Du Bois et Rubens ont employé la méthode de M. Kundt (méthode du prisme) et ont constaté que la loi du sinus n'était pas applicable pour Ni, Co et Fe. Comme, d'un autre côté, les observations de Kundt ont établi que Au, Cu, Ag présentaient sous l'incidence normale des indices inférieurs à 1 et comme les écarts présentés par la loi du sinus sont d'autant plus grands que l'indice est plus faible, l'auteur a entrepris des recherches sur Au, Ag, Cu, Pt et Ni. Il s'est servi d'un grand spectromètre Pistor-Martin déjà employé par Kundt, puis par Du Bois et Rubens. Il a effectué d'abord plusieurs expériences pour lever certaines objections, en particulier celle qui consiste à dire que dans de telles lames minces, l'état vibratoire ne peut pas s'établir régulièrement faute d'espace, ce qui pourrait influencer l'indice; pour lever cette objection il a fait des mesures sur de petites lames prismatiques d'iodure d'argent dont l'épaisseur était comparable à celle des prismes métalliques, il a obtenu des valeurs exactes de l'indice.

En second lieu, M. Mascart ([1]) a fait remarquer que le retard produit par la surface de séparation peut dépendre de l'épaisseur traversée ([2]), ce qui équivaudrait à une variation de l'angle du prisme. Mais, à l'appui de ces expériences, Kundt en a constitué de nouvelles; il plongeait le métal dans des milieux différents et constatait pour les indices les modifications régulières correspondantes.

En troisième lieu, on a constaté que la loi du retour inverse était encore applicable dans le cas de l'argent.

Enfin, si la loi du sinus était applicable, la réflexion totale se produirait dans le cas de Au, Ag, Cu pour de faibles incidences; l'auteur s'est assuré qu'il n'en est rien et que ces lames métalliques laissent passer la lumière jusqu'à des incidences de 89°20′.

([1]) MASCART, *Traité d'Optique*, t. II, p. 560 et 565.

([2]) C'est ce qui se produit en particulier pour de la lumière polarisée, si l'on considère les retards des deux composantes principales l'une par rapport à l'autre; cette différence varie avec l'incidence et avec l'épaisseur traversée. (MESLIN, *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. XX.)

De plus, l'auteur a constaté que la déviation n'était influencée, ni par la polarisation, ni par la présence d'un champ magnétique dont l'intensité a été portée à 12000 C.G.S.

Les prismes étaient fabriqués conformément aux indications de Kundt : pour Au, Ag, Ni, Cu, on utilisait une décomposition électrolytique; pour le platine, on faisait passer un courant de 20 ampères dans une petite lame de 4^{mm} de largeur et de $\frac{1}{50}$ de millimètre d'épaisseur placée verticalement au milieu de la lame de verre horizontale; la pulvérisation était telle qu'au bout d'une demi-heure, on avait un biprisme qu'on réduisait ensuite par la flamme.

Pour le platine et le nickel les déviations étaient positives, croissaient avec l'incidence et ont varié de 17″ à 197″.

Pour l'or, le cuivre, l'argent elles étaient négatives (sauf pour Cu sous l'incidence de 70°), décroissant quand l'incidence augmentait, et ont atteint 30″ en valeur absolue pour tendre vers zéro.

Pour interpréter ces résultats, l'auteur s'est servi de la formule

$$(1)\qquad n'^2 = \tfrac{1}{2}\left[n_0^2 - g^2 + \sin^2 i + \sqrt{4 n_0^2 g^2 + (n_0^2 - g^2 - \sin^2 i)^2}\right],$$

successivement proposée par Kirchhoff, Wernicke et von Helmholtz, combinée avec l'équation ordinaire du prisme

$$(2)\qquad n'^2 = \frac{\sin^2(A + D - i) + \sin^2 i + 2\sin^2 i \cos A \sin(A + D - i)}{\sin^2 A}.$$

n_0 est l'indice sous l'incidence normale, g une caractéristique du corps, D la déviation produite par le prisme d'angle A. Ces deux équations permettent de connaître la déviation D correspondant à une incidence quelconque i. Cette dernière relation peut généralement se simplifier et se mettre sous la forme

$$(3)\qquad D = A\left(\frac{n_0}{\cos i} - 1\right),$$

ce qui est précisément la relation à laquelle on parvient dans la théorie de Voigt, comme le montre Drude; c'est aussi celle à laquelle on parvient dans la théorie de Beer et de Cauchy en partant de l'équation

$$(4)\qquad n'^2 = n_0^2 + \sin^2 i.$$

L'auteur a d'abord calculé les valeurs de n_0, par la relation

obtenue à l'aide de (1) et de (2), en se servant des valeurs de g déterminées par Rathenau, Rubens et Drude; chaque incidence i permet de calculer une valeur de n_0; ces valeurs sont assez concordantes et l'on obtient en faisant la moyenne .

	Or.	Argent.	Cuivre.	Platine.	Nickel.	Fer.	Cobalt.
n_0..	0,26	0,35	0,48	1,99	2,01	3,03	3,16

Puis il s'est servi de ces valeurs moyennes pour calculer les valeurs de la déviation dans chacun des cas observés, ce calcul étant fait, soit à l'aide de la formule exacte, soit à l'aide de formules approchées dans le genre de l'équation (3).

Enfin il a utilisé ces mêmes formules pour avoir l'indice sous chaque incidence : la formule (8) donne pour ce calcul les mêmes résultats que la formule (1). Voici ces résultats pour $\lambda = 640^{\mu\mu}$:

Indice des métaux.

Incidences.	0.	10.	20.	30.	40.	50.	55.	60.	65.	70.	80.	90.
Or.....	0,26	0,34	0,43	0,56	0,69	0,80	»	0,90	»	0,97	1,01	1,03
Argent.	0,35	0,39	0,48	0,60	0,72	0,83	»	0,92	»	0,99	1,03	1,05
Cuivre.	0,48	»	0,59	0,69	0,80	0,90	»	0,98	»	1,05	1,09	1,10
Platine.	1,99	»	»	2,05	2,08	2,11	2,13	2,14	2,15	2,16	2,18	2,19
Nickel..	2,01	»	»	2,06	2,09	2,12	2,14	2,15	2,16	2,18	2,19	2,20
Fer....	3,03	»	»	3,07	3,09	3,10	3,11	3,12	3,13	3,14	3,15	3,15
Cobalt.	3,16	»	»	3,19	3,21	3,22	3,23	3,25	3,26	3,27	3,28	3,28

Pour terminer, l'auteur a fait par le procédé de MM. Du Bois et Rubens quelques déterminations avec différentes lumières (raies du lithium, D, F, G); sa formule $D = (n_0 - 1)A$ lui a donné

	Li.	D.	F.	G.
Or............	0,29	0,66	0,82	0,93
Argent........	0,25	0,27	0,20	0,27
Cuivre........	0,35	0,60	1,12	1,13
Platine........	2,02	1,76	1,63	1,41

Tous ces nombres concordent assez bien avec ceux déterminés par MM. Du Bois et Rubens ou avec ceux calculés par M. Drude d'après leurs expériences; mais ils diffèrent notablement de ceux obtenus directement par ce dernier dans ses expériences sur la ré-

flexion ([1]); ils sont également différents de ceux obtenus par M. Kundt. G. MESLIN.

DU BOIS et RUBENS. — Ueber ein Brechungsgesetz für den Eintritt des Lichtes in absorbirende Medien (Sur la loi de réfraction de la lumière qui pénètre dans un milieu absorbant); *Wied. Ann.*, t. XLVII, p. 203; 1892.

Dans un précédent travail déjà analysé ([2]), ces physiciens ont cherché la relation qui existe entre l'angle d'émergence i et l'angle à l'intérieur i_m. Ils avaient considéré i_m comme une fonction *univalente* et impaire de i ([3])

$$i_m = f(i) = \int_0^i \frac{A\,di}{A+D}.$$

Toutefois les calculs ont conduit à des valeurs supérieures à 90°, ce qui indiquerait une réflexion totale qui, on le sait, n'existe pas.

Ils pensent que l'erreur consistait à dire que i était entièrement déterminé par i_m sans ambiguïté.

La théorie de Lorentz, qui ne prête pas aux mêmes objections, conduit à l'équation

$$i_m = \text{arc sin}\,\frac{\sin i}{n'},$$

qui se met sous la forme

$$i_m = \text{arc cos}\sqrt{L + \sqrt{L^2 + g^2 n_0^2 \,\text{cosec}^4 i}},$$

en posant $L = \frac{1}{2}[(n_0^2 - g^2)\,\text{coséc}^2 i - 1]$.

Si g tend vers zéro, on retrouve la loi des milieux transparents

$$i_m = \text{arc coséc}(n_0\,\text{coséc}\,i).$$

Pour représenter les résultats, ils portent i en abscisses et i_m en ordonnées; la bissectrice des axes correspond à la valeur 1 de l'indice et partage le plan en deux régions, telles que, lorsqu'une

---

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. X, p. 535, 537, 1891; 3e série, t. I, p. 493 et 494, 1892; 2e série, t. VII, p. 256; 1888.

([2]) *Journal de Physique*, 2e série, t. X, p. 535; 1891.

([3]) On a mis les mêmes notations que dans le Mémoire précédent où l'on voit, en s'y reportant, la signification de A, D, n_0, g et n' (Note du traducteur).

courbe passe d'une région dans l'autre, l'indice passe par l'unité et il n'y a pas de déviation; c'est ce qui se produit non seulement pour $i = 0$, mais aussi pour la valeur

$$i = \arcsin \sqrt{1 + \frac{g^2 n_0^2}{n_0^2 - g^2 - 1}}.$$

Donc, pour les métaux dont l'indice est inférieur à 1, il y a deux incidences sous lesquelles la déviation est nulle; l'une est l'incidence normale, l'autre est

Pour le cuivre	....	62°,9
» argent	....	71
» or	....	76

C'est précisément ce qu'a constaté M. Shea pour le cuivre sous l'incidence de 63° (changement de signe signalé dans l'analyse du Mémoire précédent).

En terminant, les auteurs ont tracé les courbes que l'on obtiendrait si la loi des sinus était vraie; la différence qui met en évidence l'influence de l'absorption est surtout considérable lorsque l'indice est faible (Au, Ag, Cu), pour les autres corps l'influence est beaucoup moindre (Co, Ni, Fe); aussi les auteurs maintiennent-ils pour ces métaux les conclusions qu'ils avaient énoncées. GEORGES MESLIN.

P. GLAN. — Zur absoluten Phasenänderung des Lichtes durch Reflexion (Sur le changement de phase produit par la réflexion); *Wied. Ann.*, t. XLVII, p. 252; 1892.

L'auteur reprend la méthode qu'il a déjà indiquée en 1879 [1] pour mesurer à l'aide des anneaux de Newton le changement de phase produit par la réflexion, dans le cas de la lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence. Il rappelle d'abord les résultats qu'il a obtenus autrefois.

---

[1] Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 100; 1880, pour le dispositif et les notations.

	Retard évalué en fractions de λ.	
	Rouge.	Bleu.
Diamant	0,522	»
Fer oligiste	0,544	0,585
Fuchsine	0,502	0,831
Acier	0,620	0,641
Argent	0,667	»

Il remarque ensuite que le retard ne varie pas toujours dans le sens de l'absorption : ainsi dans la fuchsine le retard augmente régulièrement du rouge au bleu, tandis que l'absorption est maximum dans le vert; aussi il pense qu'indépendamment de l'absorption, l'azimut principal, qui varie aussi en sens contraire de λ, peut avoir une influence, si bien que des corps transparents pourront produire un retard appréciable si l'azimut principal est suffisamment grand.

Or, pour tous les corps transparents qu'il a déjà examinés, les plus grandes valeurs de l'azimut principal se présentent pour le quartz et pour le diamant, pour lesquels la tangente de l'angle est 0,0102 et 0,0190 d'après les mesures de Jamin.

Pour le spath perpendiculaire à l'axe, on a une valeur triple, 0,0591; c'est ce qui l'a engagé à expérimenter sur ce corps.

En appelant χ la différence des retards correspondant aux deux réflexions spath-air et air-verre, on a

$$\chi = \psi - \varphi = (\tfrac{3}{2} - \alpha)\lambda,$$

où $\alpha = \dfrac{1}{\dfrac{\rho_1^2}{\rho_0^2} - 1}$.

Les mesures faites sous l'incidence de 21°48′, pour $\lambda = 633^{\mu\mu}$, donnent pour χ et, par conséquent, pour ψ (car φ est négligeable)

$$(0,549 \pm 0,007)\lambda.$$

Comme vérification, il a étudié le retard produit par le quartz sur lequel il avait opéré antérieurement.

Il termine en parlant de l'influence du polissage de la surface par le colcothar, la potée d'étain ou la craie et il conclut que la cause de cette influence est encore à trouver.

Georges Meslin.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, T. CXIII; 1891.

J. BOUSSINESQ. — Sur la manière dont les vitesses, dans un tube cylindrique de section circulaire, évasé à son entrée, se distribuent depuis cette entrée jusqu'aux endroits où se trouve établi un régime uniforme, p. 9.

Supposons l'entrée du tube assez évasée pour que les vitesses u du fluide soient parallèles entre elles et égales à leur moyenne U, dans la première section de la partie cylindrique. Quand on s'éloigne d'amont en aval, les vitesses tendent vers un régime uniforme où l'on a

$$\frac{u}{U} = \varphi = 2\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) = 2(1-\iota),$$

r désignant dans une forme circulaire de rayon R la distance à l'axe, et ι le rapport $\frac{r^2}{R^2}$. Pour passer du premier mode de distribution au second, il faut ajouter à φ une fonction π, à déterminer, telle que $\varphi + \pi = 1$ à l'entrée du tube, et $\pi = 0$ dans la région où le régime uniforme est établi.

Le calcul conduit M. Boussinesq à cette conclusion que, pour les valeurs notables de la distance x à la section initiale, la fonction π prend la forme

$$\pi = -8,2e^{-\frac{16\varepsilon x}{\rho U R^2}}\psi_1\left(\frac{r^2}{R^2}\right).$$

E. MERCADIER. — Sur la détermination des constantes et du coefficient d'élasticité de l'acier-nickel, p. 33.

Dans des Notes précédentes, M. Mercadier a indiqué une méthode pour déterminer le rapport $\frac{\lambda}{\mu}$ des constantes de Lamé pour un corps solide sonore et par suite son coefficient d'élasticité dynamique, en se fondant sur la théorie des vibrations des disques circulaires de Kirchhoff. Il avait trouvé que pour des aciers très différents le rapport $\frac{\lambda}{\mu}$ ne varie que de 5 pour 100 de sa valeur moyenne, et que le coefficient d'élasticité dynamique varie à peine de 1 pour 100, le rapport du coefficient d'élasticité dynamique

au coefficient statique était en moyenne de 1,035. Ces aciers contenaient à peine 1 pour 100 de substances étrangères au fer.

L'auteur a repris cette étude pour des disques d'acier-nickel provenant des usines du Creusot, et contenant les uns 5,55, les autres 25,01 pour 100 de nickel. Tandis que les premiers disques sont très éloignés de l'isotropie, les autres en ont été trouvés très voisins, le rapport $\frac{\lambda}{\mu}$ étant voisin de l'unité. Le coefficient d'élasticité dynamique s'abaisse en même temps d'environ 10 pour 100 de sa valeur. Enfin le rapport du coefficient dynamique au coefficient statique s'accroît et prend les valeurs 1,17 et 1,54.

J. BOUSSINESQ. — Calcul de la moindre longueur que doit avoir un tube circulaire évasé à son entrée, pour qu'un régime sensiblement uniforme s'y établisse, et de la dépense de charge qu'y entraîne l'établissement de ce régime, p. 49.

Pour que l'écart des vitesses sur celles qui conviennent à l'uniformité ne dépasse pas 0,01, il faut que la longueur L satisfasse à la condition

$$L > 200000 R^2 U.$$

Une première approximation donne pour la dépense de charge due à l'établissement du régime uniforme la valeur $\frac{U^2}{g}$. La seconde approximation augmente cette quantité d'environ 12 pour 100.

S.-P. LANGLEY. — Recherches expérimentales aérodynamiques et données d'expérience, p. 59.

Cette Note résume un Mémoire dans lequel l'auteur a cherché à établir qu'avec des moteurs du poids de ceux que l'on construit actuellement, nous possédons la force nécessaire pour soutenir dans l'air des corps très lourds avec un mouvement rapide, et que pour un plan mobile de dimensions et de poids déterminés soutenu dans un vol horizontal, la force nécessaire pour le soutenir diminue à mesure que la vitesse croît. Les expériences ont été faites avec une machine à bras tournants, de 20^m de diamètre, mus par une machine à vapeur de 10 chevaux. Un plan horizontal 1900 fois plus dense que l'air a employé pour tomber de $1^m,22$ des temps de chute croissant de $0^s,43$ à $2^s,00$, quand la vitesse hori-

zontale croissait de 0^m à 20^m. Ce temps s'accroît de plus en plus rapidement, quand la vitesse horizontale croît. Si le plan est incliné et surchargé d'un poids, il faut pour le faire progresser horizontalement une vitesse d'autant plus grande et une dépense de travail d'autant plus petite que l'inclinaison est plus faible. Le poids qu'on peut faire progresser avec un travail donné par seconde va en même temps en croissant.

L'auteur conclut que le poids d'un appareil composé de plans et d'un moteur peut être soutenu dans le vol à grande vitesse par des moteurs aussi légers que ceux que l'on construit actuellement.

MASSIN. — **Sur des mesures de capacité, de self-induction et d'induction mutuelle, effectuées sur des lignes aériennes, p. 68.**

Ces mesures exigent que les conducteurs expérimentés ne soient pas dans le voisinage des fils qui travaillent, ni dans le voisinage de fils induits par ceux qui travaillent. On a opéré sur deux groupes de deux fils de fer distants de $0^m,40$ l'un de l'autre et de $4^m,50$ du sol, et d'une épaisseur de 3^{mm}. Ces lignes avaient respectivement 18^{km} et 50^{km} de longueur. On a étudié également une troisième ligne de 50^{km} en fils de cuivre de $2^{mm},5$, distants de $0^m,50$ et placés à $5^m,50$ du sol.

La capacité a été mesurée par comparaison avec un condensateur, en faisant passer la décharge à travers un galvanomètre. La capacité kilométrique par rapport au sol s'est trouvée, pour les trois lignes, comprise entre 0,0092 et 0,0097 microfarad. La capacité de l'ensemble des fils a été de 0,0165 et 0,0070 microfarad.

Les coefficients kilométriques de self-induction mesurés par la méthode de M. Vaschy ont été de 0,0121 et 0,0129 pour les lignes de fer, et de 0,0025 pour la ligne de cuivre. La perméabilité du fer employé serait en conséquence environ 100.

Le coefficient d'induction mutuelle de deux fils aurait été de 0,0032 sur la première ligne. L'auteur reconnaît que ce chiffre est incertain.

H. BAZIN. — **Expériences sur les déversoirs (nappes noyées en dessous), p. 122.**

La nappe déversante peut affecter la forme adhérente ou la forme noyée en dessous. Dans ce dernier cas, le coefficient *m* de

la forme

$$Q = mlh\sqrt{2gh}$$

peut dépendre à la fois de la charge h au-dessus de la crête du déversoir et de la hauteur h_1 de cette crête au-dessus du niveau d'aval. Cette dernière dépendance n'a pas lieu pour $h_1 > h$, et c'est ce cas simple qui est l'objet de la Note. Désignons par m' le même coefficient pour une nappe libre qui aurait même charge h et même hauteur p du déversoir au-dessus du fond du canal. En représentant $\frac{m}{m'} - 1$ par les ordonnées d'une courbe dont les abscisses sont $\frac{h}{p}$, on obtient une courbe voisine d'une hyperbole.

En mesurant les pressions sous la nappe à l'aide d'un manomètre plongeant dans le remous au-dessous de la nappe, on a pu établir la relation

$$\frac{m}{m'} = 0,872 + 0,132\frac{p}{h}.$$

Pour $\frac{h}{p}$ compris entre 0,4 et 1,0, on a sensiblement

$$mm' = 0,225.$$

D. HURMUZESCU. — Vibration d'un fil traversé par un courant électrique continu, p. 125.

Un fil métallique fin, tendu entre deux supports, vibre sous l'influence d'un courant continu qui le traverse. Ces vibrations dépendent de la différence des températures du fil et du milieu ambiant. Les vibrations sont d'autant plus rapides que le fil est plus fin. On obtient un mouvement régulier, en mettant le fil dans un tube de verre, à l'abri de l'agitation de l'air.

LABATUT. — L'absorption et la Photographie des couleurs, p. 126.

Quand on soumet, par la méthode de M. Lippmann, une pellicule transparente non colorée à l'impression du spectre, cette impression est très lente à se produire. Quand, au contraire, cette pellicule est teintée au moyen de matières colorantes à bandes d'absorption nettes, l'impression est rapide, et l'on obtient des bandes colorées. Si l'on interpose sur le trajet de la lumière une

pellicule plus fortement teintée de la même substance absorbante, il n'y a plus d'impression. Les radiations absorbées sont donc celles qui produisent l'impression. On obtiendra donc sans écran l'impression d'une radiation donnée, en choisissant une plaque sensible absorbant cette radiation. Ainsi une pellicule teinte de vert Victoria absorbe le rouge orangé, et donne cette couleur après impression, quand on regarde par réflexion sur la face de la pellicule qui était en contact avec le bain de mercure. On s'explique ce résultat en admettant que la réduction ait lieu aux ventres de vibration. Ces plans étant distants de la surface d'un nombre impair de quarts de longueur d'onde, la lumière qui s'y réfléchit est concordante, d'après la théorie des anneaux colorés avec celle qui se réfléchit sur la surface extérieure de la pellicule.

Quand on regarde par réflexion sur la face en contact avec le verre, on observe la couleur complémentaire de la précédente, c'est-à-dire la couleur propre de la substance absorbante, le vert dans le cas précédemment cité, comme si la lumière blanche avait fixé la couleur de la pellicule. Tout se passe comme si la surface pellicule-verre était un ventre de vibration, l'épaisseur de la pellicule étant assimilable à la longueur d'un tuyau fermé.

A. CHARPENTIER. — Oscillations rétiniennes, p. 147.

MASCART. — Sur le retard des impressions lumineuses, p. 180.

M. Charpentier a observé que si l'on fait tourner assez lentement un disque noir sur lequel on a fixé un secteur blanc, en tenant le regard immobile au centre du disque, le côté du secteur blanc qui pénètre le premier sur le fond noir présente une bande blanche suivie d'une bande noire estompée sur les bords. Ces bandes sont d'une étendue telle qu'elles mettent un temps constant à passer devant un point de la rétine, quelle que soit la vitesse. L'auteur attribue cet effet à une réaction de la rétine contre l'excitation lumineuse. Dans l'obscurité complète, une excitation lumineuse instantanée paraît dédoublée par cette disparition intermédiaire. La première bande noire de l'expérience citée plus haut serait suivie d'une série d'autres moins marquées et régulièrement espacées.

En faisant tourner un disque noir portant un petit secteur blanc de 1° à 2°, on obtient une image persistante d'une certaine largeur, sur laquelle se détachent une série de zones sombres d'autant plus rapprochées que le disque est plus voisin de l'œil et que son mouvement est plus rapide. M. Charpentier explique ce résultat, en admettant que la réaction rétinienne se propage avec une vitesse déterminée le long de la rétine.

M. Mascart expose à ce propos l'observation suivante, qu'il a faite en voiture en regardant l'image des arbres passer sur un fond de brouillard. L'objet sombre paraît suivi d'une région obscure bordée de rouge du côté où la lumière reparaît. L'impression lumineuse ne se manifeste donc qu'avec un certain retard, et ce retard, qu'on peut évaluer, d'après la largeur de la bande sombre, à $\frac{1}{25}$ de seconde, serait plus faible pour le rouge que pour les autres couleurs de $\frac{1}{100}$ de seconde environ. G. Foussereau.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XXVIII; avril 1893.

H. Bouasse. — *Réflexion et réfraction dans les milieux isotropes transparents* (seconde Partie), p. 433.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXV; février 1893.

W.-E. Sumpner. — *La diffusion de la lumière*, p. 81.

G. Gore. — *Relation entre la force électromotrice voltaïque et la pression*, p. 97.

B. Galitzine. — *Sur l'énergie radiante*, p. 113.

Sp. Umfreville Pickering. — *Quelques expériences sur la diffusion des substances en dissolution*, p. 127.

J.-G. Mac Gregor. — *Action de contact et conservation de l'énergie*, p. 134.

A.-A. Campbell Swinton. — *Expériences sur les décharges électriques de haute fréquence*, p. 142.

Avril 1893.

CH. BARTON. — *Sur les ondes sonores planes et sphériques d'amplitude finie*, p. 317-333.

J.-D. EVERETT. — *Sur un nouveau focomètre pratique*, p. 333-338.

BRYAN. — *Démonstration hydrodynamique des équations du mouvement d'un solide percé de trous, avec des applications au mouvement d'une carcasse mince rigide dans un liquide circulant*, p. 338-354.

MINCHIN. — *Champ magnétique d'un courant circulaire*, p. 354-365.

SHIELDS. — *Sur l'hydrolyse dans les solutions salines aqueuses*, p. 365-389.

JOHNSTON STONEY. — *Une hypothèse sur la source possible de l'énergie exigée par la vie des bacilles et sur la cause de la petitesse de leurs dimensions*, p. 365-389.

Wiedemann's Annalen.

T. XLVIII; n° 3; 1893.

H. VON HELMHOLTZ. — *Théorie électromagnétique de la dispersion*, p. 389.

H. LEHMANN. — *Aimantation d'anneaux de fer fendus radialement*, p. 406.

E. HIRSCH. — *Influence de la température sur la polarisation circulaire ferromagnétique*, p. 446.

E. LOMMEL. — *Représentation visible des lignes équipotentielles dans des plaques traversées par un courant*, p. 462.

F. RICHARZ. — *Théorie cinétique des gaz polyatomiques*, p. 467.

K. ÅNGSTRÖM. — *Recherches bolométriques sur l'intensité de la radiation de gaz très raréfiés sous l'action de la décharge électrique*, p. 493.

H. RUOSS. — *Mesure des indices de réfraction des liquides par la méthode du miroir, de la lunette et de l'échelle*, p. 531.

P. DRUDE. — *Relation des constantes diélectriques et des indices de réfraction*, p. 536.

H.-E.-J.-G. DU BOIS. — *Polarisation de la lumière réfractée par les réseaux*, p. 546.

GRAY (**John**), Associé de l'École Royale des Mines, de l'Institut des ingénieurs électriciens, etc. — **Les machines électriques à influence.** *Exposé complet de leur histoire et de leur théorie,* suivi d'*Instructions pratiques sur la manière de les construire.* Traduit de l'anglais et annoté par GEORGES PELLISSIER, Rédacteur à la *Lumière électrique.* In-8, avec 124 figures; 1892.. 5 fr.

JANET (**Paul**), Professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble. — **Premiers principes d'Électricité industrielle.** *Piles. Accumulateurs. Dynamos. Transformateurs.* In-8, avec 173 figures; 1893...... 6 fr.

MASCART (**E.**), Membre de l'Institut, Professeur au Collège de France, Directeur du Bureau Central météorologique. — **Traité d'Optique.** 3 volumes grand in-8 avec Atlas, se vendant séparément.

TOME I : *Systèmes optiques. Interférences. Vibrations. Diffraction. Polarisation. Double réfraction.* Avec 199 figures et 2 pl.; 1889. 20 fr.

TOME II et ATLAS : *Propriétés des cristaux. Polarisation rotatoire. Réflexion vitrée. Réflexion métallique. Réflexion cristalline. Polarisation chromatique.* Avec 113 figures et Atlas cartonné contenant 2 belles planches sur cuivre dont une en couleur (Propriétés des cristaux, Spectre solaire, Phénomènes de polarisation chromatique et rotatoire); 1891. Prix pour les souscripteurs.. 24 fr.

Le texte est complet; mais l'Atlas du Tome II ne sera envoyé qu'ultérieurement aux souscripteurs, en raison des soins et du temps nécessités par la gravure.

TOME III : *Polarisation par diffraction. Propagation de la lumière. Photométrie. Réfractions astronomiques.* Avec 85 figures......... 20 fr.

MAXWELL (**James Clerk**), Professeur de Physique expérimentale à l'Université de Cambridge. — **Traité de l'Electricité et du Magnétisme.** Traduit de l'anglais, sur la 2e édition, par M. SELIGMANN-LUI, ancien élève de l'Ecole Polytechnique, Ingénieur des Télégraphes, avec *Notes et éclaircissements* par MM. CORNU, membre de l'Institut, et POTIER, Professeurs à l'Ecole Polytechnique, et suivi d'un *Appendice sur la théorie des quaternions,* par M. E. SARRAU, membre de l'Institut, Professeur à l'Ecole Polytechnique. Deux forts volumes grand in-8, avec figures et 20 planches; 1886-1889.. 30 fr.

Chaque volume se vend séparément.. 15 fr.

THOMSON (**Sir William**) [**Lord Kelvin**], L. L. D., F. R. S., F. R. S. E., etc., Professeur de Philosophie naturelle à l'Université de Glasgow, et membre du Collège Saint-Pierre, à Cambridge. — **Conférences scientifiques et allocutions.** *Constitution de la matière.* Ouvrage traduit et annoté sur la 2e édition, par M. P. LUGOL, Agrégé des Sciences physiques, Professeur au Lycée de Pau; avec des *Extraits de Mémoires récents de* Sir W. THOMSON *et quelques Notes* par M. BRILLOUIN, Maître de Conférences à l'Ecole Normale. In-8, avec figures; 1893................ 7 fr. 50 c.

WITZ (**Aimé**). — **Problèmes et Calculs pratiques d'Électricité.** (L'ÉCOLE PRATIQUE DE PHYSIQUE). In-8 avec figures; 1893.......... 7 fr. 50 c.

TABLE DES MATIÈRES.

MAI 1893.

19309 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME II. — JUIN 1893.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE.

11, RUE RATAUD, 11.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les vingt premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, se vendent séparément........................... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale.............	15 fr.
Autres pays..	17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. CH. BRISSE, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. BOUTY, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. BRISSE, rue Vauquelin, 18.

DE LA CONDUCTIBILITÉ CALORIFIQUE DANS LES CRISTAUX;

PAR M. CH. SORET (1).

1. *Coefficients de conductibilité intérieure dans les corps cristallisés* (2). — Considérons un mur indéfini formé par une substance anisotrope. Nous n'avons aucune raison d'admettre que le flux total de chaleur soit dirigé suivant la normale NN′ aux surfaces isothermes (*fig.* 1); le milieu n'est pas en général symé-

Fig. 1.



trique par rapport à cette ligne; il est naturel de penser que sa conductibilité est variable d'une direction à l'autre et que, par suite, la chaleur passe plus facilement de la surface AB à la surface A′B′ en suivant une ligne oblique, telle que NN_1. La variation de température suivant NN′ donne lieu à un transport de chaleur

(1) Cet article est extrait des *Éléments de Cristallographie physique,* publiés récemment par M. Ch. Soret (p. 482 à 504). (Paris, Gauthier-Villars et fils; Genève, Georg et Cie; 1893.)

(2) L'application de la théorie aux cristaux possédant trois plans de symétrie rectangulaires (*égalité symétrique*) a été faite par DUHAMEL, *Journal de l'École Polytechnique,* t. XIII, p. 356, 1832; t. XIX, p. 155; 1848. — *Journal de Liouville,* t. IV, p. 63; 1839. — *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. XXV, p. 842, 870, 1847; t. XXVII, 129, 1848; t. XLIII, t. I, 1856. — Le cas général a été envisagé par STOKES, *Camb. and Dubl. Math. J.,* t. VI, p. 215; 1851. — LAMÉ, *Théorie de la chaleur.* Paris, 1861. — MINNIGERODE, *Ueber Wärmeleitung in Krystallen.* Thèse, Gœttingen, 1862. — *N. Jahrb. f. Min.,* t. I, p. 1; 1886. — BOUSSINESQ, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. LXV, p. 104, 1867; t. LXVI, p. 1194; 1868. — *Étude sur la propagation de la chaleur dans les milieux homogènes.* Thèse, Paris, 1867. — *Journal de Liouville,* t. XIV, p. 265.

non seulement suivant NN′, mais aussi normalement à cette ligne. Les formules simples des corps isotropes ne sont donc plus applicables, et nous devons considérer le flux F_x, par exemple, comme dépendant non seulement de la variation de température u_x suivant l'axe des x, mais aussi des variations u_y, u_z suivant les axes des y et des z. La supposition la plus simple que l'on puisse faire est d'admettre pour F_x, F_y, F_z des valeurs de la forme ([1])

$$F_x = -(A u_x + B u_y + C u_z),$$
$$F_y = -(B' u_x + A' u_y + D u_z),$$
$$F_z = -(C' u_x + D' u_y + A'' u_z),$$

qui satisfont à la condition évidente de s'annuler en même temps que les variations de température.

Dans cette hypothèse, la conductibilité du milieu cristallisé dépendrait généralement des *neuf* coefficients de conductibilité A, A′, A″, B, B′, C, C′, D, D′. C'est là une première approximation qui est certainement permise si les variations u_x, u_y, u_z de la température par unité de longueur sont petites, mais qui peut se trouver en défaut si la température varie rapidement d'un point à l'autre.

2. *Conductibilité normale.* — Dans un mur anisotrope indéfini tel que celui que nous avons supposé au § 1, dont les faces AB et A′B′ sont maintenues à des températures uniformes u et u', le passage de la chaleur se fait partout de la même manière et les surfaces isothermes sont des plans parallèles à AB. Le flux total F est en général dirigé obliquement suivant une direction NN_1 variable avec la nature et l'orientation du mur. F est la quantité de chaleur qui traverse l'unité de surface d'un plan perpendiculaire à NN_1. La quantité de chaleur qui traverse l'unité de surface du plan AB, ou le flux normal au mur, est égale à la projection F_n du flux total F sur la normale NN′.

On peut démontrer ([2]) : 1° *Que le flux normal* F_n *est propor-*

([1]) Stokes, *Camb. and Dubl. Mathem. J.*, t. VI, p. 215; 1851.

([2]) On démontre ces deux théorèmes en additionnant les formules du § 1 après les avoir multipliées respectivement par les cosinus des angles α', β', γ' que NN′ forme avec les axes, et en y remplaçant u_x, u_y, u_z par leurs valeurs $u_n \cos\alpha'$, $u_n \cos\beta'$, $u_n \cos\gamma'$.

tionnel à la variation

$$u_n = \frac{u' - u}{e}$$

que la température subit par unité de longueur dans la direction de NN′, *de sorte que*

$$F_n = -k_n u_n,$$

k_n *étant un certain coefficient de conductibilité normale;*

2° *Que le coefficient* k_n *varie pour un même cristal avec l'orientation du mur, et se trouve représenté dans chaque position par l'inverse du carré du rayon vecteur mené suivant* NN′ *d'un certain ellipsoïde (ellipsoïde inverse de conductibilité normale).*

3. *Axes de conductibilité.* — Les axes principaux de cet ellipsoïde sont appelés *axes de conductibilité;* si on les choisit pour axes de coordonnées, les formules du § 1 prennent la forme

$$\begin{aligned} F_x &= -(k_x u_x - \lambda_z u_y + \lambda_y u_z), \\ F_y &= -(\lambda_z u_x + k_y u_y - \lambda_x u_z), \\ F_z &= -(-\lambda_y u_x + \lambda_x u_y + k_z u_z) \end{aligned}$$

et ne dépendent plus que de six coefficients : les trois *conductibilités principales* k_x, k_y, k_z et les trois *coefficients rotationnels* λ_x, λ_y, λ_z.

L'équation de l'ellipsoïde inverse est alors

$$k_x x^2 + k_y y^2 + k_z z^2 = 1$$

et, en appelant α', β', γ' les angles compris entre la normale NN′ au mur et les axes de conductibilité, le coefficient de conductibilité normale est donné par la formule

$$k_n = k_x \cos^2\alpha' + k_y \cos^2\beta' + k_z \cos^2\gamma'.$$

4. *Conductibilité linéaire.* — On peut encore démontrer (¹) :

1° *Que le flux total* F *dirigé obliquement suivant* NN_1 *est pro-*

(¹) On résout les formules du § 1 par rapport à u_x, u_y, u_z, on les additionne après les avoir respectivement multipliées par les cosinus des angles α, β, γ que le flux F forme avec les axes, et l'on remplace F_x, F_y, F_z par leurs valeurs $F\cos\alpha$, $F\cos\beta$, $F\cos\gamma$.

portionnel à la variation de température

$$u_l = \frac{u' - u}{NN_1}$$

estimée dans la direction du flux lui-même. Cette proportionnalité n'a pas lieu pour les autres directions, sauf celle de la normale NN' *déjà mentionnée. On a donc, en appelant k_l un certain coefficient de conductibilité linéaire,*

$$F = -k_l u_l.$$

2° *Le coefficient k_l varie avec l'orientation du mur; pour chaque position il est égal au carré du rayon vecteur mené dans la direction* NN_1 *d'un certain ellipsoïde* (*ellipsoïde de conductibilité linéaire*) (1) dont l'équation, rapportée aux axes de conductibilité, est

$$\frac{x^2}{k_x} + \frac{y^2}{k_y} + \frac{z^2}{k_z} + \frac{(\lambda_x x + \lambda_y y + \lambda_z z)^2}{k_x k_y k_z} = 1 + \frac{k_x \lambda_x^2 + k_y \lambda_y^2 + k_z \lambda_z^2}{k_x k_y k_z};$$

les axes principaux de cet ellipsoïde, qui dépend non seulement des conductibilités principales k_x, k_y, k_z, mais aussi des coefficients λ_x, λ_y, λ_z, ne coïncident pas en général avec les axes de conductibilité définis plus haut. Toutes les fois que les λ sont nuls, le coefficient de conductibilité linéaire k_l est donné par la formule

$$\frac{1}{k_l} = \frac{\cos^2\alpha}{k_x} + \frac{\cos^2\beta}{k_y} + \frac{\cos^2\gamma}{k_z},$$

où α, β, γ sont les angles que la direction NN_1 du flux total forme avec les axes de conductibilité.

C'est le coefficient de conductibilité linéaire qui détermine le passage de la chaleur le long d'un barreau très mince par rapport à sa longueur; dans ce cas, en effet, le flux total F est obligé de se propager dans la direction même suivant laquelle la variation de température est estimée.

3. *Ellipsoïde principal* (2). — Si l'on échauffe un point O dans l'intérieur du cristal, la chaleur se propage inégalement dans

(1) BOUSSINESQ, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXV, p. 104; 1867.

(2) LAMÉ, *Théorie de la chaleur*, p. 41. Paris; 1861.

les diverses directions, et les surfaces isothermes forment une série d'ellipsoïdes semblables qui ont leurs centres en O, et dont les axes principaux coïncident avec les axes de conductibilité. Ces ellipsoïdes sont représentés par l'équation

$$\frac{x_2}{k_x} + \frac{y^2}{k_y} + \frac{z^2}{k_z} = \text{const.}$$

On passe de l'un à l'autre en modifiant la valeur de la constante, et celui de ces ellipsoïdes pour lequel le second membre est égal à l'unité porte le nom d'*ellipsoïde principal*. Ses demi-diamètres principaux sont égaux respectivement aux racines carrées des conductibilités principales k_x, k_y, k_z.

6. *Influence de la symétrie cristalline.* — Comme dans les autres branches de la physique des cristaux, la symétrie vient modifier ici le phénomène, et imposer aux coefficients de conductibilité certaines conditions. Il est clair, par exemple, que, si l'axe des Z est un axe de symétrie quaternaire, les deux axes des X et des Y doivent avoir identiquement les mêmes propriétés; la composante F_x du flux de chaleur, produit par une chute de température u_x parallèle à l'axe des X, doit être égale à la composante F_y du flux de chaleur produit par une chute de température égale u_y parallèle à l'axe des Y. Il faudra donc que l'on ait, entre autres conditions, $k_x = k_y$ (¹).

Deux remarques générales sont cependant nécessaires.

1° D'après les formules du § 1, si l'on change les signes des u_x, u_y, u_z, les F_x, F_y, F_z changent en même temps de signe. En d'autres termes, les flux sont simplement renversés de sens et restent les mêmes en grandeur absolue si l'on renverse simplement le sens de la chute de température. La conductibilité est la même dans les deux directions opposées d'une même droite. Le cristal se comporte donc toujours à l'égard de ce phénomène comme s'il possédait un centre de symétrie. Les types méroédriques non

(¹) On doit à M. Minnigerode, *N. Jahrb. f. Min.*, t. I, p. 1; 1886, la discussion complète de l'influence exercée par la symétrie de tous les systèmes holoédriques et hémiédriques sur la forme des équations de la chaleur, et la classification de ces systèmes que nous indiquons dans les paragraphes suivants. — Voyez aussi Liebisch, *Lehrbuch der physikalischen Kristallographie*. Leipzig, 1891, p. 139.

centrés ne pourront différer des systèmes dont ils dérivent par suppression du centre.

Mais il se peut que cette conclusion soit nécessitée non par la nature des choses, mais seulement par l'ordre d'approximation auquel nous nous sommes arrêté pour établir les formules du § 1. Il n'est pas impossible, comme nous l'avons dit, que cette approximation ne soit insuffisante dans certains cas. On pourrait alors observer une conductibilité unilatérale dans des méroèdres non centrés. Cette supposition paraît d'ailleurs peu probable.

2° On admet le plus souvent que les coefficients rotationnels λ_x, λ_y, λ_z sont toujours nuls, et cela par suite de quelque cause générale indépendante de la symétrie.

Dans ce qui suit (§ 7-16), nous nous placerons d'abord dans cette supposition, dont l'exactitude ne saurait être prouvée actuellement, mais qui paraît assez probable; elle introduit de grandes simplifications, et suffit pour l'exposé des faits observés jusqu'ici. Nous résumerons ensuite (§ 17-19) les conséquences curieuses auxquelles on est conduit lorsqu'on admet que les coefficients rotationnels ne sont pas nuls en général et ne disparaissent que lorsque la symétrie cristallographique l'exige.

7. *Cas où les coefficients rotationnels sont nuls.* — Si les coefficients λ_x, λ_y, λ_z sont nuls, l'ellipsoïde de conductibilité linéaire du § 4 se confond avec l'ellipsoïde principal du § 5. Les lois de la propagation de la chaleur dans le cristal dépendent uniquement de la forme et de l'orientation de cet ellipsoïde : les axes de conductibilité sont parallèles à ses axes principaux, et les trois conductibilités principales k_x, k_y, k_z, qui subsistent seules dans l'expression des flux donnée au § 3, sont égales respectivement aux carrés de ses demi-diamètres principaux. Au lieu de l'ellipsoïde principal, il suffirait également de connaître l'ellipsoïde inverse du § 2 dont les demi-diamètres principaux ont la même orientation et sont respectivement égaux à $\frac{1}{\sqrt{k_x}}$, $\frac{1}{\sqrt{k_y}}$, $\frac{1}{\sqrt{k_z}}$.

8. Dans le cas, déjà considéré au § 5, où la chaleur est supposée se répandre tout autour d'un point échauffé dans la masse du cristal, le calcul montre que, lorsque les coefficients rotationnels

sont nuls, les flux de chaleur, quoique variant d'une direction à l'autre, se propagent toujours, dans un milieu cristallisé comme dans un milieu isotrope, en lignes droites à partir du point échauffé.

9. L'ellipsoïde principal qui détermine la conductibilité du cristal dépend uniquement de la structure de celui-ci et doit, par conséquent, être compatible avec la symétrie.

Dans le système triclinique, qui ne possède ni plans ni axes de symétrie, l'ellipsoïde principal peut donc avoir une forme et une orientation quelconques.

Dans le système clinorhombique, l'un des axes de conductibilité coïncide nécessairement avec l'axe de symétrie; les deux autres, toujours rectangulaires entre eux, ont une orientation quelconque dans le plan de symétrie.

Dans le système rhombique, les axes de conductibilité coïncident nécessairement avec les trois axes de symétrie. L'orientation de l'ellipsoïde est déterminée, mais sa forme peut varier d'un cristal à l'autre, suivant les valeurs des conductibilités principales.

Dans les cristaux quadratiques et hexagonaux, l'ellipsoïde principal est de révolution autour de l'axe cristallographique. Les deux conductibilités principales relatives aux axes horizontaux sont égales; il n'y a plus que deux coefficients distincts, k_z suivant l'axe, et k_x perpendiculairement à l'axe.

Enfin, dans les cristaux cubiques, les trois conductibilités principales sont égales; il n'y a plus qu'un seul coefficient : l'ellipsoïde principal se réduit à une sphère et tout se passe comme dans un corps isotrope.

10. *Conductibilité extérieure.* — Les résultats théoriques que nous venons de résumer ne peuvent guère être vérifiés directement par l'expérience. Nous n'avons aucun moyen de suivre dans l'intérieur d'un cristal le développement des surfaces isothermes ou la marche des flux de chaleur totaux. Les cristaux sur lesquels nous pouvons opérer sont toujours limités par des surfaces terminales en contact avec l'air ou avec un autre milieu, et tout ce que nous pouvons faire en général c'est d'étudier la distribution et la variation des températures sur ces surfaces. Or, lorsqu'une surface à température u est en contact avec un milieu à température u_0,

elle perd, par unité de surface et par unité de temps, une quantité de chaleur qui peut être représentée en première approximation par

$$f = h(u - u_0),$$

et sa température dépend en chacun de ses points non seulement des flux qu'elle échange avec l'intérieur du corps, mais aussi du flux f; h est appelé *coefficient de conductibilité extérieure,* il varie principalement avec l'état de la surface.

De plus, dans un corps limité, les flux ne peuvent pas se propager librement comme dans un corps indéfini, de nouvelles conditions s'introduisent qui peuvent, suivant les cas, simplifier ou compliquer le problème.

11. *Méthode expérimentale de Senarmont* ([1]). — La substance à étudier est taillée sous forme d'une lame mince, suffisamment étendue pour pouvoir être considérée pratiquement comme indéfinie; elle est percée en son milieu d'un petit trou qui permet de l'enfiler sur une tige conique d'argent; cette tige, chauffée à une distance suffisante de la plaque, apporte constamment au milieu de celle-ci de la chaleur qui se répand tout autour du petit trou. La plaque est couverte de cire qui fond jusqu'à une certaine limite, dont la forme, visible après le refroidissement, montre comment la conductibilité varie dans les diverses directions.

On peut également remplacer la tige d'argent par un petit tube où circule un courant d'air chaud ou de vapeur, ou, comme l'a fait M. V. von Lang ([2]), par une aiguille échauffée par un courant électrique qui la traverse. Pour éviter de percer la lame à étudier, M. Jannettaz ([3]) applique simplement contre sa surface une petite boule métallique traversée par un courant électrique. On peut aussi remplacer la cire par de la graisse, qui fond à une tempéra-

---

([1]) De Senarmont, *Ann. de Chim.*, t. XXI, p. 457, 1847; t. XXII, p. 179; t. XXIII, p. 257, 1848; t. XXVIII, p. 279; 1850.

([2]) V. v. Lang, *Pogg. Ann.*, t. CXXXV, p. 29; 1868.

([3]) E. Jannettaz, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. LXXV, p. 940, 1082, 1501, 1872; t. LXXVIII, p. 413, 1202, 1874; t. LXXXI, p. 1254, 1875; t. XCV, p. 996, 1882; t. XCIX, p. 1019, 1884; t. CXIV, p. 1352, 1892. — *Bull. Soc. géol.,* t. I, p. 117, 252, 1873; t. II, p. 264, 1874; t. III, p. 499, 1875;

ture plus basse, ou par un enduit d'iodure de cuivre et mercure, qui passe du rouge au brun vers 70° (1). M. Röntgen (2) a employé un autre procédé, qui consiste à produire un léger dépôt de rosée en soufflant sur la plaque bien nettoyée, puis à la toucher pendant un temps très court avec une pointe chauffée. La rosée s'évapore tout autour de la pointe dans un espace nettement limité à chaque instant, et l'on fixe l'image en la saupoudrant rapidement de lycopode, qui n'adhère qu'aux points encore humides.

Les courbes isothermes ainsi obtenues sont des ellipses, au moins tant que la lame peut être considérée comme échauffée par un seul point; les ellipses se réduisent à des cercles si la symétrie du cristal implique l'égalité de conductibilité dans les diverses directions parallèles à la lame.

Ainsi que Duhamel (3) l'a démontré, ces ellipses, lorsque les coefficients rotationnels sont nuls, sont, dans chaque cas, semblables à l'intersection de l'ellipsoïde principal par le plan de la lame.

12. Les ellipses sont orientées d'une manière quelconque dans le système triclinique. Dans le prisme rhomboïdal oblique elles sont symétriques par rapport au plan de symétrie sur une lame parallèle à l'axe, et ont sur les autres faces une orientation non assignable *a priori*. Dans le prisme rhomboïdal droit elles sont symétriquement disposées sur les faces parallèles aux axes de symétrie.

Dans les cristaux à un axe elles sont toujours symétriques par rapport à la section principale, et se réduisent à des cercles sur une face perpendiculaire à l'axe.

Dans les cristaux cubiques, enfin, on a des lignes isothermes circulaires, quelle que soit la face étudiée (4).

---

t. IV, p. 116, 553, 1876; t. V, p. 410, 1877; t. VI, p. 203, 1878; t. IX, p. 196, 1881. — *Bull. Soc. min.*, t. I, p. 19, 1878; t. VII, p. 469, 1884. — *J. de Phys.*, t. V, p. 150, 247, 1876. — *Ann. de Chim.*, t. XXIX, p. 5, 1873. — *Notice sur les travaux de P.-M.-E. Jannettaz*, Meulan, 1882.

(1) A.-M. Mayer, *Phil, Mag.*, t. XLIV, p. 257; 1872.

(2) Röntgen, *Pogg. Ann.*, t. CLI, p. 603, 1874. — *Zeitsch. f. Kryst.*, t. III, p. 17; 1879.

(3) Duhamel, *J. de l'École Polyt.*, t. XIX, p. 155; 1848.

(4) La relation des figures isothermes avec la symétrie des cristaux a été

15. *Expériences de M. Tuchschmid* [1]. — M. Tuchschmid a appliqué à l'étude du *quartz*, de la *calcite* et du *sel gemme* un procédé imaginé par M. H.-F. Weber pour l'étude de la conductibilité des liquides. La lame à étudier est placée entre deux plaques de cuivre, et le contact assuré à l'aide d'un peu de glycérine. Lorsque le système a pris la température du laboratoire, on refroidit la plaque de cuivre inférieure avec de la glace ou un courant d'eau, et l'on déduit la conductibilité normale du refroidissement du disque supérieur observé à l'aide d'une soudure thermo-électrique appliquée en son milieu. Dans les expériences de M. Tuchschmid, l'influence des deux couches de glycérine n'était pas négligeable, mais on pouvait l'éliminer au moins partiellement dans le cas du quartz et de la calcite, en supprimant la plaque de cuivre inférieure et en refroidissant directement la lame avec un courant d'eau.

Les résultats concordent suffisamment avec ceux que donne la méthode de Senarmont; le rapport des conductibilités obtenues pour le quartz et la calcite, parallèlement et perpendiculairement à l'axe, est sensiblement égal au rapport des carrés des axes des ellipses isothermes. De plus, la conductibilité dans une direction à 45° de l'axe se déduit bien des deux autres par la considération de l'ellipsoïde inverse; on a en effet :

Conductibilité absolue.	Quartz.	Calcite.
Suivant l'axe..................	$k_z = 1,576$	0,576
Perpendiculaire à l'axe.........	$k_x = 0,957$	0,472
A 45° de l'axe.................	$k_n = 1,272$	0,518

On en déduit

$$\frac{k_z}{k_x} = 1,64 \text{ pour le quartz, et } 1,22 \text{ pour la calcite,}$$

tandis que les expériences de Senarmont donnent

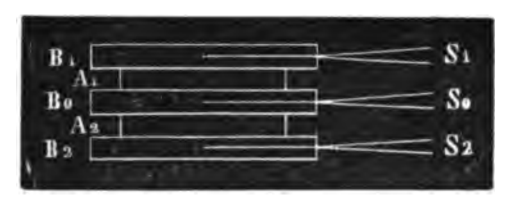
$$\frac{k_z}{k_x} = 1,69 \text{ pour le quartz, et } 1,21 \text{ pour la calcite;}$$

[1] TUCHSCHMID, *Das innere Wärmeleitungsvermögen von Quartz, Kalkspath und Steinsalz*. Thèse, Zurich, 1883. — H.-F. WEBER, *Wied. Ann.*, t. X, p. 103; 1880. — Une méthode analogue a été proposée par MM. THOULET et LAGARDE, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCIV, p. 1047; 1882. — *Ann. de Chim.*, t. XXVI, p. 261; 1882.

et que la conductibilité à 45°, calculée conformément à la théorie d'après l'ellipsoïde inverse, est 1,266 pour le quartz et 0,524 pour la calcite.

16. ***Expériences de M. Bäckström.*** — M. Bäckström [1] a appliqué un procédé dû à M. Christiansen et permettant de comparer entre elles les conductibilités normales de deux lames. Ces lames A_1, A_2 (*fig.* 2), taillées de manière à avoir les mêmes

Fig. 2.



surfaces, et des épaisseurs faibles mais d'ailleurs quelconques e_1 et e_2, sont métallisées et amalgamées sur leurs faces opposées, et placées entre trois plaques de cuivre B_1, B_0, B_2 un peu plus grandes, portant chacune une soudure thermo-électrique S dans son intérieur. Le système est ensuite chauffé par le haut et refroidi par le bas à l'aide d'étuves convenables. Quand le régime permanent est atteint, on peut admettre qu'un même flux de chaleur traverse tout le système, et, connaissant les températures u_1, u_0, u_2 des trois plaques de cuivre, on déduit le rapport des conductibilités k_1 et k_2 par la formule

$$\frac{k_1}{k_2} = \left(\frac{u_1 - u_0}{u_0 - u_2}\right)\frac{e_2}{e_1}.$$

Ce procédé, appliqué en même temps que celui de Senarmont à l'étude de l'*oligiste,* a donné des résultats satisfaisants. Le rapport de la conductibilité perpendiculaire à l'axe à la conductibilité suivant l'axe a été trouvé de 1,11 par la méthode de Christiansen et de 1,12 par celle de Senarmont.

En remplaçant l'une des lames par un corps isotrope connu, on pourrait déterminer ainsi la conductibilité absolue.

---

(1) Backstrom, *Ofvers. Akad. Stockholm,* p. 543; 1888. — Christiansen, *Wied. Ann.*, t. XIV, p. 23; 1881.

17. *Cas général où les coefficients rotationnels ne seraient pas nuls.* — Il nous reste maintenant à voir ce qui se passerait si la supposition que nous avons faite au § 6 se trouvait inexacte et si les coefficients rotationnels λ_x, λ_y, λ_z, qui entrent dans les formules du § 3, pouvaient avoir des valeurs différentes de zéro.

On trouve d'abord que ces coefficients s'annulent nécessairement par raison de symétrie :

1° Dans l'holoédrie et les méroédries rhombiques;

2° Dans les holoédries quadratique et hexagonale; dans les méroédries des mêmes systèmes qui possèdent des plans de symétrie parallèles à l'axe principal ou des axes de symétrie perpendiculaires à l'axe principal;

3° Dans l'holoédrie et dans les méroédries du système cubique.

Dans ces trois groupes, les phénomènes seront donc en tout cas ceux que nous avons décrits.

Mais il peut en être autrement dans les trois groupes suivants.

18. Le cas général où les neuf coefficients de conductibilité sont distincts et quelconques peut se rencontrer :

1° Dans les cristaux holoédriques et hémiédriques du système triclinique. Trois de ces coefficients, ainsi que nous l'avons vu au § 3, disparaissent quand le cristal est rapporté à ses axes de conductibilité, et peuvent être regardés comme définissant la position de ces axes.

Les axes de conductibilité sont placés d'une manière quelconque par rapport au cristal; l'ellipsoïde de conductibilité linéaire a une position quelconque par rapport à ces axes. Tout ce que l'on peut en dire, c'est qu'il a un diamètre et le plan diamétral conjugué de ce diamètre, communs avec l'ellipsoïde principal qu'il enveloppe. Les deux ellipsoïdes coupent leur plan diamétral commun suivant des ellipses semblables et semblablement placées. Si la chaleur se répand à partir d'un centre dans un milieu cristallin indéfini, les surfaces isothermes sont semblables, comme nous l'avons vu, à l'ellipsoïde principal; mais les flux de chaleur partant du centre décrivent des spirales tracées sur des cônes à bases elliptiques, ayant le centre pour sommet, et pour axe le diamètre

commun aux deux ellipsoïdes. Ce n'est que suivant ce diamètre que la propagation se fait en ligne droite.

2° Dans le système clinorhombique; en prenant l'axe de symétrie comme axe des y, on doit avoir, pour l'holoédrie et pour les hémiédries, qui n'en diffèrent que par l'absence du centre, $B = B' = D = D' = 0$. Il reste cinq coefficients. L'un des axes de conductibilité coïncide avec l'axe de symétrie; les deux autres, toujours rectangulaires entre eux, ont une position quelconque dans le plan de symétrie, déterminée par la valeur de l'un des coefficients.

L'ellipsoïde de conductibilité linéaire a ses axes coïncidant avec les axes de conductibilité; il coupe l'axe de symétrie à la même distance que l'ellipsoïde principal, qu'il enveloppe, et le plan de symétrie suivant une ellipse semblable et semblablement placée.

Les flux partant du centre décrivent des spirales tracées sur des cônes à base elliptique ayant leur sommet au centre et l'axe de symétrie pour axe. Seul le flux qui suit ce dernier se propage en ligne droite.

3° Les coefficients rotationnels peuvent enfin ne pas s'annuler dans les cristaux quadratiques et hexagonaux qui ne possèdent pas d'axes binaires perpendiculaires à l'axe principal, ni de plans de symétrie passant par cet axe. Ce groupe comprend, dans le système quadratique, l'hémiédrie pyramidale et les tétartoédries pyramidale et sphénoïdale; dans le système hexagonal, l'hémiédrie pyramidale, les tétartoédries pyramidale, sphénoïdale et rhomboédrique, et l'ogdoédrie.

L'un des axes de conductibilité coïncide avec l'axe principal du cristal. Pour les deux autres axes, on peut prendre deux droites rectangulaires quelconques, perpendiculaires à l'axe principal.

L'axe principal étant pris comme axe des Z, on doit avoir

$$D = D' = C = C' = 0, \qquad A = A', \qquad B' = -B.$$

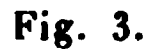
Il reste trois coefficients A ou k_x, A″ ou k_z, et B ou λ_z.

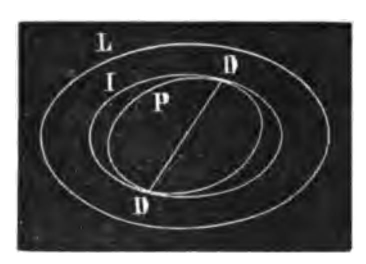
L'ellipsoïde principal et l'ellipsoïde de conductibilité linéaire, qui l'enveloppe, sont tous deux de révolution autour de l'axe principal qu'ils coupent au même point.

Les flux partant du centre décrivent des spirales placées sur des cônes à base circulaire, ayant le centre pour sommet et l'axe principal pour axe. Ce n'est que dans la direction de l'axe principal que le flux se propage en ligne droite.

19. L'étude expérimentale de ces cristaux pourrait être abordée de la manière suivante ([1]).

Si nous appliquons d'abord la méthode de Senarmont, nous


Fig. 3.



observons que les flux de chaleur, dans le cas que nous considérons, ne sont pas absolument libres dans leur propagation : ils sont forcés de rester presque complètement dans le plan de la lame. Dans les cristaux où les flux ne se propagent généralement pas en ligne droite à partir d'un centre d'échauffement, leurs trajectoires seront modifiées, et les spirales coniques du milieu indéfini se réduiront à des spirales planes dans le cas d'une lame de faible épaisseur.

D'après M. Boussinesq ([2]), les courbes isothermes J (*fig.* 3) sont dans tous les cas des ellipses semblables à l'intersection L de l'ellipsoïde de conductibilité linéaire par le plan de la lame, et semblablement placées. Pour une même durée de propagation, le rapport de similitude varie avec l'orientation de la lame, de telle sorte que cette ellipse soit constamment tangente à l'intersection P de l'ellipsoïde principal qu'elle touche aux deux extrémités DD d'un même diamètre. Expérimentalement, ce rapport de similitude importe peu : les dimensions absolues de la courbe isotherme sont

([1]) Ch. Soret, *Archives des Sc. phys. et nat.*, t. XXVII, p. 373; 1892.
([2]) Boussinesq, *Journal de Liouville*, t. XIV, p. 265; 1869.

trop variables avec les conditions de chaque essai pour pouvoir donner lieu à des mesures précises. Ce que l'on peut déterminer, c'est l'orientation de ces ellipses, et le rapport de leurs axes principaux. On en déduira la forme et la position de l'ellipsoïde linéaire.

Appliquant ensuite la méthode des conductibilités normales, nous observons que l'ellipsoïde inverse du § 2, qui s'en déduit dans tous les cas (§ 14), ne dépend aucunement des coefficients rotationnels et donne directement la position des axes de conductibilité et les grandeurs des conductibilités principales k_x, k_y, k_z. On pourra donc en déduire l'ellipsoïde principal (§ 5), et sa comparaison avec l'ellipsoïde linéaire obtenu par la méthode de Senarmont permettra de déterminer les coefficients λ_x, λ_y, λ_z dans les milieux non symétriques, et de reconnaître si réellement ils sont différents de zéro. Il est à remarquer que l'ellipsoïde principal étant connu de position, de forme et de dimensions absolues, l'ellipsoïde de conductibilité linéaire, connu déjà de position et de forme, et devant avoir un diamètre commun avec l'ellipsoïde principal (§ 18), se trouvera complètement déterminé. En déduire les valeurs des coefficients ne sera plus qu'une question d'analyse.

Ces mesures de conductibilité normale présentent donc un grand intérêt; malheureusement, leur exécution est difficile, et jusqu'à présent le contrôle de la théorie, dont nous venons d'indiquer la possibilité en principe, n'a pas été fait.

20. *Conductibilité unilatérale dans les méroèdres non centrés.* — Nous avons vu (§ 6) que les formules admises au § 1, comme première approximation, impliquent qu'il ne peut y avoir aucune différence de conductibilité dans les deux sens opposés d'une même droite. Il importe de vérifier si cette approximation est suffisante.

MM. S.-P. Thompson et Lodge ([1]) ont étudié les isothermes par la méthode de Senarmont sur des lames de tourmaline parallèles à l'axe. La tourmaline est hémimorphe dans le système hexagonal. Ils ont observé, au lieu des ellipses habituelles, des

([1]) S.-P. THOMPSON et O.-G. LODGE, *Phil. Mag.*, t. VIII, p. 18; 1879.

courbes déformées et inégalement aplaties suivant l'axe du cristal. Le rapport des deux rayons vecteurs de la courbe, opposés l'un à l'autre dans la direction de l'axe, variait notamment d'une expérience à l'autre et se trouvait en moyenne égal à 1,3.

Dans une seconde série d'expériences, les mêmes auteurs mastiquaient une lame perpendiculaire à l'axe entre deux tubes de verre placés dans le prolongement l'un de l'autre. L'inférieur était chauffé par un courant de vapeur et le supérieur contenait du mercure et un thermomètre; on mesurait le temps nécessaire pour élever d'un nombre déterminé de degrés la température de ce thermomètre; puis on retournait l'appareil, en mettant le mercure et le thermomètre dans l'extrémité qui était d'abord chauffée et réciproquement : on faisait ainsi passer la chaleur en sens inverse à travers le cristal. Les résultats, assez discordants, ont en moyenne donné une différence de conductibilité dans le même sens que par l'autre méthode.

D'autre part, M. Stenger [1], qui a étudié le même problème par la méthode plus précise de M. Weber (§ 15), n'a pas pu trouver de différence entre les conductibilités opposées de la tourmaline. L'étude des courbes isothermes a conduit M. Jannettaz à la même conclusion.

NOTE ADDITIONNELLE.

La méthode indiquée ci-dessus (n° 19) pour vérifier expérimentalement l'existence ou l'absence des coefficients rotationnels est d'une application difficile et douteuse, puisqu'elle repose en partie sur des mesures de conductibilité normale.

M. P. Curie a suggéré récemment (*Archives des Sc. phys. et nat.*, t. XXIX, p. 353; 1893) une autre voie consistant à transporter aux corps cristallisés les méthodes expérimentales utilisées pour l'étude du phénomène de Hall. Prenant des lames parallélépipédiques longues par rapport à leur largeur, et larges par rapport à leur épaisseur, on devra maintenir une différence de température entre les extrémités de la longueur et étudier la direction des lignes isothermes vers le milieu de la lame. Dans certaines conditions convenablement choisies, l'inclinaison des isothermes peut donner le rapport d'un coefficient rotationnel à un coefficient principal.

---

(1) F. Stenger, *Wied. Ann.*, t. XXII, p. 522; 1884. — Jannettaz, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXIV, p. 1352; 1892.

De notre côté nous avons fait l'essai, avec diverses modifications de détail, des méthodes suivantes, dont le principe est tout à fait analogue (*Archives des Sc. phys. et nat.*, t. XXIX, p. 356; 1893) : 1° Chauffer un point du bord rectiligne d'une lame mince perpendiculaire à l'axe rotationnel; si les coefficients rotationnels ne sont pas nuls, l'isotherme doit subir une déformation spiraloïde et les distances auxquelles elle vient couper le bord de la lame à droite et à gauche du point échauffé ne sont pas égales. Les quelques essais que nous avons faits jusqu'ici sur le gypse principalement nous ont donné constamment des résultats négatifs. 2° Chauffer par le procédé de M. Jannettaz un point d'une face taillée dans un cristal indéfini, parallèlement à l'axe rotationnel; si les coefficients rotationnels ne sont pas nuls, on doit obtenir des isothermes non symétriques par rapport à celui de leurs diamètres qui est parallèle à cet axe. Le fait que cette déformation n'a pas été signalée jusqu'ici semble indiquer que les coefficients en question sont toujours nuls ou au moins très petits. Il convient cependant de remarquer que la mesure des isothermes n'est pas susceptible d'une bien grande précision.

SUR LE PHÉNOMÈNE DE LA RÉSONANCE MULTIPLE;

PAR M. A. GARBASSO.

La théorie des oscillations électriques, dans son état actuel, prévoit pour chaque excitateur et pour chaque résonateur une seule durée de vibrations; en pratique, les choses se passent tout autrement, et l'on peut dire que, dans de bonnes conditions, tout résonateur résonne avec tout excitateur.

Ainsi que dans la plus grande partie des questions qui se rapportent aux oscillations électriques, c'est encore Hertz qui, dans cette voie, a été le premier à obtenir quelques résultats expérimentaux (1).

Ensuite, le phénomène fut étudié avec plus de soin par Sarazin et de la Rive, de Genève, qui lui donnèrent un nom (2).

---

(1) *Voir* la préface aux *Untersuchungen über die Ansbreitung der electrischen Kraft.* Entre autres choses, on y lit, p. 17 :

« En employant des résonateurs à la recherche des ondes dans l'espace étroit qui sépare deux fils, j'ai trouvé que j'obtenais aussi des nœuds distincts aux extrémités des fils, en employant des résonateurs beaucoup trop petits. »

(2) *Archives de Genève,* t. XXIII, p. 113; 1890.

Aucun doute ne peut s'élever sur les expériences de Sarazin et de la Rive; on doit plutôt se demander quel sens ou quelle interprétation il faut leur donner.

A ce sujet, il y a, en substance, deux opinions : d'une part, Sarazin et de la Rive pensent que l'excitateur ne donne naissance ni à une vibration unique, ni même à une série d'harmoniques; son spectre ne serait pas constitué par une ou plusieurs lignes brillantes et éloignées : ce serait un spectre continu ou plutôt formé d'une large bande diffuse.

D'autre part, Hertz et Poincaré pensent que l'amortissement rapide des oscillations dans l'excitateur joue un rôle prépondérant.

Poincaré s'exprime ainsi (1) :

« Dans les vibrations émises par un excitateur, deux choses sont à considérer, la période et le décrément logarithmique.

» Diverses raisons me portent à penser que ce décrément est beaucoup plus grand pour l'excitateur que pour le résonateur.

» L'intensité des vibrations émises par l'excitateur irait donc en diminuant très rapidement, de telle sorte qu'elles seraient de durée très courte et peu capables d'interférer.

» Il n'en serait pas de même des vibrations propres du résonateur.

» Qu'arriverait-il alors? Le résonateur serait mis en train par l'excitateur, pourvu que les périodes ne soient pas très différentes, puis il continuerait à vibrer après que l'excitateur serait revenu au repos; mais il vibrerait alors *avec sa période propre* et ce sont ces dernières vibrations, d'une durée beaucoup plus longue et susceptibles d'interférer, que l'on observerait. »

Si je ne me trompe, l'expérience peut décider entre les deux interprétations. Supposons que l'excitateur produit une seule espèce de radiations.

Ceci admis, si de quelque façon on absorbe les radiations de cette longueur d'onde, aucune autre radiation ne devrait passer outre; mais si les ondes émises par l'excitateur sont de

(1) H. Poincaré, *Électricité et Optique*, t. II, p. 250.

différentes longueurs d'onde, quand on en supprime une, il doit en subsister quelque autre. Or, pour Sarazin et de la Rive, un résonateur ne résonne qu'à la condition que parmi les radiations émises par l'excitateur se trouve la longueur d'onde particulière convenant au résonateur; pour Hertz et Poincaré, cela n'est nullement nécessaire.

Il en résulte que pour Sarazin et de la Rive un résonateur n'absorbe que la partie de l'énergie émise par le primaire qui correspond à une certaine longueur d'onde; pour Hertz et Poincaré, un résonateur quelconque peut absorber toute l'énergie émise par l'excitateur.

Plus clairement, supposons qu'un excitateur donné E soit capable de faire agir deux résonateurs A et B de diverses périodes.

Sur le trajet des rayons électriques qui de E vont à A et à B, interposons plusieurs résonateurs tous égaux à A; si l'explication de Sarazin et de la Rive est exacte, ces résonateurs doivent affaiblir les étincelles de A, non celles de B; si, au contraire, l'interprétation de Hertz et de Poincaré est vraie, le mouvement de l'électricité doit être atténué aussi bien dans B que dans A.

J'ai fait cette expérience.

L'excitateur était celui qui a été employé par Hertz dans ses dernières recherches et décrit par lui dans son Mémoire : *Sur les rayons de force électrique;* j'ai fait usage du miroir parabolique pour renforcer et diriger les radiations.

J'ai employé dans les premières expériences deux résonateurs : le premier, A, est un carré de 15^{cm} de côté, formé d'un fil de cuivre de $0^{cm},25$; la longueur d'onde qui lui correspond déterminée par l'expérience des ondes stationnaires est un peu plus grande que celle qui correspond théoriquement à l'excitateur. Un autre résonateur B était rectiligne, du type de celui que Hertz décrit dans le Mémoire déjà cité, mais plus petit; sa longueur totale était de 16^{cm}; le fil avait $0^{cm},07$ de diamètre; l'onde étant de beaucoup plus courte que celle qui correspond à la vibration théorique de l'excitateur, j'ai ajouté à ses extrémités deux petites boules de laiton de $0^{cm},8$ de diamètre.

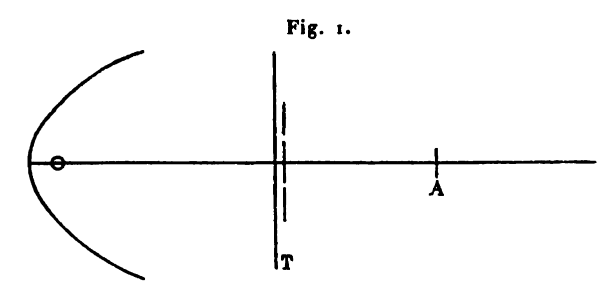
Les étincelles étaient toujours très faibles dans ce dernier résonateur, et je n'ai pu déterminer expérimentalement avec cer-

titude sa longueur d'onde; mais elle ne doit pas être éloignée de celle que donne la théorie, à savoir 45^{cm}.

Dans les expériences, le résonateur B était muni d'un miroir parabolique de distance focale convenable.

Sur une tablette T, de largeur égale à celle du miroir primaire et haute de 1^m, j'ai disposé neuf résonateurs identiques à A, trois par trois sur des lignes parallèles (*fig.* 1).

Fig. 1.



J'expérimentais ainsi :

Le résonateur A, en action, avec son côté interrompu vertical, était tenu en avant du miroir à la hauteur de l'étincelle, à environ 2^m de distance; on interposait alors la tablette T avec les résonateurs prêts à agir, normalement à la direction du rayon de force électrique, comme le montre la figure; les étincelles de A diminuaient d'intensité. En agissant sur des vis, on éloignait les pointes des boules des résonateurs sur T jusqu'à interrompre le flux d'électricité, et les étincelles de A reprenaient leur première vigueur.

On peut faire l'expérience d'une manière plus évidente en tenant le résonateur A incliné de façon que le côté interrompu fasse un angle de 60° avec la verticale; alors les étincelles éclatent librement si les résonateurs T n'agissent pas; dans le cas contraire, elles sont supprimées.

On en déduit que les résonateurs semblables à A absorbent l'énergie, quelle qu'elle soit, qui, émise par l'excitateur, est précisément capable de susciter les oscillations de A.

Au résonateur A j'ai substitué le résonateur B; même quand il n'y a rien d'interposé et que ce résonateur est placé à moins de 1^m de l'excitateur, les étincelles sont toujours assez petites, si petites qu'on ne les observe bien qu'avec une loupe et dans une demi-obscurité.

Eh bien, si l'on interpose la tablette T, il y a peut-être une légère diminution de l'étincelle de B, mais il n'y a absolument pas de différence que les résonateurs de T soient ou non en action.

Il en résulte que l'énergie émanée de l'excitateur qui se manifeste par le mouvement de l'électricité dans A ne constitue pas toute l'énergie correspondant aux radiations de l'excitateur.

L'expérience se prononce donc en faveur de la manière de voir de Sarazin et de la Rive.

Pour avoir une idée de la facilité relative d'extinction des étincelles de A et B, j'avais fait un réseau avec cinq fils de cuivre cloués sur une tablette : ce réseau éteignait les étincelles de B mais n'altérait pas celles de A.

Voyant que les résonateurs possèdent ainsi une absorption élective, j'ai été porté à penser que les expériences de Hertz sur l'action des réseaux métalliques ne sont que des expériences d'absorption; qu'un réseau supprime une vibration donnée parce que chacun de ses fils, muni d'une interruption, constituerait un résonateur ayant une longueur d'onde égale à celle de la vibration que le réseau absorbe. J'ai cherché à vérifier cette supposition de la manière suivante :

J'ai construit des réseaux métalliques, et, pour pouvoir calculer aisément et avec quelque certitude leur durée propre de vibration, j'ai ajouté à l'extrémité de chaque fil des lames de zinc de capacité considérable; pour la commodité du calcul j'ai donné à ces lames la forme de disques.

Les réseaux employés étaient au nombre de deux : dans l'un d'eux R_1, les fils étaient longs de 14^{cm}, épais de $0^{cm},14$, les disques avaient 6^{cm} de diamètre; dans l'autre R_2 les fils étaient identiques, mais les disques avaient un diamètre trois fois plus faible.

Dans l'un et dans l'autre, les fils étaient distants de 3^{cm}; les disques étaient normaux aux tablettes qui recevaient le réseau.

La théorie donne pour R_1 une longueur d'onde de 74^{cm}, pour R_2, 43^{cm} à peine.

J'ai trouvé que R_1 supprime les étincelles de A [1], tandis que

---

[1] Naturellement quand les fils sont placés parallèlement au côté de A dans lequel est l'interruption.

R_2 ne les altère pas du tout. Les étincelles de B sont supprimées aussi bien par l'un que par l'autre réseau, ce qui tient certainement à la très grande faiblesse des étincelles de B.

Il semble intéressant de reconnaître si un réseau qui interrompt la vibration d'un résonateur donné peut en laisser vibrer librement un autre; l'expérience sur B étant incertaine par la raison qui a été indiquée, j'ai opéré d'une autre manière.

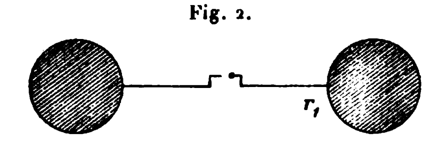
Au résonateur A j'en ai substitué un autre A' circulaire, de 20^{cm} de diamètre.

Les étincelles de ce résonateur A' sont beaucoup moins vives que celles de A, mais le réseau R_1 ne les supprime pas entièrement.

Finalement, j'ai encore vérifié d'une autre manière la similitude d'action d'un réseau et d'une série de résonateurs.

J'ai pris un fil du réseau R_1 et un du réseau R_2, je les ai munis d'une interruption avec pointe et boule (*fig.* 2), formant ainsi

Fig. 2.



deux résonateurs r_1 et r_2; j'ai trouvé que les étincelles de r_1 ne sont pas influencées par la présence du réseau R_2, et sont supprimées par le réseau R_1; mais si, rapidement, on coupe par le milieu tous les fils de R_1, les étincelles de r_1 reparaissent.

Cette dernière expérience peut être considérée comme semblable à une de celles que j'ai décrites ci-dessus : à la tablette T est substitué le réseau R_1, et au résonateur A, le résonateur r_1.

En outre, j'ai vérifié que R_2 supprime les étincelles de r_2.

Résumant les résultats que je viens d'exposer, il me semble pouvoir conclure que :

1° Un excitateur émet des ondes de diverses longueurs;

2° Un résonateur absorbe les ondes de longueur égale à celles qui lui correspondent théoriquement, et absorbe seulement celles-là;

3° Un réseau n'est qu'une série de résonateurs toujours en action; et à ce titre il absorbe certaines ondes et n'en absorbe pas certaines autres.

Le professeur Naccari m'a fourni les moyens pour exécuter ce travail, et pendant son exécution m'a soutenu par ses conseils bienveillants; pour ces deux motifs, je lui exprime ici ma reconnaissance.

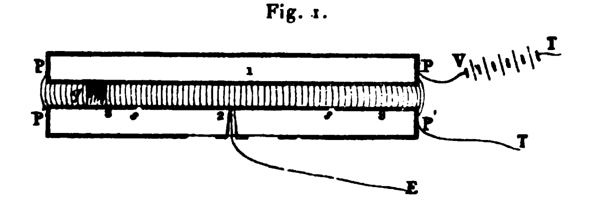
SUR L'EMPLOI DES CONDENSATEURS A ANNEAU DE GARDE ET DES ÉLECTROMÈTRES ABSOLUS;

PAR M. P. CURIE.

Condensateur à anneau de garde. — Nous nous sommes servis mon frère et moi, dans diverses recherches, d'un condensateur à anneau de garde, dans lequel on employait comme plateaux deux plaques de verre argentées.

Les plateaux PP, P′P′ (*fig.* 1) étaient séparés par trois cales de

Fig. 1.



quartz *q*. L'argenture de la face intérieure de l'un des plateaux était divisée en une portion centrale (2) et un anneau de garde (3) à l'aide d'un trait circulaire de quelques dixièmes de millimètre de large *ss* tracé dans l'argenture. Ce trait constituait le sillon de l'anneau de garde. L'avantage de cet appareil est de réaliser d'une façon à peu près parfaite et sans qu'il soit nécessaire de faire aucune correction le condensateur théorique (1).

---

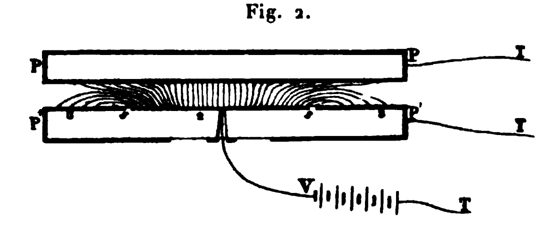
(1) L'axe optique des cales de quartz est horizontal, c'est-à-dire parallèle aux plateaux. Dans la direction normale à l'axe, la conductibilité du quartz est en effet extrêmement faible, tandis que le quartz conduit presque aussi bien que le verre dans la direction de l'axe (J. CURIE, *Annales de Chimie et de Physique*, 1889).

Nous employons cet appareil depuis 1883 (*voir* J. CURIE, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 1886 et journal *La lumière électrique*, 1888). M. Abraham s'est servi récemment de cet instrument et a donné une méthode très précise pour mesurer la distance des plateaux (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 1892. Thèse à la Faculté des Sciences).

Nous avons d'abord employé cet instrument dans des recherches d'électricité statique, en portant P (*fig.* 1) à un certain potentiel V avec une pile, l'anneau de garde étant à terre, et en mesurant la quantité d'électricité nécessaire pour maintenir la portion centrale de P′ au potentiel zéro. Mais, dans ces conditions, l'appareil est mal isolé. Le sillon *s*, qui sépare l'anneau de garde de la portion centrale du plateau P′, devient conducteur sous l'influence de l'humidité de l'air et cette conductibilité est généralement accompagnée d'une petite force électromotrice; enfin la conductibilité du verre lui-même n'est pas négligeable ([1]).

Pour éviter ces inconvénients, nous avons employé le condensateur (*fig.* 2) en chargeant au potentiel V la portion centrale du plateau P′, l'anneau de garde étant toujours à terre, et en mesu-

Fig. 2.



rant l'électricité qu'il fallait fournir au plateau P pour qu'il reste au potentiel zéro.

En vertu d'un théorème connu d'électricité statique, les quantités d'électricité mesurées sont les mêmes dans les deux modes opératoires, bien que dans le second la distribution des lignes de force soit très compliquée (nous avons représenté d'une manière schématique sur les *fig.* 1 et 2 la disposition des lignes de force).

En opérant par la seconde méthode, c'est le plateau P, très bien

---

([1]) Les armatures du condensateur communiquant d'abord avec la terre, on isole la portion centrale de P′; on constate avec un électromètre de faible capacité qu'il n'y a pas tout d'abord de force électromotrice; mais celle-ci prend naissance lentement. On peut admettre que les deux portions d'argenture du plateau P′, reliées par l'humidité à la surface du sillon de l'anneau de garde, forment un couple. Ce couple, complètement polarisé quand tout est relié à la terre, se dépolarise lentement quand une des parties argentées est isolée.

Ces causes de trouble, qui peuvent avoir une influence appréciable dans des expériences d'électricité statique, ne peuvent évidemment produire aucun effet dans des expériences avec un galvanomètre. M. Abraham a, du reste, vérifié par expérience qu'il en était bien ainsi.

isolé par les cales de quartz parallèle, qui est en relation avec les appareils de mesure et l'instrument fonctionne parfaitement.

Électromètre absolu à anneau de garde. — Je me suis demandé si le même artifice pouvait être employé avec l'électromètre absolu à anneau de garde, c'est-à-dire si l'on pouvait indifféremment l'employer par la méthode ordinaire ou bien charger la portion centrale du plateau P′ (*fig.* 2), laisser l'anneau de garde et le plateau P en relation avec la terre et mesurer l'attraction du plateau P.

La pression électrostatique étant proportionnelle au carré de la densité électrique, il semble, au premier abord que les forces d'attraction doivent être assez différentes dans les deux cas. On parvient cependant à se rendre compte qu'elles ne diffèrent que d'une quantité extrêmement petite lorsque le rapport du diamètre de la portion centrale du plateau P′ à la distance des plateaux est suffisamment grand. De plus le terme de correction très petit qui pourrait être nécessaire peut être évalué d'une façon rigoureuse dans une étude préalable. Il suffit, pour cela, de faire trois mesures : la première avec la portion centrale seule du plateau P′ au potentiel V, l'anneau de garde et le plateau P étant à terre ; la deuxième avec tout le plateau P′ au potentiel V ; la troisième avec l'anneau de garde au potentiel V, la portion centrale de P′ et le plateau P étant à terre.

Désignons par F_1, F_2, f les forces d'attraction obtenues respectivement dans ces trois expériences. Désignons par C la capacité réciproque (ou coefficient d'induction) entre le plateau P et la portion centrale du plateau P′ ; par c la capacité réciproque du plateau P et de l'anneau de garde de P′ ; par γ la capacité réciproque entre la portion centrale et l'anneau de garde du plateau P′. Désignons par e la distance des plateaux. On a, en supposant que l'on écarte de de les plateaux et en appliquant le principe de la conservation de l'énergie,

$$F_1 = -\frac{1}{2}V^2\frac{dC}{de} - \frac{1}{2}V^2\frac{d\gamma}{de},$$

$$F_2 = -\frac{1}{2}V^2\frac{dC}{de} - \frac{1}{2}V^2\frac{dc}{de},$$

$$f = -\frac{1}{2}V^2\frac{dc}{de} - \frac{1}{2}V^2\frac{d\gamma}{de},$$

d'où

$$F_1 + F_2 - f = 2\left(-\frac{1}{2}V^2\frac{dC}{de}\right).$$

Désignons par φ la force que donnerait l'attraction de la portion centrale du plateau P' si l'électromètre était employé par la méthode habituelle pour le même potentiel électrique

$$F_1 + F_2 - f = 2\varphi,$$

ce qui permet de calculer φ.

Soit

$$\varepsilon = \frac{\varphi - F_1}{F_1},$$

on aura

$$\varphi = F_1(1+\varepsilon)$$

et ε sera un coefficient de correction toujours très petit qui sera le même, quel que soit le potentiel, pour une même distance des plateaux et qui pourra être déterminé d'avance.

Le calcul qui précède rend légitime le nouveau mode opératoire, qui, au point de vue pratique, semble plus avantageux que l'ancien. On pourrait en effet employer les plateaux en verre argentés comme pour les condensateurs, puisque les deux portions conductrices du plateau P' sont solidaires. Le desideratum de la théorie serait obtenu d'une manière plus parfaite, le sillon qui sépare ces deux portions argentées étant très étroit et ces deux portions étant très exactement dans le même plan.

Je pense que, si l'on réalisait cet instrument, la meilleure disposition pour mesurer la force d'attraction serait de suspendre le plateau continu PP à l'extrémité d'une balance ([1]), le plateau PP' étant fixe. Il faudrait employer une balance permettant d'apprécier un déplacement très petit du plateau. Les balances avec micromètre mobile et microscope fixe conviendraient pour cet usage ([2]).

Enfin, la sensibilité étant fortement augmentée par la présence du champ électrique, il faudrait, pour que l'équilibre fût stable, baisser le centre de gravité du fléau d'une quantité qui dépendrait

---

([1]) M. Baille a déjà fait usage de la balance dans des mesures faites avec l'électromètre à anneau de garde (*Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 169; 1882).

([2]) P. Curie, *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 138; 1890.

de l'intensité du champ. Une masse mobile le long de l'aiguille de la balance serait fort utile pour obtenir ce résultat.

Ces diverses dispositions rendraient moins pénible l'emploi de l'électromètre absolu et les mesures faites avec une balance et un équilibre stables seraient beaucoup plus précises que celles faites avec un ressort.

Voici le résultat d'un calcul numérique qui montre que les conditions requises pour un bon fonctionnement peuvent être réalisées pratiquement.

Soit un électromètre de 1^{dm^2} de surface de plateau, et supposons un champ de 200 volts par millimètre et une distance de 5^{mm} entre les plateaux.

La balance employée aurait 10^{cm} de longueur de bras et le micromètre serait à 20^{cm} du couteau central; on pourrait apprécier au microscope $\frac{1}{500}$ de millimètre. Le fléau aurait une masse de 300^{gr} (en y comprenant une masse de 100^{gr} mobile le long de l'aiguille).

On remarque d'abord que dans ces conditions la balance est folle tant que le centre de gravité du fléau n'est pas plus bas que $2^{mm},4$ au-dessous de l'arête du couteau central.

L'attraction électrique étant de 177 dynes, supposons que l'on veuille apprécier le $\frac{1}{10}$ de milligramme, il faudra pour cela baisser le centre de gravité du fléau jusqu'à $5^{mm},7$.

Électromètre sphérique. — Le même principe peut servir à transformer tous les instruments employés en électricité statique. Ce principe consiste essentiellement à séparer au point de vue du potentiel électrique et à rendre solidaires au point de vue mécanique certains conducteurs qui, dans le fonctionnement normal, étaient solidaires au point de vue du potentiel électrique et indépendants au point de vue mécanique et réciproquement.

L'électromètre sphérique de M. Lippmann est particulièrement intéressant à considérer avec ce nouveau mode de fonctionnement. Avec la nouvelle disposition, la sphère conductrice intérieure (*fig.* 3) serait simplement suspendue sous le plateau d'une balance par le fil métallique *ad*. La sphère extérieure fixe serait formée de deux hémisphères métalliques matériellement solidaires et réunis par une substance isolante tout le long d'un grand cercle *bb*. On porterait l'hémisphère inférieur au potentiel V, l'hémisphère supérieur étant mis à la terre, ainsi que toute la sphère intérieure et l'on mesurerait, par une pesée, la force résultante des actions électriques sur la sphère intérieure. Les lignes de forces (grossièrement représentées *fig.* 3) seraient réparties

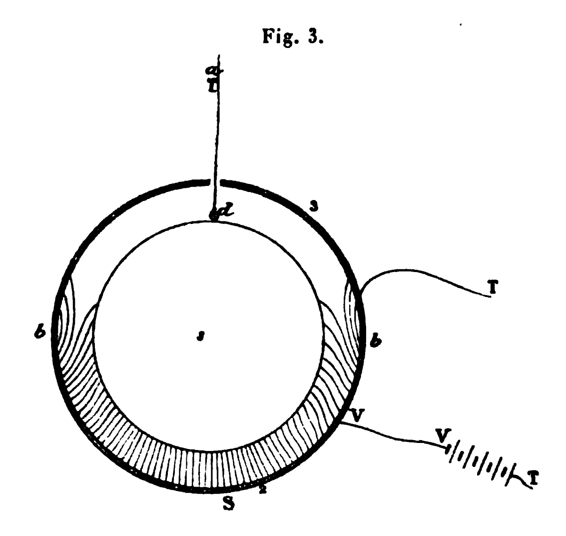
d'une façon fort complexe; cependant la force d'attraction verticale F est donnée par une formule simple d'une façon rigoureuse. Désignons par *de* un déplacement infiniment petit de la sphère intérieure suivant la verticale.

Soit C la capacité réciproque entre la moitié de la sphère extérieure et la sphère intérieure. Soit *c* la capacité réciproque des deux moitiés de la sphère extérieure.

On a

$$F = -\frac{1}{2}V^2\frac{dC}{de} - \frac{1}{2}V^2\frac{dc}{de}.$$

Fig. 3.



Mais, lorsque les deux sphères sont concentriques, *c*, par raison de symétrie, passe par un minimum : donc $\frac{dc}{de} = 0$ pour les deux sphères concentriques et il reste

$$F = -\frac{1}{2}V^2\frac{dC}{de}.$$

Pour avoir $\frac{dC}{de}$ il faut faire usage des images électriques en suivant la méthode de Murphy. On cherche la capacité $C + dC$ d'un hémisphère lorsque les deux centres des deux sphères sont à une distance *de* infiniment petite (la direction *e* étant normale au plan de séparation des deux hémisphères). C est la capacité de la moitié d'un hémisphère du condensateur sphérique lorsque les sphères

sont concentriques; on a donc par différence dC, ce qui permet de calculer F. On trouve ainsi, lorsque, comme dans le cas considéré plus haut, c'est une des moitiés de la sphère extérieure qui est portée au potentiel V,

$$(1) \qquad F = \frac{3}{8} V^2 \frac{r}{R - r} \frac{R^3}{R^3 - r^3},$$

R étant le rayon de la sphère extérieure,
r celui de la sphère intérieure.

Dans le cas où la sphère intérieure serait divisée au point de vue électrique en deux hémisphères portés aux potentiels zéro et V et où la sphère extérieure serait au potentiel zéro, on aurait

$$(2) \qquad F = \frac{3}{8} V^2 \frac{R}{R - r} \frac{r^3}{R^3 - r^3};$$

ces deux formules diffèrent de celle de l'électromètre sphérique employé sous sa forme normale. On a, en effet, dans ce cas

$$(3) \qquad F = \frac{V^2}{8} \frac{R^2}{(R - r)^2}.$$

Les formules (1) et (2) montrent que, lorsque l'on augmente le rayon R, le rayon r restant constant, la force diminue plus vite avec le nouveau mode de fonctionnement qu'avec l'ancien. Avec l'ancien mode, la force tend vers $\frac{1}{8} V^2$ lorsque R tend vers l'infini, tandis qu'elle tend vers zéro avec la nouvelle méthode. Ceci pouvait se prévoir *a priori*.

Au contraire, si $(R - r)$ est petit par rapport à r, les formules (1), (2), (3) donnent sensiblement les mêmes résultats.

L'électromètre sphérique présente, à certains points de vue, des avantages très sérieux. Cet électromètre absolu serait peut-être le meilleur, si l'on parvenait à surmonter les grosses difficultés que l'on rencontre dans sa construction. L'usage de cet instrument sera plus pratique en employant le nouveau mode opératoire que nous venons d'indiquer. Signalons en particulier que l'on pourra vérifier la coïncidence des centres des deux sphères en utilisant les phénomènes électriques, en constatant par exemple que la force agissant sur la sphère intérieure est nulle lorsque, cette sphère restant en relation avec la terre, on porte toute la sphère extérieure à un certain potentiel.

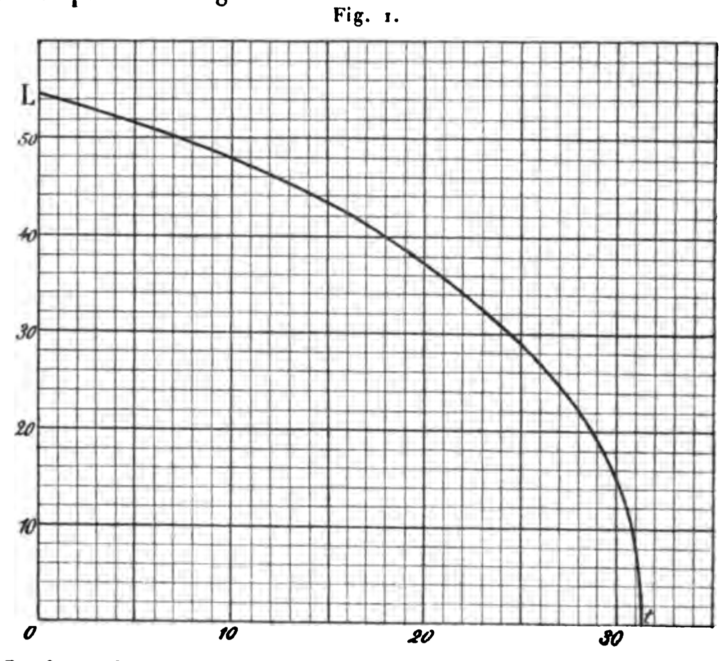
NOTE SUR LA CHALEUR DE VAPORISATION;

PAR M. K. TSURUTA
Rigakuski (de Tokio).

Le calcul suivant établit que les mesures de M. Amagat [1] sont en parfait accord, au moins dans une direction, avec celles de MM. L. Cailletet et E. Mathias [2].

Le Tableau ci-joint est une simple transformation des nombres donnés par M. Amagat.

Fig. 1.



La formule d'interpolation suivante, qui donne p, a été calculée par la méthode des moindres carrés

$$p = 34,3 + 0,8739t + 0,01135t^2,$$

d'où

$$\frac{dp}{dt} = 0,874 + 0,023t.$$

La concordance des valeurs de p observées et interpolées justifie l'emploi de la formule ci-dessus.

---

(1) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. I; 1892.

(2) *Journal de Physique*, 2ᵉ série; 1886. *Ibid.* 2ᵉ série, t. IX; 1890.

Les valeurs de la chaleur latente de vaporisation L ont été représentées par une courbe; entre plusieurs formes d'interpolation, la suivante a été trouvée la meilleure

$$L^2 = 141,2155(31,35 - t) - 1,5254(31,35 - t^2);$$

les valeurs de L calculées ainsi sont dans l'avant-dernière colonne du Tableau.

t.	Volume spécifique de la vapeur saturée. s.	Volume spécifique du liquide. σ.	p observé. atm	p interpolé. atm	Diff.	$\frac{dp}{dT}$.	L observé. cal	L interpolé. cal	Diff.
0°......	0,0010467	0,0001094	34,3	34,30	0	0,874	54,07	54,11	+0,04
1......	10101	1099	35,2	35,18	−0,02	0,896	53,78	53,67	−0,11
2......	9709	1104	36,1	36,09	−0,01	0,919	52,89	53,20	+0,31
3......	9434	1111	37,0	37,02	+0,02	0,942	52,61	52,70	+0,09
4......	9091	1118	38,0	37,98	−0,02	0,965	51,80	52,16	+0,36
5......	8772	1126	39,0	38,95	−0,05	0,987	51,03	51,59	+0,56
6......	8547	1134	40,0	39,95	−0,05	1,010	50,80	50,98	+0,18
7......	8264	1141	41,0	40,95	−0,05	1,033	50,08	50,34	+0,26
8......	8000	1151	42,0	42,02	+0,02	1,055	49,39	49,65	+0,26
9......	7752	1159	43,1	43,08	−0,02	1,078	48,74	48,93	+0,19
10......	7519	1168	44,2	44,17	−0,03	1,101	48,11	48,16	+0,05
11......	7299	1179	45,3	45,29	−0,01	1,124	47,49	47,35	−0,14
12......	7042	1189	46,4	46,42	+0,02	1,146	46,50	46,49	−0,01
13......	6803	1203	47,5	47,58	+0,08	1,169	45,52	45,58	+0,06
14......	6579	1216	48,7	48,76	+0,06	1,192	44,60	44,62	+0,02
15......	6329	1228	50,0	49,96	−0,04	1,214	43,38	43,60	+0,22
16......	6097	1244	51,2	51,19	−0,01	1,237	42,20	42,52	+0,32
17......	5882	1256	52,4	52,43	+0,03	1,260	41,10	41,38	+0,28
18......	5682	1272	53,8	53,71	−0,09	1,282	40,02	40,16	+0,14
19......	5464	1288	55,0	55,01	+0,01	1,305	38,70	38,87	+0,17
20......	5263	1305	56,3	56,42	−0,12	1,328	37,44	37,50	+0,06
21......	5025	1324	57,6	57,66	+0,06	1,351	35,73	36,03	+0,27
22......	4807	1346	59,0	59,02	+0,02	1,373	34,10	34,45	+0,35
23......	4608	1368	60,4	60,40	0	1,396	32,56	32,75	+0,19
24......	4386	1395	61,8	61,81	+0,01	1,419	30,65	30,91	+0,26
25......	4166	1422	63,3	63,24	−0,06	1,441	28,66	28,90	+0,24
26......	3968	1453	64,7	64,69	−0,01	1,464	26,77	26,68	−0,09
27......	3759	1490	66,2	66,17	−0,03	1,487	24,61	24,20	−0,41
28......	3546	1531	67,7	67,67	−0,03	1,510	22,26	20,39	+0,13
29......	3300	1587	69,2	69,19	−0,01	1,532	19,27	17,98	−1,29
30......	2994	1672	70,7	70,73	+0,03	1,555	15,14	13,70	−1,44
30,5....	2809	1742	71,5	71,51	+0,01	1,566	12,33	10,90	−1,43
31......	2551	1862	72,3	72,30	0	1,578	7,99	7,02	−0,97
31,25...	2369	2016	72,8	72,69	−0,11	1,583	4,14	3,75	−0,37
31,35...	2155	2155	72,9	72,85	−0,05	1,586	0	0	0

G. ZAMBIASI. — Sul punto critico e sui fenomeni che lo accompagnano (Sur le point critique et les phénomènes qui l'accompagnent); *Atti della R. Acc. dei Lincei*, t. I, p. 423-431; 1892.

M. Pellat formulait ici-même ([1]), à la fin d'un article sur le point critique, un appel à de nouvelles expériences.

Le travail de M. Zambiasi se présente comme une première réponse à cet appel.

Il comprend trois séries d'expériences :

1° Application de l'expérience du tube en O de Cailletet et de Collardeau à l'éther ordinaire;

2° Production du phénomène de Cagniard de Latour avec des tubes simples contenant diverses quantités d'éther;

3° Production du même phénomène, comparativement sur deux ou trois tubes échauffés dans le même bain.

Dans l'expérience du tube en O la disparition du ménisque eut lieu à 193°. Les deux colonnes de mercure présentaient alors une différence de niveau plus ou moins grande, suivant la différence initiale. L'égalisation des niveaux de mercure eut lieu à 196°. La formule qui exprime l'équilibre des deux parties du tube montre que la marche de la différence de niveau correspond très sensiblement à celle de la différence entre la densité du liquide et celle de la vapeur.

Le phénomène de Cagniard de Latour fut observé dans sept tubes où les volumes du liquide et de la vapeur étaient à la température de 18°,6 respectivement dans les rapports suivants :

$$\frac{4}{1},\quad \frac{2}{5},\quad \frac{1}{2},\quad \frac{6}{11},\quad \frac{4}{5},\quad \frac{9}{10},\quad \frac{7}{5}.$$

Des résultats obtenus, l'auteur conclut que, pour que la disparition du ménisque puisse être observée dans un tube, il faut que le rapport $\frac{v}{v'}$ du volume du liquide au volume de la vapeur à la température ordinaire ne soit pas au-dessous d'une limite inférieure

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 231; 1891.

comprise entre

$$\frac{1}{4} \text{ et } \frac{2}{5}$$

ni au-dessus d'une limite supérieure comprise entre

$$\frac{9}{10} \text{ et } \frac{7}{5}.$$

Les expériences comparatives sur plusieurs tubes échauffés dans le même bain ont montré que la température de disparition du ménisque n'est pas constante pour un même corps, mais dépend de la quantité de ce corps qui est renfermée dans un volume donné. Dans un même tube, la réapparition fut constamment observée à la même température que la disparition.

J. Pionchon.

G. ZAMBIASI. — Il punto critico e il fenomeno di sparizione del menisco, no riscaldamento d'un liquido a volume constante (Le point critique et le phénomène de la disparition du ménisque dans l'échauffement d'un liquide à volume constant); *Atti della Reale Acc. dei Lincei*, t. II, p. 21-27; 1893.

Le fait établi par l'auteur dans une Note précédente, savoir, que la température t_c de disparition du ménisque n'est pas constante et s'élève lorsque l'on diminue le rapport du volume initial du liquide au volume de la vapeur, pouvait être prévu d'après les expériences de Jamin où la disparition du ménisque était obtenue par une compression à température constante. M. Amagat a montré le même fait, d'une manière encore plus précise, en produisant par une lente augmentation de la compression de l'acide carbonique la disparition du ménisque à 30°,50, alors que le seul échauffement produirait la disparition à 31°,35. Si la température t_c était unique, elle serait indépendante de la compression. Elle n'augmente pas la tension, qui est maxima; mais, en condensant la vapeur, elle augmente le volume et la masse du liquide, de sorte que le rapport des volumes augmente.

Les densités d et d' et les volumes v et v' du liquide et de la vapeur, lorsqu'on échauffe une masse m d'un corps dans un espace clos de volume constant V, doivent, à toute température, satisfaire

aux équations

$$vd + v'd' = m,$$
$$v + v' = \mathrm{V}.$$

On a donc

$$\frac{v}{v'} = \frac{m - \mathrm{V}d'}{\mathrm{V}d - m}.$$

En discutant cette expression, l'auteur montre que la disparition du ménisque a lieu au point critique, si V est le volume critique de la masse sur laquelle on opère.

Si une masse d'un corps est soumise à un échauffement graduel dans un volume voisin de son volume critique, mais un peu inférieur, elle arrivera *successivement* à un état où aura lieu la disparition du ménisque, à un état où sa pression sera égale à la pression critique, à un état où sa température sera égale à la température critique; enfin à un état franchement gazeux. A partir du moment de la disparition du ménisque, il n'y a plus indépendance entre la pression et la masse. Entre ce moment et celui où il atteint la température critique, le corps est dans un état qui ne correspond ni à une masse de gaz ni à une masse de vapeur et de liquide juxtaposés. On peut le concevoir comme un mélange ou une dissolution des deux sortes de matière.

Si le volume constant dans lequel est enfermée la masse considérée est égal à son volume critique V, la disparition du ménisque, le rétablissement du niveau du mercure dans les tubes en O, la pression et la température critique doivent être réalisés *simultanément*.

Pour être certain d'avoir amené un corps à l'état critique, il faut constater qu'il présente simultanément deux éléments caractéristiques de cet état. La disparition du ménisque et le rétablissement du niveau dans les tubes capillaires, envisagés isolément, ne sont pas des indices suffisants, car ils peuvent avoir lieu en dehors de l'état critique. Par contre, l'égalité des densités ou des volumes spécifiques du liquide et de la vapeur serait une donnée suffisante parce qu'elle équivaut à deux éléments critiques.

En définitive, pour que la méthode de l'échauffement d'un corps à volume constant offre des indices certains de l'état critique et y conduise le corps à coup sûr, l'auteur propose de la perfectionner en munissant le tube en O d'un régulateur des volumes. En modi-

fiant convenablement le volume, on pourra par tâtonnements arriver à obtenir *au même moment* la disparition du ménisque et le rétablissement du niveau du mercure. L'espace occupé par le corps sera alors le volume critique; d'autre part, la température et la pression correspondantes seront aussi celles du point critique.

J. Pionchon.

PHILOSOPHICAL MAGAZINE.

5e série, t. XXXIII (1er semestre 1892).

Henry CREW. — Nouvelle méthode pour l'obtention d'une température constante, p. 89-94.

L'auteur propose l'emploi d'un courant électrique, d'intensité constante, circulant dans un fil isolé et enroulé aussi uniformément que possible sur la surface entière de l'enceinte à chauffer. En opérant ainsi avec un tube de verre, contenu dans une enveloppe cylindrique à double paroi pour rendre constante la chaleur perdue par rayonnement pendant l'unité de temps, il est parvenu à maintenir constante, à moins de $\frac{1}{100}$ de degré et pendant une heure, la température de l'eau remplissant le tube.

A.-P. LAURIE. — Sur l'existence d'une combinaison d'or et d'étain, p. 94-99.

La méthode employée est basée sur les faits suivants : deux électrodes métalliques A et B, plongées respectivement dans une dissolution d'un sel de A et dans une dissolution d'un sel de B, présentent une différence de potentiel parfaitement déterminée. Si l'on attache à A un petit fragment du métal B, cette différence devient sensiblement nulle et il en est de même si l'on remplace A par un alliage des deux métaux contenant une petite quantité du métal B non combinée. Quand on substitue à A une combinaison de A et B, la différence de potentiel prend une nouvelle valeur déterminée, différente de celle que l'on avait avec le métal B. Il est donc facile de reconnaître, par la mesure des différences de potentiel, si un alliage constitue une combinaison ou une simple

dissolution de l'un des métaux dans l'autre ou dans une combinaison.

M. Laurie a constaté ainsi que les alliages d'étain, de zinc, de plomb, de cadmium ne sont pas des combinaisons; que le cuivre donne avec l'étain et avec le zinc des combinaisons définies; enfin que l'or et l'étain se combinent pour donner le composé AuSn.

D. MENDELÉEFF. — Sur la variation de la densité de l'eau avec la température. p. 99-132.

Malgré bien des tentatives, la densité de l'eau à t^o n'avait pu être représentée par une formule algébrique applicable à un grand intervalle de température. Guidé par des considérations théoriques, M. Mendeléeff est parvenu à la formule

$$S_t = 1 - \frac{(t-4)^2}{(A+t)(B-t)C},$$

qui donne, pour les températures comprises entre -10° et $+200^o$, des nombres concordant fort bien avec les résultats des meilleures déterminations expérimentales, lorsqu'on prend

$$A = 94{,}10, \qquad B = 703{,}51, \qquad C = 1{,}90.$$

L'auteur passe ensuite à l'examen critique des expériences faites jusqu'à ce jour. Il montre que les corrections relatives à la diminution du volume de l'eau sous l'influence de la pression, à la variation de volume qu'éprouve le récipient quand la pression et la température changent, à la mesure exacte des températures, etc., n'ont jamais été faites simultanément avec toute la précision désirable. Sa conclusion est que les valeurs des constantes données ci-dessus ne doivent être regardées que comme provisoires, tant que de nouvelles expériences n'auront pas été effectuées.

W.-A. AYRTON et T. MATHER. — La construction des résistances sans induction. p. 186-191.

Les résistances construites par les auteurs pour l'étude des courants intenses sont formées par une bande de platinoïde de 6^m de longueur, 4^{cm} de largeur et $0^{cm},025$, repliée sur elle-même de manière à donner une bande double de 3^m que l'on enroule

ensuite en hélice; une bande de soie isole les deux moitiés de la double bande. On voit que ces résistances ne diffèrent des bobines ordinaires que par la substitution d'une bande mince au fil circulaire. Cette substitution a d'ailleurs son importance, Maxwell ayant montré que l'inductance des conducteurs plats est moins grande, pour une même résistance, que celle des conducteurs ronds. Un autre avantage est le refroidissement rapide qu'éprouve un ruban par suite de sa grande surface de contact avec l'air ambiant, refroidissement qui s'oppose à une variation sensible de la température du conducteur échauffé par le passage du courant.

Une autre forme de résistances sans induction consiste en deux spirales de fil *n*, *u* : l'une d'elles, enroulée dans un certain sens, est placée à l'intérieur de la seconde, enroulée en sens inverse et de plus grand diamètre. Les extrémités supérieures des deux spirales sont soudées ensemble; il en est de même des extrémités supérieures. Avec ce mode d'enroulement, deux spires voisines sont à des potentiels peu différents et l'on évite la perforation de l'isolant qui se produit quelquefois avec l'enroulement ordinairement employé.

CHARLES BURTON. — Théorie concernant la constitution de la matière, p. 191-204.

Cette théorie repose sur l'hypothèse suivante : une portion de matière consiste, non pas en une portion d'éther ou de toute autre substance, mais en modifications de la structure ou de l'énergie ou des autres qualités de l'éther, et, quand la matière se meut, ce sont ces modifications qui se propagent d'une portion de l'éther à une autre.

Partant de cette hypothèse, l'auteur montre par le calcul que certaines figures d'équilibre peuvent se déplacer dans l'éther sans déformation et sans éprouver de résistance. L'entraînement de l'éther par les corps matériels s'explique alors facilement.

H.-L. CALLENDAR. — Quelques expériences faites avec le pyromètre à platine sur le point de fusion de l'or et de l'argent, p. 220-228.

On sait que M. Callendar utilise la variation de résistance du platine avec la température pour la mesure des températures éle-

vées ([1]). En se servant d'un appareil fondé sur cette propriété, il a constaté qu'il était suffisamment sensible pour déceler la faible variation que produit l'addition d'une petite quantité d'argent sur le point de fusion de l'or pur. Il a reconnu que le point de fusion de l'argent est considérablement abaissé par l'addition d'une très petite quantité de plomb et que le point de solidification de l'argent absolument pur dépend de la quantité d'oxygène dissous dans l'argent fondu.

Le calcul de la température de fusion de l'argent pur dans l'échelle centigrade, au moyen de la formule empirique

$$t - T = 1,751\,T(100 - T)10^{-4},$$

donne $T = 981°,6$ C. Le désaccord de ce résultat avec ceux qu'ont obtenus MM. Deville et Troost (942°) et M. Violle (954°) par des méthodes différentes, montre que la relation précédente, déduite de l'étude de la résistance du platine aux températures inférieures à 600°, ne s'applique pas aux températures plus élevées.

James WALKER. — Sur l'intensité au foyer d'un télescope quand l'objectif est recouvert d'un écran percé d'ouvertures circulaires, p. 266-269.

L'amplitude du déplacement de l'éther au foyer de l'objectif peut être représentée par la partie réelle d'une somme de termes de la forme

$$A = \int_{-\sin^{-1}\frac{r}{a}}^{\sin^{-1}\frac{r}{a}} \int_{\rho_1}^{\rho_2} e^{i\beta\rho^4} \rho \, d\rho \, d\theta,$$

où r est le rayon de l'une des ouvertures, a la distance de son centre à celui de l'écran, ρ_1 et ρ_2 satisfaisant à l'équation

$$\rho^2 - 2a\rho\cos\theta + a^2 - r^2 = 0$$

de cette ouverture. En développant $e^{i\beta\rho^4}$, on arrive à trouver

$$A = \pi[c_0 + c_1(i\beta) + c_2(i\beta)^2 + \ldots].$$

L'intensité qui est proportionnelle au carré du diaphragme est donc proportionnelle au carré du module de cette quantité; par

---

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. X, p. 513; 1891.

suite

$$I = \pi^2[c_0^2 + (c_1^2 - 2c_2c_0)\beta^2 + (c_2^2 - 2c_3c_1 + 2c_4c_0)\beta^4 + \ldots].$$

En appliquant cette formule aux écrans employés à l'observatoire de Greenwich, M. Walker a trouvé que l'intensité lumineuse au foyer du télescope est réduite, par l'emploi de ces écrans, au $\frac{1}{40}$ de ce qu'elle est quand il n'y a pas d'écrans.

W. LUCAS. — **Appareil pour mettre en évidence les étincelles d'un résonateur de Hertz**, p. 299-301.

Les deux extrémités du résonateur sont situées dans un tube de verre au fond duquel se trouve de l'acide chlorhydrique. Deux électrodes en platine reliées aux pôles d'une pile plongent dans cet acide. Le tube se trouve ainsi rempli d'un mélange de chlore et d'hydrogène qui donne lieu à une explosion chaque fois qu'une étincelle éclate entre les extrémités du résonateur.

W. HILBERT. — **Sur un champ magnétique permanent**, p. 307-314.

L'auteur est parvenu à maintenir constante l'aimantation d'un barreau d'acier, aimanté depuis longtemps, en le munissant de pièces polaires taillées de façon à constituer un circuit magnétique presque fermé. Un des modèles adopté consiste en un barreau de $2^{cm},5$ de diamètre, de $6^{cm},4$ de long, muni, à une extrémité, d'un disque de fer de 10^{cm} de diamètre et $1^{cm},5$ d'épaisseur et, à l'autre extrémité, d'une demi-sphère en tôle qui vient presque au contact du disque. Le champ magnétique dans l'espace annulaire séparant le disque de l'hémisphère est resté parfaitement constant pendant les sept mois qu'ont duré les expériences. L'auteur pense pouvoir utiliser des appareils de ce genre comme étalons magnétiques. Ils pourraient servir à la graduation des galvanomètres balistiques par la mesure de l'impulsion produite par le courant induit développé dans un circuit se mouvant dans l'espace annulaire, la quantité d'électricité transportée par ce courant étant calculée d'après la valeur du champ et les dimensions du circuit.

John TROWBRIDGE. — La propagation du magnétisme par ondes, p. 374-379.

La méthode consiste à chercher s'il existe des *nœuds* dans l'aimantation d'une barre de fer soumise à l'action de deux bobines traversées par un courant alternatif dont la période est de $\frac{1}{100}$ de seconde environ. On peut déplacer le long de cette barre deux petites bobines respectivement reliées à deux téléphones. Un faisceau lumineux se réfléchit successivement sur les membranes de ces téléphones qui sont disposés de manière que la vibration de l'un produise un déplacement horizontal du faisceau et celle de l'autre un déplacement vertical; la vibration simultanée des deux membranes donne naissance à une des figures de Lissajous. La phase de vibration d'une membrane dépendant de la phase du courant induit dans la petite bobine correspondante et celle-ci de la phase du mouvement que possèdent les molécules de fer, l'ensemble des deux téléphones permet de reconnaître si les mouvements des molécules de deux portions de la barre présentent la même phase ou une différence de phase de 180°.

L'expérience montre que la courbe lumineuse formée sur un écran par le rayon réfléchi sur les membranes est une ellipse dont l'orientation et l'excentricité dépendent des positions des bobines magnétisantes, du sens des courants qui les traversent et des positions des bobines d'exploration. Dans un seul cas, on observe une droite lumineuse horizontale ou verticale : c'est celui où l'une des bobines d'exploration est placée au milieu de l'intervalle séparant les bobines magnétisantes, le sens des courants dans ces bobines étant tel que les pôles de même nom soient en regard. Il n'y a donc que dans ce cas où il y ait un nœud dans la barre de fer. L'existence de ce nœud s'expliquant tout aussi bien par une propagation du magnétisme analogue à celle de la chaleur que par une propagation ondulatoire, l'auteur rejette l'hypothèse de ce dernier mode de propagation.

Edward-L. NICHOLS et Benjamin W. SNOW. — Note sur l'absorption sélective de la lumière par le verre d'optique et le spath calcaire, p. 379-382.

Devant la fente d'un spectrophotomètre sont placés une lentille de crown et un prisme de Nicol. La disposition expérimen-

tale est telle qu'il est possible de comparer l'intensité d'un faisceau lumineux provenant d'une lampe éclairant l'instrument et celle d'un faisceau venant de la même lampe et ayant traversé soit la lentille seule, soit la lentille et le prisme; les réflexions et réfractions subies par les deux faisceaux sont d'ailleurs les mêmes, abstraction faite de celles qui résultent du passage dans la lentille ou dans le Nicol.

L'intensité lumineuse de la région du spectre du second faisceau dans le voisinage de la raie D est prise pour terme de comparaison. L'intensité, dans la même région, du spectre donné par le premier faisceau est prise pour unité dans la mesure des intensités des autres régions de ce spectre.

Les auteurs ont trouvé que l'intensité de la lumière qui traverse la lentille de crown varie de 1,059 pour la longueur d'onde $0^{\mu},753$ à 0,750 pour la longueur d'onde $0^{\mu},425$ et que celle de la lumière qui traverse le prisme varie entre 1,006 et 0,500 entre les mêmes valeurs de la longueur d'onde. Les courbes représentant graphiquement ces variations en fonction de la longueur d'onde montrent que l'absorption du verre d'optique croît à peu près régulièrement du rouge au violet, tandis que celle du spath conserve à peu près les mêmes valeurs du rouge au vert, puis augmente très rapidement.

E.-F. HERROUN. Note sur les forces électromotrices des piles à électrode d'or et à électrode de platine, p. 516-521.

Une opinion très répandue est que, dans une pile de ce genre, l'électrode d'or est l'électrode négative. Cette opinion résulte sans doute du fait que l'or est attaqué plus facilement que le platine par les agents chimiques, car la considération des quantités de chaleur dégagées dans les actions chimiques conduirait à une opinion contraire, la chaleur de formation du chlorure d'or étant, d'après les mesures de Thomsen, près de moitié moindre que celle de la formation du chlorure de platine.

Pour élucider la question, l'auteur a comparé la force électromotrice de piles à électrodes d'or ou de platine à celle d'un élément Latimer-Clark par la méthode d'opposition de Poggendorff. La force électromotrice d'une pile platine, chlorure double de

platine et de sodium, chlorure de zinc, zinc est égale à $1^{volt},647$ immédiatement après sa construction, $1^{volt},473$ après cinq minutes de mise en court circuit et à $1^{volt},507$ après dépolarisation; la moyenne de la plus grande et de la plus petite valeur, qui est $1^{volt},525$ d'après plusieurs expériences, diffère peu de la valeur théorique. La force électromotrice d'une pile or, chlorure d'or, chlorure de zinc, zinc est égale à $1^{volt},855$ immédiatement après construction, tombe à $1^{volt},834$ après quelque temps de mise en court circuit, puis prend une valeur constante intermédiaire. Cette valeur est notablement différente de la valeur théorique $2^{volts},044$; en tout cas elle est supérieure à celle de la pile à électrode de platine. L'or doit donc être plus électronégatif que le platine. L'auteur s'en est d'ailleurs assuré directement en constatant que l'or constitue l'électrode positive d'une pile formée par une lame d'or et une lame de platine plongeant dans l'eau pure ou une dissolution chlorhydrique très étendue. Si l'on prend de l'acide concentré, le sens de la différence de potentiel devient douteux, fait que M. Herroun ne peut expliquer.

C. LUDEKING. — L'action des décharges électriques sur les gaz et les vapeurs, p. 521-529.

L'auteur a cherché à reconnaître si le passage des décharges à travers un gaz ou une vapeur produit une décomposition électrolytique de ces corps.

Dans les expériences sur la vapeur d'eau, celle-ci arrive dans un tube à électrodes, muni à ses deux extrémités d'un tube à dégagement. Si la décomposition de la vapeur était uniquement due à la dissociation par la chaleur de l'étincelle, les gaz s'échappant des deux tubes seraient formés de 2^{vol} d'hydrogène et 1^{vol} d'oxygène. Il en serait de même dans le cas d'une décomposition électrolytique si les décharges alternatives, produites par une bobine d'induction, transportaient la même quantité d'électricité dans chaque sens. Mais, la fermeture du courant inducteur donnant un courant induit d'intensité différente de celle du courant résultant de la rupture, on doit obtenir un mélange d'hydrogène et d'oxygène en toute autre proportion s'il y a réellement décomposition électrolytique. Or, M. Ludeking a constaté que l'un des mélanges contenait un excès d'hydrogène, l'autre un excès d'oxygène.

En opérant sur l'acide iodhydrique sec, il a observé la formation d'un nuage de vapeurs violettes à chaque décharge et celle d'un dépôt d'iode sur l'une des électrodes. Il attribue la formation du nuage à une dissociation du gaz par la chaleur, le dépôt à une décomposition électrolytique.

L'auteur a également étudié l'action des décharges sur les hydrocarbures (gaz des marais, gaz oléfiant, gaz d'éclairage) et sur les vapeurs de sulfure de carbone, de chloroforme et de tétrachlorure de carbone. Ces gaz et ces vapeurs étaient contenus dans des éprouvettes reposant sur le mercure. Celui-ci constituait l'une des électrodes; l'autre était formée par un fil de platine soudé à la partie supérieure des éprouvettes. Un dépôt de charbon formé de petits cônes emboîtés les uns dans les autres se produisait toujours sur l'un des pôles avec les hydrocarbures; cette constitution du dépôt exclut l'idée d'une projection mécanique du charbon et M. Ludeking l'attribue à une décomposition électrolytique. Les dépôts obtenus avec tous les autres corps ne présentent pas cette forme et paraissent dus à une dissociation par la chaleur de la décharge.

FREDERICK-T. TROUTON et W.-E. LILLY. — Méthode pour déterminer la capacité inductive spécifique des diélectriques, p. 529-532.

Quand on substitue une lame diélectrique à la lame d'air d'un condensateur dont les armatures sont maintenues à une différence de potentiel constante, les charges des armatures croissent en valeur absolue et, par suite, l'énergie électrique augmente. Les forces électriques accomplissent donc un travail positif pendant cette opération; en d'autres termes, la lame diélectrique est attirée entre les armatures. La valeur de cette attraction peut être facilement obtenue en fonction du pouvoir inducteur spécifique K de la substance; on trouve

$$F = \frac{V^2(K - K_1)al}{8\pi\left(a + \frac{K}{K_1}b\right)(a+b)},$$

V étant la différence de potentiel des armatures, K_1 le pouvoir inducteur spécifique de l'air, a l'épaisseur de la lame diélectrique, b la distance des armatures.

Les auteurs ont fondé sur cette remarque une méthode pour la détermination du pouvoir inducteur spécifique des diélectriques. Pour rendre les mesures plus précises, ils donnent à la lame diélectrique la forme d'un double secteur (comme l'aiguille d'un électromètre à quadrants) et évaluent, par la torsion d'un bifilaire, l'attraction qu'exerce sur cette lame un condensateur plan dont chaque armature est formée par deux secteurs réunis par leurs sommets. La déviation ne dépendant que du carré de la différence de potentiel des armatures, on peut charger celles-ci avec une source dont les pôles changent de signe très rapidement sans que le sens de la déviation varie. On peut donc obtenir les valeurs du pouvoir inducteur spécifique pour des perturbations de très courte période.

J. BROWN. — Différence de potentiel au contact de deux liquides réagissant l'un sur l'autre, p. 532-539.

La méthode est celle des égalisateurs de potentiel par écoulement. Deux entonnoirs laissent écouler de l'eau suivant les axes de deux cylindres de papier à filtre imprégnés respectivement des dissolutions A et B que l'on étudie; les vases contenant ces liquides sont réunis par une bande de papier à filtre ou par une mèche d'amiante; les entonnoirs peuvent être mis en communication avec l'aiguille d'un électromètre par l'intermédiaire d'une électrode de platine plongeant dans l'eau qu'ils contiennent.

Dans une série d'expériences, on opère de la façon suivante : le liquide A étant relié au sol, on met l'entonnoir correspondant en communication avec l'électromètre et l'on note la déviation ; ensuite on met le second entonnoir en communication avec l'électromètre : on observe une seconde déviation et il est facile de voir que la différence de ces deux déviations représente la différence de potentiel vraie entre A et B.

Dans une seconde série, on mesure la déviation obtenue en reliant l'un des entonnoirs à l'électromètre et l'autre au sol : on a ainsi immédiatement la différence de potentiel cherchée. Pour éliminer les causes d'erreur, M. Brown commence la mesure après avoir interverti l'ordre des communications et prend la moyenne des deux lectures.

M. Brown a cherché si les résultats obtenus présentaient quelque relation avec les chaleurs de combinaison des sels en dissolution. Ses expériences, qu'il considère comme incomplètes, n'ont pu le conduire à cette relation. J. BLONDIN.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XXIX; mai 1893.

E. CHARPY. — *Recherches sur les solutions salines*, p. 5.

E.-H. AMAGAT. — *Mémoire sur l'élasticité et la dilatabilité des fluides jusqu'aux très hautes pressions*, p. 68.

A. CROVA. — *Sur le bolomètre*, p. 137.

Juin 1893.

A. BATTELLI. — *Sur les propriétés thermiques des vapeurs*, p. 239.

R. SAVÉLIEF. — *Sur le degré de précision que l'on peut atteindre dans les observations actinométriques*, p. 260.

H. WILD. — *Remarque au Mémoire précédent de M. Savélief*, p. 283.

BARTOLI et STRACCIATI. — *Sur la chaleur spécifique de l'eau*, p. 285.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXV; mai 1893.

H.-A. ROWLAND. — *Les réseaux en théorie et en pratique*, p. 397.

E.-H. BLAKESLEY. — *Sur l'équation différentielle de flux électrique*, p. 419.

K. TSURUTA. — *Note sur la chaleur de vaporisation de l'acide chlorhydrique liquide*, p. 435.

M.-P. RUDSKI. — *Note sur l'écoulement de l'eau dans un tuyau droit*, p. 439.

J. PERRY, J. GRAHAM et C.-W. HEATH. — *Frottement liquide*, p. 441.

G. CARP. — *Note sur l'effet du remplacement de l'oxygène par le soufre sur les points de fusion et d'ébullition des composés*, p. 458.

Wiedemann's Annalen.

T. XLVIII, n° 4; 1893.

H. ÉBERT et E. WIEDEMANN. — *Sur les décharges électriques; pro-*

duction d'oscillations électriques; leur manière d'être dans les tubes de Geissler, p. 549.

V. Bjerknes. — *Pénétration des ondes électriques dans les métaux et théorie électrique de la lumière*, p. 592.

G.-H. Zahn. — *Phénomènes produits par un courant à la surface de séparation de dissolutions diversement concentrées*, p. 606.

J. Elster et H. Geitel. — *Sur la comparaison des intensités lumineuses au moyen de la Photographie*, p. 625.

A. Sella et W. Voigt. — *Observations sur la résistance à la rupture du sel gemme*, p. 636.

W. Voigt. — *Quelques observations sur l'élasticité de torsion du sel gemme*, p. 657.

W. Voigt. — *Observations sur la résistance à la rupture du quartz et du spath fluor*, p. 663.

W. Voigt. — *Mesure des constantes élastiques de quelques métaux quasi isotropes par des vibrations lentes de tiges*, p. 674.

F. Richarz. — *Sur la loi de Dulong et Petit*, p. 708.

H. Ambronn. — *Sur les propriétés optiques des fentes très étroites*, p. 717.

H. v. Helmholtz. — *Additions et rectifications au Mémoire* « Sur la théorie électromagnétique de la dispersion », p. 723.

C. Christiansen. — *Sur un nouvel électromètre*, p. 726.

K.-R. Koch. — *Sur la polarisation galvanique de petites électrodes*, p. 734.

J. Elster et H. Geitel. — *Remarques sur les Mémoires de M. Branly, relatifs à la conductibilité unipolaire des gaz*, p. 738.

D.-A. Goldhammer. — *Sur la théorie électrique des phénomènes magnéto-optiques*, p. 740.

A. Oberbeck. — *Effets des courants électriques sur l'argent colloïdal solide*. Réponse, p. 745.

GRAY (John), Associé de l'École Royale des Mines, de l'Institut des ingénieurs électriciens, etc. — **Les machines électriques à influence.** *Exposé complet de leur histoire et de leur théorie*, suivi d'*Instructions pratiques sur la manière de les construire*. Traduit de l'anglais et annoté par Georges Pellissier, Rédacteur à la *Lumière électrique*. In-8, avec 124 figures; 1892.................................... 5 fr.

JANET (Paul), Professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble. — **Premiers principes d'Électricité industrielle.** *Piles. Accumulateurs. Dynamos. Transformateurs.* In-8, avec 173 figures; 1893...... 6 fr.

Ce Livre s'adresse à toute personne désireuse d'acquérir quelques idées fondamentales, précises, dans cette Science appliquée, aujourd'hui de si vaste étendue, l'Électricité; de changer en idées modernes, actuelles, le bagage suranné du vieil enseignement qui a disparu il y a si peu de temps, enfin de se mettre au courant des principes essentiels pour pénétrer plus avant dans l'étude des phénomènes électriques et de leurs applications. Il s'adresse aussi aux étudiants de nos Facultés et Écoles, qui y trouveront peut-être quelque secours pour s'habituer à voir le sens physique des choses et le côté pratique d'une Science dont ils connaissent la théorie.

LODGE (O.), Professeur à l'University College de Liverpool. — **Les théories modernes de l'Électricité.** *Essai d'une théorie nouvelle.* Traduit de l'anglais et annoté par *E. Meylan*, Ingénieur civil. In-8, avec figures; 1891.................................... 5 fr.

MASCART (E.), Membre de l'Institut, Professeur au Collège de France, Directeur du Bureau Central météorologique. — **Traité d'Optique.** 3 volumes grand in-8 avec Atlas, se vendant séparément.

Tome I : *Systèmes optiques. Interférences. Vibrations. Diffraction. Polarisation. Double réfraction.* Avec 199 figures et 2 pl.; 1889. 20 fr.

Tome II et Atlas : *Propriétés des cristaux. Polarisation rotatoire. Réflexion vitrée. Réflexion métallique. Réflexion cristalline. Polarisation chromatique.* Avec 113 figures et Atlas cartonné contenant 2 belles planches sur cuivre dont une en couleur (Propriétés des cristaux, Spectre solaire, Phénomènes de polarisation chromatique et rotatoire); 1891. Prix pour les souscripteurs.................................... 24 fr.

Le texte est complet; mais l'Atlas du Tome II ne sera envoyé qu'ultérieurement aux souscripteurs, en raison des soins et du temps nécessités par la gravure.

Tome III : *Polarisation par diffraction. Propagation de la lumière. Photométrie. Réfractions astronomiques.* Avec 85 figures......... 20 fr.

THOMSON (Sir **William**) [**Lord Kelvin**]. Professeur de Philosophie naturelle à l'Université de Glascow, Membre du Collège Saint-Pierre, à Cambridge. — **Conférences scientifiques et allocutions.** *Constitution de la matière.* Traduites et annotées sur la 2e édition, par M. P. Lugol, agrégé des Sciences physiques, Professeur au Lycée de Pau; avec des *Extraits de Mémoires récents de* Sir W. Thomson *et quelques Notes*, par M. Brillouin, Maître de Conférences à l'École Normale. In-8, avec 76 figures; 1893.................................... 7 fr. 50

WITZ (Aimé). — **Problèmes et Calculs pratiques d'Électricité** (École pratique de Physique). In-8, avec figures; 1893........ 7 fr. 50 c.

TABLE DES MATIÈRES.

JUIN 1893.

19309 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME II. — JUILLET 1893.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

11, RUE RATAUD, 11.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. **Brisse**, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *A l'Administrateur du Journal*, rue Vauquelin, n° 18, à Paris. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les vingt premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, se vendent séparément.......................... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale............ 15 fr.
Autres pays.. 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

SUR LES RELATIONS GÉNÉRALES QUI EXISTENT ENTRE LES COEFFICIENTS DES LOIS FONDAMENTALES DE L'ÉLECTRICITÉ ET DU MAGNÉTISME, ET LES CONSÉQUENCES QUI EN RÉSULTENT AU POINT DE VUE DES DIMENSIONS ET UNITÉS DES GRANDEURS ÉLECTRIQUES;

Par M. E. MERCADIER.

I.

Relations générales. — **1.** Considérons les lois de l'Électricité et du Magnétisme dans l'ordre où elles ont été découvertes.

Les deux premières sont les lois de Coulomb sur les actions électriques et magnétiques

$$f = k\frac{qq'}{r^2}; \tag{1}$$

$$f = k'\frac{\mu\mu'}{r^2}. \tag{2}$$

Les coefficients k et k' qu'elles renferment doivent être considérés comme caractéristiques des milieux où se produisent les actions, et auraient dû être conservés, par suite, dans toutes les formules d'Électrostatique et de Magnétisme, tant que leur nature physique n'était pas déterminée, au moins dans toutes les recherches théoriques.

Admettons que les *quantités* d'électricité et de magnétisme représentées dans (1) et (2) par q et μ soient exprimables en fonction des unités fondamentales de la Mécanique [unités de longueur **L** (¹), de masse **M**, de temps **T**], ainsi que les coefficients k et k', dont nous représenterons les unités par **K** et **K**′.

Alors, si nous désignons par n (²) et n' des *nombres*, on peut

(¹) Dans ce qui va suivre, on représentera toujours l'*unité* d'une quantité par l'initiale romaine ou grecque de son nom en caractères *antiques*, au lieu d'employer, comme on le fait ordinairement, des lettres entourées de crochets, [M] par exemple : ces crochets sont très gênants dans les formules et les calculs de dimensions.

(²) Les lettres n ou N avec des accents ou des indices représenteront toujours les mots : *un certain nombre* : de sorte qu'on pourra représenter toute combinaison de ces lettres par l'une d'elles qui signifiera le *nombre* résultant de la combinaison.

écrire la *définition en dimensions* des quantités q et μ de la façon suivante,

$$(3)\qquad q = n\mathrm{K}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\mathrm{L}^{\frac{3}{2}}\mathrm{T}^{-1} = n\mathrm{K}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{L}\sqrt{\mathrm{F}};$$

$$(4)\qquad \mu = n'\mathrm{K}'^{-\frac{1}{2}}\mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\mathrm{L}^{\frac{3}{2}}\mathrm{T}^{-1} = n'\mathrm{K}'^{-\frac{1}{2}}\mathrm{L}\sqrt{\mathrm{F}},$$

F désignant l'unité dérivée de force $= \mathrm{MLT}^{-2}$.

On en déduit, d'après les définitions ou les théorèmes connus, les expressions en dimensions des diverses quantités électriques et magnétiques, en fonction de K et K'.

2. La découverte de la pile et des effets de l'électricité en mouvement n'introduisirent dans les formules exprimant ces effets aucun coefficient nouveau semblable à k et k'. Seulement l'identité d'action des courants produits par les piles et les machines électrostatiques conduit tout naturellement à définir l'intensité d'un courant par la quantité d'électricité qui passe dans l'unité de temps à travers une section du circuit, cette quantité étant de la même nature physique que celle qui est représentée, en électrostatique, par $q = n\mathrm{K}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{L}\sqrt{\mathrm{F}}$. D'après cette conception, confirmée plus tard par Faraday, la définition de cette intensité i est donc

$$(5)\qquad i = n\frac{q}{t} \quad \text{ou plutôt} \quad i = n\frac{dq}{dt} = n\mathrm{K}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{L}\mathrm{T}^{-1}\sqrt{\mathrm{F}},$$

n étant bien un coefficient purement numérique.

3. En 1820, l'expérience d'Œrstedt vint établir un lien entre les courants et les aimants, une relation entre les quantités telles que i et telles que μ; mais, avant que cette relation fût exprimée sous la forme même qu'on donna plus tard à la loi de Laplace, Ampère découvrit les actions électrodynamiques et la formule

$$(6)\qquad f = a\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}(2\cos\theta - 3\cos\alpha\cos\alpha')$$

qui en exprime la loi. Il introduisit ainsi un troisième coefficient, que nous représentons par a, caractéristique, comme k et k', du milieu dans lequel se produisent les phénomènes, et dont nous

devons laisser la nature indéterminée, nous contentant de représenter son unité par **A**.

Les intensités i et i', qui entrent dans la formule d'Ampère, étant définies par la relation (5), cette formule, dont toutes les conséquences ont été d'ailleurs vérifiées par l'expérience, *doit être homogène* nécessairement.

Il en résulte, d'après (5), la relation *nécessaire* suivante

$$(7) \qquad \frac{k}{a} = n\mathrm{L}^2\mathrm{T}^{-2},$$

relation qu'on peut énoncer ainsi :

I. *Le rapport des coefficients qui entrent dans la loi électrostatique de Coulomb et la loi d'Ampère représente le carré d'une vitesse.*

Considérons maintenant la loi de Laplace sous sa forme complète

$$(8) \qquad f = \lambda \frac{\mu i \, ds \sin \alpha}{r^2}.$$

Cette formule doit être homogène. En y remplaçant i et μ par leurs expressions (4) et (5), on trouve qu'il résulte de l'homogénéité la relation *nécessaire* suivante

$$(9) \qquad \frac{kk'}{\lambda^2} = n'\mathrm{L}^2\mathrm{T}^{-2}.$$

II. *Le rapport du produit des coefficients de deux lois de Coulomb au carré du coefficient de la loi de Laplace représente le carré d'une vitesse.*

En rapprochant l'une de l'autre les équations (7) et (9), il en résulte

$$(10) \qquad \lambda^2 = \mathrm{N}a.k';$$

d'où ce corollaire des deux propositions précédentes :

Le coefficient de la loi de Laplace est, à une constante numérique près, la moyenne proportionnelle entre les coefficients de la loi d'Ampère et de la loi magnétique de Coulomb.

Or, si l'on examine les expériences et les calculs d'où Ampère et Savary ont conclu à l'identité des aimants et de certains systèmes de courants; si, comme cela doit être fait, on laisse dans toutes les formules les coefficients k', λ, a, on arrive à ce résultat que l'identification des lois de l'électrodynamique et de l'électromagnétisme est complète si les valeurs des coefficients satisfont à la condition

$$(11) \qquad \lambda^2 = ak',$$

c'est-à-dire précisément à la relation (10) déduite uniquement de considérations d'homogénéité, et dans laquelle le facteur numérique N serait égal à 1.

On peut remarquer : 1° que la relation précédente entre λ, a et k' est indépendante du coefficient k de la loi électrostatique de Coulomb; 2° qu'elle ne dépend pas de la loi d'Ohm; elle aurait pu être formulée avant la découverte de cette loi.

4. Cette loi elle-même n'a introduit en électromagnétisme aucun coefficient nouveau analogue à k, k', a et λ. On peut la considérer comme servant à définir la notion de *résistance électrique*.

5. La loi de Joule, comme celle d'Ohm, n'introduisit pas de coefficient nouveau, et elle ne donne pas de relation nouvelle entre les coefficients k, k', a et λ.

La découverte de l'induction, et les conséquences qu'on en a déduites, n'ont introduit aucun coefficient autre que ceux dont nous parlons, et qui suffisent pour définir les quantités qui entrent dans les formules de l'induction. En particulier l'*induction mutuelle* et l'*auto-induction* s'expriment en dimensions, d'après leur définition physique, quand on laisse dans les formules les coefficients λ, k' ou a, par l'expression

$$n\frac{\mathrm{A}^2}{\mathrm{K}'}\mathrm{L} \quad \text{ou bien} \quad n\mathrm{AL},$$

d'après la relation (10).

Ainsi les coefficients k, k', a et λ, ou même k et deux des trois

autres, suffisent actuellement pour exprimer toutes les grandeurs électriques et magnétiques, et les relations générales (8), (9), (10) qui existent entre eux ne préjugent rien sur leur nature physique : que ce soient des constantes numériques ou des quantités physiques exprimables en longueurs, temps et masses, les relations ci-dessus sont toujours vraies; on peut les considérer comme des conséquences *nécessaires* des définitions mêmes des grandeurs q, μ, i, et de la *forme* mathématique des lois de Coulomb, d'Ampère et de Laplace.

II.

Systèmes rationnels d'expressions en dimensions des grandeurs électriques et magnétiques. — Il résulte des considérations précédentes qu'on peut exprimer en dimensions chaque grandeur électrique de plusieurs manières en fonction : soit de k, soit de a, soit de λ et k', soit de k et a, soit de λ, k et k', etc., ou de leurs unités, en partant de la définition expérimentale de cette grandeur, et en se servant des relations générales nécessaires ci-dessus. Ces expressions diverses ne renfermeront rien d'arbitraire, et elles seront équivalentes, ce qui est indispensable, car une même grandeur ne peut avoir qu'une seule définition physique, exprimable d'une seule manière en fonction des unités fondamentales.

Le Tableau ci-contre contient, comme exemple, cinq de ces systèmes rationnels d'expressions en dimensions des principales grandeurs électriques : trois simples, et deux *mixtes* obtenus en multipliant deux des expressions d'une même grandeur dans deux systèmes simples : les noms que je propose de leur donner s'expliquent d'eux-mêmes. K, K', A, Λ représentent les *unités* de k, k', a, λ, et n un *certain nombre*.

Systèmes rationnels de dimensions.

	Système Coulomb. (expressions en fonction de K).	*Système Ampère.* (expressions en fonction de A).	*Système Laplace.* (expressions en fonction de Λ et K').
Quantité d'électricité ...	$Q_k = n\frac{1}{\sqrt{K}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}$	$Q_a = n\sqrt{\frac{1}{A}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$	$Q_\lambda = n\frac{\sqrt{K'}}{\Lambda} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$
Potentiel	$V_k = n\sqrt{K} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$V_a = n\sqrt{A} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}$	$V_\lambda = n\frac{\Lambda}{\sqrt{K'}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}$
Capacité..............	$C_k = n\frac{1}{K} L$	$C_a = n\frac{1}{A} L^{-1} T^2$	$C_\lambda = n\frac{K'}{\Lambda^2} L^{-1} T^2$
Intensité de courant	$I_k = n\frac{1}{\sqrt{K}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}$	$I_a = n\sqrt{\frac{1}{A}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$I_\lambda = n\frac{\sqrt{K'}}{\Lambda} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}$
Résistance............	$R_k = nKL^{-1}T$	$R_a = nALT^{-1}$	$R_\lambda = n\frac{\Lambda^2}{K'} LT^{-2}$
Auto-induction	$L_k = nKL^{-1}T^2$	$L_a = nAL$	$L_\lambda = n\frac{\Lambda^2}{K'} L$
Quantité de magnétisme.	»	»	$\mu_\lambda = n\frac{1}{\sqrt{K'}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}$

Systèmes mixtes.

Système Coulomb-Ampère.	Système Coulomb-Laplace.
$Q^2_{ca} = n\frac{1}{\sqrt{AK}} ML^2T^{-1}$	$Q^2_{c\lambda} = n\frac{\sqrt{K'}}{\Lambda\sqrt{K}} ML^2T^{-1}$
$V^2_{ca} = n\sqrt{AK}\, ML^2T^{-3}$	$V^2_{c\lambda} = n\frac{\Lambda\sqrt{K}}{\sqrt{K'}} ML^2T^{-3}$
$C^2_{ca} = n\frac{1}{KA} T^2$	$C^2_{c\lambda} = n\frac{K'}{\Lambda^2 K} T^2$
$I^2_{ca} = n\frac{1}{\sqrt{AK}} ML^2T^{-3}$	$I^2_{c\lambda} = n\frac{\sqrt{K'}}{\Lambda\sqrt{K}} ML^2T^{-3}$
$R^2_{ca} = nAK$	$R^2_{c\lambda} = n\frac{\Lambda^2 K}{K'}$
$L^2_{ca} = nAKT^2$	$L^2_{c\lambda} = n\frac{\Lambda^2 K}{K'} T^2$
$\mu^2_{ca} = n\frac{\sqrt{AK}}{\Lambda^2} ML^2T^{-1}$	$\mu^2_{c\lambda} = n\frac{\sqrt{K}}{\Lambda\sqrt{K'}} ML^2T^{-1}$

Formules de transformation pour passer d'un système aux autres.

$$\frac{K}{A} = L^2T^{-2}; \qquad \frac{KK'}{\Lambda^2} = L^2T^{-2}; \qquad \Lambda^2 = AK'.$$

On ferait aisément une classification complète de ces systèmes, dont cinq sont donnés ici à titre d'exemple.

Dans tous les calculs d'homogénéité, on pourra se servir à volonté, pour chacune des grandeurs électriques, de l'une quelconque de ses expressions renfermées dans le Tableau; on choisira dans chaque cas la plus simple ou la plus commode.

A l'inspection de ce Tableau on voit immédiatement des relations curieuses comme celle-ci : *le carré d'une résistance est représenté, à un facteur numérique près, par le produit des coefficients des lois de Coulomb et d'Ampère* (voir R^2_{ca} dans le système Coulomb-Ampère).

On voit aussi beaucoup d'autres relations indépendantes de celles qui ont servi à constituer les expressions renfermées dans le Tableau, relations provenant de combinaisons déjà connues, mais qui acquièrent, d'après ce qui précède, une généralité complète : soit que, dans ces combinaisons, les coefficients k, k', a, λ disparaissent, les unités mécaniques restant seules avec un facteur numérique; soit même que ces unités elles-mêmes disparaissent, et que le facteur numérique reste seul.

Ainsi, l'expression RI^2t représente toujours une énergie ML^2T^{-2} (c'est la loi de Joule) : les expressions LI^2 et CV^2 représentent aussi une énergie; CR, $\frac{L}{R}$, $\sqrt{CL}$ représentent un temps nT; $\frac{CR^2}{L}$ représente une quantité numérique n, etc. Et cela, de *quelque nature que soient* k, k', a et λ.

On remarquera que les systèmes des dimensions appelés ordinairement *électrostatique* et *électromagnétique* ne sont pas compris dans le Tableau. C'est qu'ils ne sont pas indépendants de la nature physique des coefficients k, k', a et λ. Dans le premier, on suppose que k est un coefficient purement numérique; dans le second, on suppose que c'est k' et aussi λ, et, par suite, a d'après l'équation (3). Or l'hypothèse qui fait de k un nombre est inadmissible, car les faits les plus simples montrent que le pouvoir inducteur spécifique, représenté par k^{-1}, varie avec tous les diélectriques. Les autres hypothèses sont beaucoup plus vraisemblables; mais tant qu'on n'aura pas montré, *sans contestation possible,* quelle est la vraie nature physique des coefficients a,

k', λ, il n'est pas rationnel de donner aux quantités électriques des dimensions où cette nature est préjugée ([1]).

On remarquera aussi qu'il n'a pas été question jusqu'à présent de systèmes d'*unités* électriques. C'est que déterminer les *dimensions* des grandeurs électriques et magnétiques, ou bien déterminer un système cohérent et rationnel d'*unités* auxquelles on doit rapporter ces grandeurs pour en obtenir les *valeurs numériques,* sont deux questions tout à fait distinctes. Malheureusement, on peut affirmer qu'on les a trop confondues, et même, que des nécessités d'ordre en quelque sorte industriel ont beaucoup contribué à cette confusion, en faisant prédominer la question pratique des *unités* sur la question théorique des *dimensions.*

III.

Systèmes de dimensions d'unités électriques. — Après avoir montré comment on peut constituer des systèmes d'expressions en dimensions des grandeurs électriques ne présentant rien d'arbitraire, et renfermant les coefficients k, k', a, λ des lois de Coulomb, d'Ampère et de Laplace, il est aisé de voir comment on peut en déduire un système rationnel et cohérent d'*unités* pour ces grandeurs en satisfaisant à cette double condition pratique : 1° simplifier les calculs en supprimant le plus possible de coefficients; 2° rendre la réalisation pratique des unités aussi simple et précise que possible.

Il faut donc choisir *d'abord* le système rationnel de dimensions qui permettra d'atteindre ce résultat.

([1]) En 1883, nous avons montré, M. Vaschy et moi, séparément d'abord, puis en collaboration (voir *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, janvier et février 1883; *Lumière électrique,* janvier 1883) que les deux systèmes imaginés par Maxwell étaient contradictoires et que l'un d'eux était inadmissible. Depuis, en particulier, MM. Hertz en 1885 (*Wied. Ann.*, t. XXIV; 1885) et Rücker (*Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. XXVII; 1889), sans mentionner notre travail, sont arrivés aux mêmes conclusions. Ce dernier a même essayé d'accorder les deux systèmes en laissant en évidence dans les formules le pouvoir inducteur spécifique et la perméabilité magnétique, mais les considérations sur lesquelles il se base sont incomplètes et restent encore arbitraires.

Le système Coulomb, où les grandeurs sont exprimées en fonction de k, doit être écarté tout de suite, car il est inadmissible de supprimer ce coefficient en le considérant comme numérique, puisqu'il varie avec tous les diélectriques.

Restent les systèmes simples Ampère et Laplace, où les grandeurs sont exprimées en fonction des coefficients a, λ, k'. Or, ces coefficients ne paraissent pas présenter, à beaucoup près, le même degré de variabilité que k. En effet, nous avons démontré expérimentalement, M. Vaschy et moi (*Comptes rendus,* 8 et 22 janvier 1883), qu'en passant de l'air dans des milieux tels que l'huile, la glycérine, la benzine, le pétrole, tandis que le coefficient k y varie du simple au double, a et k' n'y varient pas de $\frac{1}{300}$, et il doit en être de même de λ, d'après la relation générale $\lambda^2 = ak'$.

Par suite, l'hypothèse que a, λ, k' sont des coefficients numériques, *n'étant pas en contradiction avec l'expérience,* pourrait être admise au moins provisoirement et sous toutes réserves au sujet des dimensions réelles de ces coefficients.

De là la justification de l'emploi provisoire du système de Laplace pour l'expression en dimensions des grandeurs électriques. En considérant, en effet, dans les formules de ce système, λ et k', non seulement comme des nombres, mais comme égaux à l'unité, on obtient précisément le système *arbitraire* de dimensions dit *électromagnétique.*

On voit d'ailleurs qu'on pourrait en établir beaucoup d'autres analogues, les valeurs numériques arbitraires qu'on peut donner à λ et k' n'étant assujetties qu'à satisfaire à la relation $\lambda^2 = ak'$.

On aurait pu se servir également du système Ampère comme point de départ, d'autant plus qu'il ne renferme qu'un seul coefficient, a, au lieu de deux; mais l'emploi si général, si simple et si précis des galvanomètres et des instruments électromagnétiques proprement dits, semble devoir faire préférer le système Laplace et le système *électromagnétique* qui en dérive, et dont l'usage ne présente pas d'inconvénients graves, à la condition de ne pas oublier le degré d'arbitraire qu'il comporte.

Ce système admis, on en déduit pour les grandeurs électriques le système d'*unités* bien connu, qui satisfait aux conditions ci-dessus indiquées, eu égard à l'état actuel de la Science.

Sans examiner la manière dont on établit ce système cohérent

d'*unités*, je voudrais présenter quelques observations sur ce qu'on appelle, depuis Maxwell, les relations entre *les deux systèmes d'unités,* ou, plus exactement, de *dimensions d'unités* électriques.

Ces relations se résument ainsi : *En prenant les rapports des expressions d'une même grandeur électrique dans le système dit* ÉLECTROSTATIQUE, *et dans le système dit* ÉLECTROMAGNÉTIQUE, *on obtient une quantité de la forme* $(LT^{-1})^\alpha$, α *étant positif ou négatif, égal à* 1 *ou* 2, *c'est-à-dire une certaine puissance d'une vitesse.*

Cette vitesse, qui est devenue l'un des éléments caractéristiques de la théorie de l'électricité, apparaît ainsi, on peut le dire, comme par hasard et de la façon la plus singulière, car enfin elle provient du rapport d'expressions *simplifiées* préalablement d'une façon *arbitraire,* en y faisant *a priori* les coefficients des lois de Coulomb et de Laplace égaux à l'unité.

Si, au contraire, on n'opère pas ces simplifications arbitraires, si on laisse dans les expressions en dimensions des grandeurs électriques les coefficients k, k', λ, a des lois générales, la vitesse en question apparaît d'une façon rationnelle et nécessaire.

En effet, considérons seulement l'une des grandeurs électriques, la quantité d'électricité Q (les raisonnements subséquents seraient les mêmes pour les autres). En l'exprimant dans les systèmes Coulomb et Laplace, d'où dérivent les systèmes dits *électrostatique* et *électromagnétique,* on a (voir les Tableaux ci-dessus), pour les expressions en dimensions de l'*unité* de quantité :

$$Q_k = \frac{1}{\sqrt{K}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}, \qquad Q_\lambda = \frac{\sqrt{K'}}{\Lambda} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}.$$

Il en résulte

$$\frac{Q_k}{Q_\lambda} = \frac{\Lambda}{\sqrt{KK'}} LT^{-1}. \tag{11}$$

Or j'ai démontré précédemment que $\frac{\Lambda}{\sqrt{KK'}}$ est nécessairement l'inverse d'une vitesse, et cela par de simples considérations d'homogénéité, indépendantes de la nature physique des coefficients λ, k et k' (dont Λ, K et K' représentent les *unités*). De sorte que $\frac{Q_k}{Q_\lambda}$ est égal à 1, et non pas à une vitesse; et cela *doit*

être ainsi, l'unité de quantité d'électricité (comme celle de toutes les grandeurs possibles) ne pouvant avoir au fond qu'une seule définition en dimensions.

Mais, en même temps, on voit bien, par la relation (11), que si l'on trouve ordinairement et si l'on dit que le rapport ci-dessus représente une vitesse LT^{-1}, c'est parce qu'en faisant *au préalable* et *arbitrairement* $k = 1$, $k' = 1$, $\lambda = 1$ dans les lois de Coulomb et de Laplace, *on a précisément réduit arbitrairement à l'unité* l'inverse d'une vitesse $\frac{\Lambda}{\sqrt{KK'}}$, qu'on n'a pas le droit de supprimer *a priori*.

On voit ainsi clairement, à ce qu'il me semble, comment et de quelle manière, en quelque sorte *artificielle*, le rapport des unités de quantité dites *électrostatique* et *électromagnétique* se trouve représenter une vitesse.

On voit aussi que la vitesse représentée par $\frac{\sqrt{KK'}}{\Lambda}$ est la même que celle dont il s'agit dans les relations entre les deux systèmes d'unités considérés depuis Maxwell; mais, sous cette forme, elle apparaît d'une manière qu'on est en droit d'appeler rationnelle; car les coefficients k, k', λ caractérisent précisément l'influence du milieu sur les actions électromagnétiques, et il paraît très logique et très naturel qu'une certaine fonction de ces coefficients puisse représenter une vitesse, comme, par exemple, celle de la propagation dans ce milieu d'un mouvement électromagnétique; de même qu'une certaine fonction $\sqrt{\frac{q}{\delta}}$ du coefficient d'élasticité et de la densité d'un milieu représente la vitesse d'un mouvement vibratoire qui s'y propage.

On ne peut s'empêcher de remarquer, à ce propos, combien il est étrange que Maxwell, qui a consacré un si bel Ouvrage à exprimer mathématiquement et à développer les conceptions de Faraday sur la nature des actions électriques, conceptions où *le rôle du milieu* est prédominant et fondamental, ait en même temps et dans le même Ouvrage, quand il s'est agi d'établir systématiquement un ensemble d'unités pour calculer numériquement les phénomènes, supprimé *a priori* dans les formules de dimensions de ces unités, les coefficients qui caractérisent précisément *l'influence du milieu*.

DÉPERDITION DE L'ÉLECTRICITÉ A LA LUMIÈRE DU JOUR;

PAR M. ÉDOUARD BRANLY.

Un article de M. Bichat, publié dans ce journal (1), a résumé en 1889 les recherches faites à cette époque sur la déperdition de l'électricité négative sous l'action d'une lumière très réfrangible. Les radiations employées étaient celles de l'arc voltaïque rendues très actives par une volatilisation de zinc ou d'aluminium. J'ai montré depuis (2) qu'il était aisé de reproduire et d'étendre ces expériences en ayant recours aux radiations des décharges des condensateurs et que sous l'action de ces radiations tous les métaux, polis ou non, vernis ou non vernis, manifestaient la déperdition négative. La déperdition positive était elle-même à considérer, bien que beaucoup moins importante. La lumière solaire et la lumière des nuées n'exerçaient qu'une action insensible.

Récemment, MM. Elster et Geitel ont reconnu que les métaux alcalins éprouvent la déperdition négative même sous l'influence des rayons peu réfrangibles (3).

De nouveaux essais m'ont montré que la déperdition par la lumière du jour peut devenir très vive, avec des métaux usuels, aluminium, zinc, cadmium, si le conducteur électrisé négativement et éclairé *vient d'être poli*. Je vais d'abord décrire la disposition qui a servi à mes mesures, je passerai ensuite aux expériences de simple démonstration, telles qu'elles conviennent pour un cours.

Mesures. — Les observations ont été faites avec un électroscope à feuille d'or, dont le manchon isolant est vissé dans une platine de machine pneumatique. Sur cette platine, on place à volonté des cloches de verre ou des boîtes conductrices. La feuille d'or est enfermée dans une cage entièrement métallique. Pour la construction de mes électroscopes, tels que je les ai fait disposer par M. Gendron, l'isolant auquel je me suis arrêté est le soufre

---

(1) 2e série, t. VIII, p. 245.
(2) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 8 avril 1890.
(3) *Journal de Physique*, 3e série, t. I, p. 557.

en canon, substance de composition bien définie, dont le travail est aisé et qui joint à des qualités isolantes exceptionnelles l'avantage de se conserver inaltérée sans exiger aucune précaution contre les influences atmosphériques.

Pour la charge constante de l'électroscope, j'emploie des piles à deux liquides composées d'éléments de grande résistance. Ces éléments sont formés d'une part : d'une tige de cuivre isolée terminée par un fil de platine qui plonge dans une pâte de protosulfate de mercure et charbon de cornue en poudre, et d'autre part : d'une tige de zinc entourée d'une solution de sulfate de zinc solidifiée par l'agar. Le charbon et l'agar sont séparés par du plâtre de modeleur gâché formant une cloison poreuse solide. Un vase en verre, d'une capacité de 90^{cc}, fermé par un bouchon paraffiné et recouvert d'un enduit imperméable à l'air, contient le tout. Ces éléments sont fixés par groupes de 25 sur des gâteaux isolants. Plusieurs de ces groupes sont en usage depuis trois ans pour diverses recherches et n'ont pas exigé de réparations.

Un disque d'aluminium, dont le diamètre variait de 7 à 15^{cm}, est posé sur le bouton de l'électroscope, dans une salle bien éclairée et chargé avec le pôle négatif d'une pile de 300 éléments. Un disque d'un beau poli, s'il a été poli depuis plusieurs jours, se comporte à peu près comme un métal quelconque, poli ou non, mais si ce disque d'aluminium vient d'être vivement poli (poli au tour avec du papier d'émeri et une goutte d'essence de térébenthine), la chute de la feuille d'or devient rapide, même à la lumière diffuse. La déviation totale de la feuille d'or étant de 80 divisions au micromètre du microscope viseur, la chute peut atteindre la moitié de l'écart en 30 secondes, c'est-à-dire 40 et même 45 divisions sur 80. La décharge de l'électroscope est bientôt complète. La lumière active est ici la lumière qui a traversé les vitres de la salle d'expériences. Une cage de verre et même une cage de verre jaune orangé posée en outre sur la platine peut recouvrir le disque sans que la décharge cesse d'avoir lieu, elle n'est que ralentie. Il résulte de là que les rayons violets et ultra-violets ne sont pas ici les seuls rayons actifs ; avec une cage en verre rouge foncé toute déperdition s'arrête.

La déperdition décroît à mesure qu'on s'éloigne du moment où le poli a été effectué.

Voici quelques nombres se rapportant à deux essais consécutifs; la chute de la feuille d'or observée immédiatement après la charge est exprimée en divisions du micromètre. Déviation totale 80.

Disque d'aluminium fraîchement poli.	Chute en 60 secondes.
Sous la cage en verre jaune	4
A l'air libre	25
Sous la cage en verre jaune	3
A l'air libre	21
A l'air libre (après 35 minutes)	9

Le même disque est ensuite repoli à neuf, avec le même soin que précédemment; sa sensibilité augmente; en général, elle croît jusqu'à une certaine limite, à partir de laquelle de nouveaux polis n'ajoutent rien.

	Chute en 30 secondes.
Disque à l'air libre	27
Sous le verre jaune	3
A l'air libre (après 35 minutes sous le verre jaune)	8

Si l'on recouvre le disque d'un treillage métallique à mailles serrées, on observe encore une déperdition très nette due à la lumière qui a traversé les mailles.

Du zinc, fraîchement poli, a donné à la lumière diffuse une déperdition qui a atteint 15 divisions du micromètre en 30 secondes (l'aluminium dépassant 45).

Un disque d'aluminium, fraîchement poli, exposé à la lumière bleue du ciel, par une fenêtre ouverte, à l'abri des rayons solaires directs, laissa dans un essai perdre toute la charge de l'électroscope en sept secondes; à un disque de zinc il fallut vingt secondes et soixante-quinze à un disque de cadmium. Dans les belles journées du mois d'avril de cette année, il ne fallut parfois que deux secondes pour la déperdition totale avec l'aluminium et la déperdition par le zinc et le cadmium devenait aussi très rapide.

La décharge était plus vive sous l'action des rayons solaires directs, elle l'était moins par la lumière des nuages.

Le cuivre rouge, le laiton, l'étain donnaient des pertes insignifiantes.

Lorsque, devant la boule d'un électroscope chargé *positivement*,

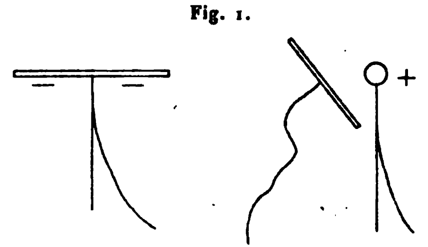
on place un disque d'aluminium relié au sol, fraîchement poli et éclairé par la lumière du jour, l'électroscope se décharge rapidement.

Cette expérience, pour ainsi dire inverse des précédentes, se rapporte encore à la déperdition négative d'un disque éclairé. Que le disque d'aluminium soit posé sur un électroscope négatif et perde directement ou qu'il soit en face d'un conducteur positif et le décharge, il s'agit dans les deux cas d'un flux d'électricité suivant les lignes de force qui aboutissent à un disque poli et éclairé.

Expériences de démonstration. — Quand on opère à la lumière du jour par une fenêtre ouverte, la lumière solaire directe, la lumière bleue du ciel et la lumière des nuées produisent une déperdition rapide, visible sans microscope, sur un disque d'aluminium chargé négativement et fraîchement poli. Voici deux dispositions expérimentales spécialement avantageuses.

1° Un électroscope à cage métallique et à tige isolée par un manchon de soufre est surmonté d'un disque de 8^{cm} de diamètre fraîchement poli. S'il est exposé à la lumière du jour sur le rebord d'une fenêtre ouverte et chargé négativement, la chute de la feuille d'or a lieu en quelques secondes; à la lumière solaire, la chute est instantanée.

Fig. 1.



L'électroscope étant surmonté d'une boule métallique quelconque et chargé positivement, sa charge se conserve. Si un disque d'aluminium, fraîchement poli, éclairé et relié au sol, est disposé à une petite distance de la boule, la chute de la feuille a lieu immédiatement.

Ces expériences réussissent encore assez bien avec du zinc et du

cadmium lorsqu'ils viennent d'être polis. Avec un disque de cuivre, on n'a aucun effet appréciable.

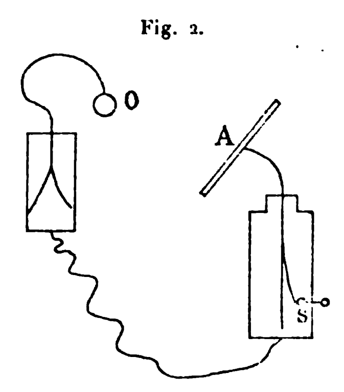
La charge des électroscopes se fait par influence avec un bâton de verre ou de résine frottée.

Si l'on recouvre l'électroscope d'une cage de verre jaune ou de verre jaune orangé, la déperdition est encore assez rapide à la lumière directe du Soleil pour pouvoir être observée sans microscope. Dans une cage de verre rouge foncé, tout effet cesse.

2° Une bouteille de Leyde étant chargée négativement par son armature interne, un disque d'aluminium poli et éclairé posé sur le bouton la décharge et l'on peut recueillir cette charge sur différents conducteurs.

L'expérience inverse est particulièrement facile et frappante. On charge positivement l'armature interne d'une bouteille de Leyde ordinaire de 15cm de hauteur et l'on dispose à quelque distance en face du bouton un disque d'aluminium fraîchement poli et éclairé surmontant un électroscope à décharges de Gaugain; la décharge de la bouteille a lieu, accusée par les va-et-vient de la feuille d'or.

Fig. 2.



Avec l'aluminium et un beau jour, la distance OA de la boule au disque peut facilement dépasser 50cm pour une charge moyenne de la bouteille. Auprès d'une fenêtre fermée, en dedans des vitres, la distance OA doit être moindre. La charge de la feuille d'or est positive, comme celle du bouton de la bouteille.

Le flux d'électricité se rend du bouton au disque en suivant les lignes de force qui aboutissent au disque poli et éclairé. La bou-

teille ne doit pas être isolée et l'électricité négative de la panse se rend à la cage métallique de l'électroscope et à la sphère s.

La conductibilité d'une planche de bois sur laquelle reposent la bouteille et la cage métallique de l'électroscope est amplement suffisante pour assurer la communication.

ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE DE LA DIFFRACTION PARALLÈLE;

PAR M. J. VERSCHAFFELT.

Considérons un système d'ondes planes qui se propagent normalement à un écran percé d'ouvertures de forme quelconque; après avoir traversé les fentes de cet écran, elles sont reçues sur une lentille, dont l'axe principal est perpendiculaire au plan de l'écran, et dans le plan focal de laquelle nous observons le phénomène de la diffraction.

Projetons le plan focal sur le plan de l'écran, et soient O et OX les projections du foyer principal et d'un axe passant par ce foyer. Je pars des trois principes suivants :

1° Pour obtenir la résultante de plusieurs vibrations

$$v = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \varphi\right), \qquad v' = a' \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \varphi'\right), \qquad \ldots,$$

dont les directions de propagation coïncident, on représente chacune de ces vibrations par une masse, égale à son coefficient de vitesse, placée sur une circonférence de rayon $= 1$, à l'extrémité d'un rayon vecteur OS faisant avec un axe fixe OA un angle OAS égal à sa phase; on détermine ensuite le centre de gravité G de toutes ces masses; l'angle AOG est égal à la phase $2\pi\varphi$ de la vibration résultante, et le coefficient de vitesse est

$$A = \Sigma a \times \overline{OG} \quad (^1).$$

(1) V. DVORAK, *Zur Theorie der* TALBOT'*schen streifen* (*Sitzungsberichte der Wiener Akademie*), Bd. 67, S. 89-100; 1873.

J. JOUBERT, *Théorie des phénomènes de diffraction observés à l'infini ou au foyer d'une lentille* (*Journal de Physique*, 1re série, t. III, p. 267; 1874).

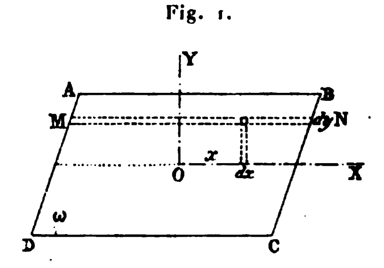
2° La vibration envoyée en un point de l'axe OX par une ouverture de forme quelconque ne change pas si l'on déplace cette ouverture perpendiculairement à cet axe.

3° Si l'on déplace l'ouverture parallèlement à l'axe OX, le coefficient de vitesse de la vibration envoyée en un point quelconque de cet axe n'est pas affecté, mais la phase augmente ou diminue de la quantité $2\pi\frac{\delta \sin\alpha}{\lambda}$, δ étant le déplacement.

Ces deux derniers principes étant presque évidents, je n'insiste pas sur leur démonstration.

I. *Ouverture parallélogrammique.* — Supposons que l'axe principal de la lentille vienne passer par le centre O de l'ouverture ABCD (*fig.* 1); nous étudierons d'abord la variation de l'in-

Fig. 1.



tensité lumineuse, le long d'un axe OX parallèle à deux des côtés. Considérons dans le parallélogramme une tranche MN d'épaisseur dy; et cherchons quelle est, d'après le premier principe, la vibration produite par cette tranche en un point de l'axe OX dont l'abscisse est égale à F tang α, F étant la distance focale principale de la lentille.

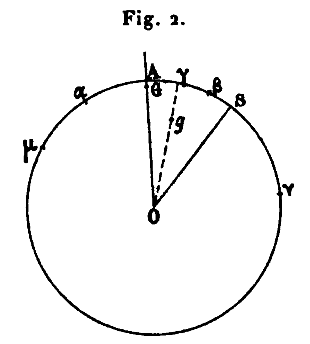
A cet effet, traçons une circonférence avec un rayon égal à l'unité (*fig.* 2); un élément $dx\,dy$ envoie une vibration que l'on peut représenter par une masse égale à $dx\,dy$ située en S, à l'extrémité du rayon OS faisant avec un axe fixe OA l'angle $AOS = 2\pi\frac{x \sin\alpha}{\lambda}$; x est l'abscisse de l'élément $dx\,dy$ considéré. Toutes les masses $dx\,dy$ sont distribuées uniformément le long d'un arc $\mu\nu = 2\pi\frac{2a \sin\alpha}{\lambda}$, $2a$ étant la longueur du côté AB; si g

est le centre de gravité de l'arc $\mu\nu$, le coefficient de vitesse de la vibration produite par la tranche considérée est

$$m = 2a.dy \times \overline{Og},$$

et sa phase est égale à $2\pi\varphi =$ angle AOg.

Fig. 2.



Nous pouvons maintenant représenter ce rayon par une masse égale à m, concentrée en γ à l'extrémité du rayon Og. Pour toutes les tranches MN, on peut du reste faire une construction analogue, et l'on voit que leurs masses représentatives sont distribuées uniformément sur l'arc $\alpha\beta = \pm \frac{2b}{\tan g\,\omega}\,\frac{\sin\alpha}{\lambda}$, où $2b$ est la hauteur du parallélogramme, et ω l'angle ADC. Le centre de gravité G de cet arc se trouve sur OA; donc la phase du rayon résultant final est la même que celle du rayon partant du centre du parallélogramme; quant au coefficient de vitesse, il est donné par

$$M = \Sigma m \times \overline{OG} = 4ab \times \overline{Og} \times \overline{OG}.$$

Voyons maintenant comment varie l'intensité le long d'un axe quelconque OX′, faisant avec OX un angle θ (*fig.* 3). Menons MON perpendiculaire à OX′; il est facile de voir que, par un simple dépla cement de tous les éléments, perpendiculairement à l'axe OX′, le parallélogramme ABCD peut être transformé en un autre A′B′C′D′, dont deux côtés passent par M et N et sont parallèles à OX′; les droites MN, BC et BC′ passent par un même point S. Représentons par $2a'$, $2b'$ et ω' la base, la hauteur et l'angle (correspondant à ω)

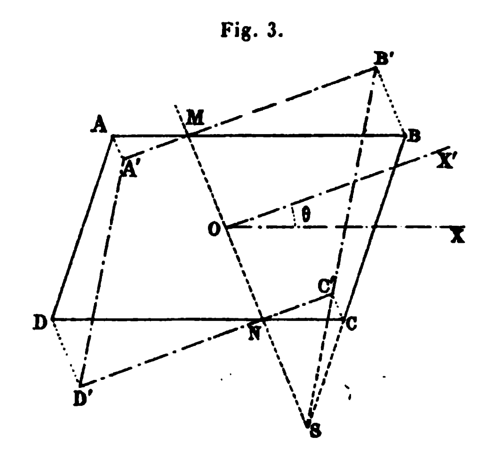
de ce nouveau parallélogramme; on a

$$a' = a\cos\theta, \qquad b' = \frac{b}{\cos\theta},$$

et les triangles MBS et MB'S fournissent la relation

$$\text{tang}\,\omega' \cos\theta \cos(\omega - \theta) = \sin\omega.$$

Fig. 3.



Appliquant donc le second principe, et nous servant du résultat déjà obtenu, nous pouvons dire que la phase de la vibration envoyée en un point quelconque de l'axe OX' est égale à celle de la vibration partant de O, et que le coefficient de vitesse est

$$M' = 4a'b' \times \overline{Og} \times \overline{OG} = 4ab \times \overline{Og} \times \overline{OG};$$

mais ici g est le centre de gravité d'un arc

$$\mu\nu = 2\pi \frac{2a'\sin\alpha}{\lambda} = 2\pi \frac{2a\cos\theta\sin\alpha}{\lambda}$$

et G est le centre de gravité de l'arc

$$\alpha\beta = \pm 2\pi \frac{2b'}{\text{tang}\,\omega'} \frac{\sin\alpha}{\lambda} = \pm 2\pi \frac{2b\sin\alpha\cos(\omega-\theta)}{\lambda\sin\omega},$$

l'intensité lumineuse est

$$I = 16a^2b^2 \times \overline{Og}^2 \times \overline{OG}^2.$$

On voit que cette intensité est proportionnelle au carré de la

surface de l'ouverture; elle dépend en outre de deux facteurs transcendants. I peut s'annuler de deux manières :

1° Si $Og = 0$, c'est-à-dire si $\mu\nu = 2k\pi$, d'où $\sin\alpha = \frac{k\lambda}{2a\cos\theta}$;

2° Si $OG = 0$, c'est-à-dire $\sin\alpha = \frac{k\lambda \sin\omega}{2b\cos(\omega - \theta)}$.

Ces deux équations expriment que les projections des points où l'intensité est nulle, sur deux axes parallèles aux côtés du parallélogramme, sont indépendantes de θ. Il y aura donc deux systèmes de franges obscures, perpendiculaires aux bords de la fente.

II. *Ouverture parallélogrammique dont la moitié est couverte par une lame mince transparente.* — Appelons ici $2a$, $2b$ et ω les éléments de chacun des deux parallélogrammes dans lesquels la fente est divisée; le coefficient de vitesse des vibrations envoyées par chacun des parallélogrammes en un point d'un axe faisant avec la ligne des centres OO′ un angle θ est égal à M, et les phases sont encore celles des vibrations parties de O et O′. La différence de ces deux phases se compose de deux parties :

1° D'une quantité $2\pi\frac{2a\cos\theta\sin\alpha}{\lambda}$, provenant de la distance OO′;

2° D'une certaine quantité provenant de la différence de marche introduite par l'interposition de la plaque. Si n et e représentent l'indice de réfraction et l'épaisseur de cette plaque, le retard produit sera $(n-1)e\cos\alpha$, de sorte que la différence de phase introduite sera $2\pi\frac{(n-1)e\cos\alpha}{\lambda}$. Cette quantité est indépendante de θ et ne change pas de signe avec α, c'est-à-dire quand on passe par l'axe principal de la lentille. Si l'on compte les α positifs dans la direction de O′ vers O, on a pour la différence de phase totale

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}[2a\cos\theta\sin\alpha + (n-1)e\cos\alpha].$$

Si G′ est le centre de gravité des deux masses M, on a, pour coefficient de vitesse de la vibration résultante,

$$M' = 2M \times \overline{OG'}.$$

$M = 0$ donne les minima du premier ordre : ce sont les franges

trouvées précédemment, $OG' = 0$ donne les minima du second ordre. Or OG′ s'annule quand

$$\frac{2\pi}{\lambda}[2a\cos\theta\sin\alpha + (n-1)e\cos\alpha] = (2k+1)\pi,$$

d'où

$$2a\cos\theta . 2\sin\frac{1}{2}\alpha\cos\frac{1}{2}\alpha + (n-1)e\left(\cos^2\frac{1}{2}\alpha - \sin^2\frac{1}{2}\alpha\right)$$
$$= \frac{2k+1}{2}\lambda\left(\cos^2\frac{1}{2}\alpha + \sin^2\frac{1}{2}\alpha\right),$$

ce qui donne une équation en $\tang\frac{1}{2}\alpha$. Mais, comme l'angle α est très petit, on peut poser $\sin\alpha = \alpha$ et $\cos\alpha = 1$: donc

$$2a\cos\theta\,\alpha + (n-1)e = \frac{2k+1}{2}\lambda,$$

équation qui exprime que les franges du second ordre sont équidistantes et perpendiculaires à OO′.

On aurait pour la $k^{\text{ième}}$ frange

$$\alpha\cos\theta = \frac{\frac{2k+1}{2}\lambda - (n-1)e}{2a};$$

or s'il n'y avait pas de plaque interposée, on aurait

$$\alpha\cos\theta = \frac{(2k+1)\lambda}{4a},$$

équation qui donne des franges obscures divisant en deux parties égales les espaces compris entre les franges du premier ordre; on voit ainsi que α a diminué par l'interposition de la lame, c'est-à-dire que les franges du second ordre sont déplacées vers la moitié couverte.

III. *Réseau à mailles parallélogrammiques.* — Considérons des ouvertures parallélogrammiques séparées par deux systèmes de bandes opaques parallèles et équidistantes. Cherchons d'abord la vibration produite par une file de parallélogrammes parallèle à un des systèmes; représentons par $2a$, $2b$ et ω les éléments des ouvertures, par $2d$ la distance de deux centres consécutifs; les diverses ouvertures envoient des vibrations que nous pouvons

représenter par des masses M, situées sur une circonférence de rayon $= 1$, en des points A, B, C comprenant entre eux des arcs égaux à $\frac{2\pi}{\lambda}2d\cos\theta\sin\alpha$. Si G_n est le centre de gravité de toutes ces masses, le coefficient de vitesse de la vibration résultante de n parallélogrammes sera

$$M_n = \Sigma M \times \overline{OG_n} = nM \times \overline{OG_n};$$

quant à la phase, ce sera celle du rayon existant ou possible (suivant que n est impair ou pair) parti du centre de la file.

Représentons maintenant par $2d'$ la plus courte distance entre les lignes des centres de deux files consécutives; la vibration envoyée par chaque file peut être représentée par une masse M_n, à l'extrémité d'un rayon $= 1$, tous ces rayons formant entre eux des angles égaux à

$$\pm\frac{2\pi}{\lambda}\,\frac{2d'\cos(\omega-\theta)\sin\alpha}{\sin\omega}.$$

S'il y a ainsi n' files, et si $G_{n'}$ est le centre de gravité de ces n' masses on aura pour coefficient de vitesse de la vibration résultante

$$M_{nn'} = n'M_n \times \overline{OG_{n'}} = nn'M \times \overline{OG_n} \times \overline{OG_{n'}};$$

la phase est celle du rayon existant ou possible, partant du centre du système.

$M = 0$ donne les franges obscures du premier ordre; $OG_n = 0$ et $OG_{n'} = 0$ celles du second ordre. Or les masses M et M_n sont situées aux sommets de polygones réguliers, convexes ou étoilés, et pour que ces polygones soient fermés, en quels cas les centres de gravité coïncident avec le centre de ces polygones, il faut que

$$n\frac{2\pi}{\lambda}2d\cos\theta\sin\alpha = 2k\pi \qquad \text{et} \qquad n'\frac{2\pi}{\lambda}2d'\frac{\cos(\omega-\theta)}{\sin\omega}\sin\alpha = 2k\pi,$$

à condition toutefois que l'on n'ait pas simultanément

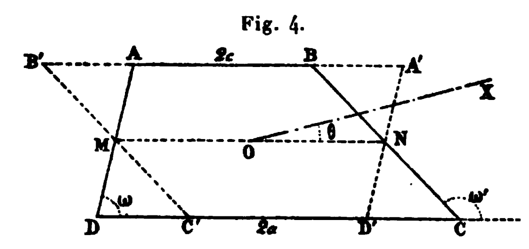
$$\frac{2\pi}{\lambda}2d\cos\theta\sin\alpha = 2k'\pi \qquad \text{ou} \qquad \frac{2\pi}{\lambda}2d'\frac{\cos(\omega-\theta)}{\sin\omega}\sin\alpha = 2k'\pi,$$

parce qu'alors $OG_n = 1$ et $OG_{n'} = 1$. On voit que les franges

obscures du second ordre sont perpendiculaires aux directions des bandes opaques.

IV. *Ouverture trapézoïdale.* — Considérons un trapèze ABCD (*fig.* 4); représentons par $2a$ et $2c$ les deux côtés parallèles,

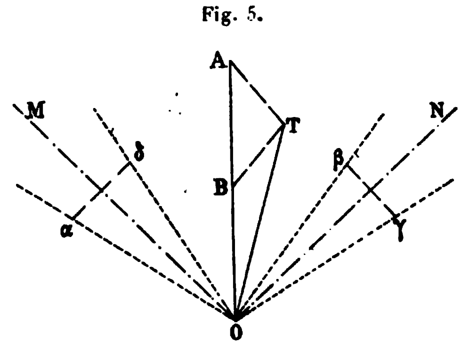
Fig. 4.



par $2h$ sa hauteur, par ω et ω' les angles que forment les côtés non parallèles avec la droite DC; proposons-nous de déterminer l'intensité en un point d'un axe OX faisant un angle θ avec la droite MN, qui joint les milieux des côtés non parallèles.

Soient OA et OB (*fig.* 5) deux droites que nous supposerons représenter les vibrations produites par les parallélo-

Fig. 5.



grammes AA'D'D et B'BCC', obtenus en menant par les points M et N des parallèles aux côtés opposés et considérés comme des ouvertures fictives; ces droites ont même direction puisque les deux vibrations ont même phase : la phase du rayon partant du point milieu O de MN.

Soient maintenant OM et ON deux droites telles que

$$\widehat{MOA} = \widehat{AON} = \frac{2\pi}{\lambda}\,\overline{OM}\cos\theta\sin\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}\,\frac{(a+c)}{2}\cos\theta\sin\alpha;$$

les angles MOA et AON sont les phases des rayons partis des points M et N. Considérons encore les triangles CD′N, A′NB, C′DM et AMB′ comme des ouvertures fictives (*fig.* 4), et soient $O\gamma$, $O\beta$, $O\delta$ et $O\alpha$ (*fig.* 5) les vibrations qu'elles produisent; il est facile de démontrer, en partant des principes II et III, que ces droites sont égales entre elles, et que les angles αOM, $MO\delta$, βON, $NO\gamma$ sont égaux entre eux; il suit de là que les droites $\alpha\delta$ et $\beta\gamma$ sont respectivement perpendiculaires à OM et ON.

Pour passer du parallélogramme AA′D′D au trapèze ABCD (*fig.* 4), il faut supprimer l'action du triangle BA′N et ajouter celle du triangle ND′C; si donc OT (*fig.* 5) est la vibration produite par le trapèze, on aura l'égalité géométrique

$$\overline{OT} = \overline{OA} - \overline{O\beta} + \overline{O\gamma} = \overline{OA} + \overline{\beta\gamma} = \overline{OA} + \overline{OT};$$

on a de même

$$OT = \overline{OB} + \overline{\alpha\delta} = \overline{OB} + \overline{BT}.$$

On déduit de là la construction suivante : par les points connus B et A, on mène des perpendiculaires aux droites connues OM et ON; le point d'intersection de ces deux perpendiculaires détermine l'extrémité de la droite OT, qui représente la vibration produite par le trapèze.

Si nous nous servons des notations que nous avons employées en traitant le cas du parallélogramme

$$OA = 2h(a+c) \times \overline{Og} \times \overline{OG},$$
$$OB = 2h(a+c) \times \overline{Og} \times \overline{OG'},$$

g est le centre de gravité d'un arc

$$\mu\nu = \frac{2\pi}{\lambda}(a+c)\cos\theta\sin x,$$

G est le centre de gravité d'un arc

$$\alpha\beta = \pm\frac{2\pi}{\lambda}2h\frac{\cos(\omega-\theta)}{\sin\omega}\sin x,$$

et G′ est le centre de gravité d'un arc

$$\alpha'\beta' = \pm\frac{2\pi}{\lambda}2h\frac{\cos(\omega'-\theta)}{\sin\omega'}\sin x.$$

La *fig.* 5 donne

$$\overline{OT}^2 = \frac{\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 - 2.\overline{OA}.\overline{OB}\cos MON}{4\sin^2 MOA}.$$

$$= h^2(a+c)^2 \frac{\overline{Og}^2}{\sin^2 MOA}\left(\overline{OG}^2 + \overline{OG}^2 - 2\overline{OG}.\overline{OG'}\cos MON\right)$$

et

$$\operatorname{tang} AOT = \frac{OA - OB}{OA + OB}\cot MOA.$$

La construction (*fig.* 5) montre que OT s'annule dans deux cas :

1° Si $OA = OB = o$ avec $MON \gtrless 2k\pi$,
2° Si $OA = OB = o$ avec $MON = 2k\pi$, à condition que

$$\beta\gamma = \alpha\delta = o.$$

Or OA et OB s'annulent simultanément de deux manières,

a. Si l'on pose $Og = o$,
b. Si l'on pose $OG = OG' = o$.

Mais si $Og = o$, $MON = 2k\pi$; donc $Og = o$ est incompatible avec le 1° qui donne alors seulement $OG = OG' = o$. Le 2° entraîne $Og = o$; quant à la condition $\beta\gamma = o$, elle exprime que les triangles BNA′ et ND′C produisent des effets identiques en un point quelconque de l'axe OX, et l'on déduit facilement des principes I et II, qu'il faut pour cela que les sommets A′ et C soient sur une même perpendiculaire à OX; dès lors les côtés BC et AD ont même projection sur OX et les arcs $\alpha\beta$ et $\alpha'\beta'$ sont égaux.

La condition $\alpha\delta = o$ conduit du reste au même résultat. On voit ainsi que, si $MON = 2k\pi$, OT ne s'annule que si

$$\frac{\cos(\omega - \theta)}{\sin\omega} = \pm \frac{\cos(\omega' - \theta)}{\sin\omega'};$$

ce qui, d'après une formule donnée plus haut, peut encore s'écrire

$$\operatorname{tang}\omega_1 = \pm \operatorname{tang}\omega'_1,$$

ω_1 et ω'_1 étant les angles qui correspondent à ω et ω', dans les parallélogrammes que l'on obtient en transformant les parallélogrammes AA′D′D et B′BCC′ de la manière indiquée antérieurement.

La condition $\operatorname{tang}\omega_1 = \pm \operatorname{tang}'\omega_1$ donne

$$\omega_1 = \omega'_1 \qquad \text{ou bien} \qquad \omega_1 + \omega'_1 = 180^\circ ;$$

or si $\omega_1 = \omega'_1$ on a aussi $\omega = \omega'$, et la figure ABCD serait un parallélogramme. Il ne reste donc que $\omega_1 + \omega'_1 = 180^\circ$, et la valeur de θ à laquelle correspond cette égalité est donnée par l'équation

$$\frac{\cos(\omega - \theta_1)}{\sin\omega} + \frac{\cos(\omega' - \theta_1)}{\sin\omega'} = 0,$$

d'où

$$\operatorname{tang}\theta_1 = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\operatorname{tang}\omega} + \frac{1}{\operatorname{tang}\omega'}\right).$$

Cette valeur particulière de θ détermine un axe perpendiculaire à la droite qui joint les milieux des côtés parallèles; représentons cet axe par OX_1.

Les points obscurs donnés par le 2° sont donc situés sur l'axe OX_1 et déterminés par l'équation

$$\sin\alpha = \frac{k\lambda}{(a+c)\cos\theta};$$

et les points obscurs donnés par le 1° sont déterminés par les équations simultanées

$$\frac{2\pi}{\lambda} 2h \frac{\cos(\omega - \theta')}{\sin\omega} \sin\alpha = 2k\pi \quad \text{et} \quad \frac{2\pi}{\lambda} 2h \frac{\cos(\omega' - \theta)}{\sin\omega'} \sin\alpha = 2k'\pi.$$

On voit, d'après ces deux dernières équations, que sur un axe quelconque il n'y aura de points obscurs que si le rapport de $\frac{\cos(\omega - \theta)}{\sin\omega}$ à $\frac{(\cos\omega' - \theta)}{\sin\omega'}$, ou, ce qui revient au même, si le rapport $\frac{\operatorname{tang}\omega'_1}{\operatorname{tang}\omega_1}$ est commensurable; et ces points seront d'autant plus rapprochés que ce rapport est plus simple. Pour l'axe OX_1 ce rapport est égal à -1, et les points obscurs sur cet axe sont donnés par l'équation

$$\sin\alpha = \frac{k\lambda \sin\omega}{2h\cos(\omega - \theta_1)} = \frac{k'\lambda \sin\omega'}{2h\cos(\omega - \theta'_1)}.$$

Pour tout autre axe, le rapport $\frac{k}{k'}$ est plus compliqué, et comme, pour passer d'un rapport simple à un autre rapport simple, il faut

passer par des valeurs compliquées et même incommensurables, les points obscurs ne forment pas de franges continues.

V. *Triangle et trapèze isoscèle.* — Le cas du triangle peut être traité directement comme celui du trapèze; nous pouvons aussi le déduire du trapèze en faisant $c = 0$.

Une ouverture triangulaire ne donnera donc pas de franges, mais simplement des points obscurs; ces points seront à un minimum de distance sur les trois axes perpendiculaires aux trois médianes.

Le trapèze isoscèle peut se déduire du trapèze ordinaire en faisant $\omega + \omega' = 180^\circ$; mais, comme on n'a besoin de considérer ce cas particulier que pour arriver au cercle, et que, à cet effet, il suffit de savoir comment varie l'intensité lumineuse le long d'un axe parallèle aux côtés parallèles du trapèze, nous résoudrons la question directement.

D'après le second principe, l'effet produit par le trapèze isoscèle ABCD est le même que l'effet produit par le parallélogramme AB′C′D, dont le côté B′C′ passe par N, milieu de BC. La phase de la vibration résultante est donc celle du rayon parti de O, point milieu de MN; quant au coefficient de vitesse, il est égal à

$$M = 2h(a + c) \times \overline{Og} \times \overline{OG},$$

Og et OG ayant la signification que l'on connaît.

DÉDOUBLEMENT DES FRANGES D'INTERFÉRENCE EN LUMIÈRE NATURELLE;

Par M. R. BOULOUCH.

I. Au cours de ses expériences, devenues classiques, sur les interférences produites au moyen de la flamme de l'alcool salé, M. Fizeau a observé pour la première fois des disparitions périodiques, dues à la superposition des deux systèmes de franges correspondant aux deux radiations distinctes, de longueurs d'onde peu différentes, émises par cette flamme.

Il est possible de voir simultanément les deux systèmes de

franges, si l'on se place dans des conditions convenables fournies par l'examen des formules d'Airy.

Si la lumière est polarisée dans l'un des azimuts principaux (le cas de la lumière naturelle se déduit sans difficulté de ce cas particulier, à cause de l'absence de différence de phase entre les composantes principales), l'intensité de la lumière réfléchie par une lame mince est donnée par la formule

$$I = a^2 \frac{2h^2(1 - \cos\delta)}{(1 - h^2)^2 + 2h^2(1 - \cos\delta)},$$

dans laquelle a^2 est l'intensité de la lumière primitive, h le facteur de réflexion et δ la différence de marche due au passage à travers la lame, pour la lumière de longueur d'onde λ, et

$$I' = a'^2 \frac{2h^2[1 - \cos(\delta - \mu\delta)]}{(1 - h^2)^2 + 2h^2[1 - \cos(\delta - \mu\delta)]}$$

pour la lumière de longueur d'onde λ', μ étant un facteur très petit. Si l'on fait varier δ d'une manière continue en lui faisant prendre des valeurs suffisamment grandes, $\mu\delta$ peut prendre successivement les deux séries de valeurs

(1)	0	2π	$2n\pi$	
(2)	π	3π		$(2n + 1)\pi$;

d'ailleurs, si dans le voisinage d'une de ces valeurs attribuées à $\mu\delta$, on fait varier δ de $2p\pi$ à $2(p + 1)\pi$, on pourra négliger, à cause de la petitesse de μ, les variations de $\mu\delta$.

Cela posé, l'intensité du faisceau réfléchi contenant les deux radiations, $I + I'$, sera si l'on donne à $\mu\delta$ l'une des valeurs de la première série

$$I + I' = (a^2 + a'^2) \frac{2h^2(1 - \cos\delta)}{(1 - h^2) + 2h^2(1 - \cos\delta)},$$

on obtient le même système de franges qu'avec une radiation unique, δ variant de $2p\pi$ à $(2p + 2)\pi$, le maximum unique pour $\delta = (2p + 1)\pi$ est compris entre deux minima nuls.

Si, au contraire, $\mu\delta$ prend une des valeurs de la seconde série, on a

$$I + I' = a^2 \frac{2h^2(1 - \cos\delta)}{(1 - h^2)^2 + 2h^2(1 - \cos\delta)} + a'^2 \frac{2h^2(1 + \cos\delta)}{(1 - h^2) + 2h^2(1 + \cos\delta)}$$

et pour les valeurs de δ

$$2p\pi,\quad 2p\pi+\frac{\pi}{2},\quad 2p\pi+\pi,\quad 2p\pi+\frac{3\pi}{2},\quad (2p+2)\pi,$$

l'intensité totale prend les valeurs

$$a'^2\frac{4h^2}{(1+h^2)^2},\quad (a^2+a'^2)\frac{2h^2}{1+h^4},$$
$$a^2\frac{4h^2}{(1+h^2)^2},\quad (a^2+a'^2)\frac{2h^2}{1+h^4},\quad a'^2\frac{4h^2}{(1+h^2)^2}.$$

Dans les expériences de Fizeau, h est une quantité très petite; comme d'ailleurs a et a' sont peu différents, la valeur de $I+I'$ est sensiblement constante et voisine de $4a^2h^2$: les franges disparaissent.

Mais si, au contraire, h peut prendre des valeurs assez grandes pour n'être pas très différentes de l'unité, il est aisé de voir que $I+I'$ présentera deux maxima identiques séparés par des minima peu différents l'un de l'autre mais jamais nuls; le nombre des franges sera doublé.

On obtiendrait des résultats identiques pour la lumière transmise puisque les anneaux transmis sont complémentaires des anneaux réfléchis.

On pourra réaliser la condition h sensiblement >0 de plusieurs manières :

1° Dans la production des franges d'une lamelle de verre sous une incidence presque rasante; si l'épaisseur de la lamelle est telle que, pour les grandes incidences, l'épaisseur optique corresponde à une valeur de $\mu\delta$ voisine de $(2n+1)\frac{\pi}{2}$, on aperçoit, soit en employant une fente parallèle aux franges, soit en visant exactement les points du plan de localisation, les franges dédoublées avec netteté dans la lumière réfléchie;

2° Le dédoublement des franges pourra encore être obtenu en lumière transmise, et sous l'incidence normale, en augmentant le pouvoir réflecteur des surfaces qui limitent la lame mince; il suffira de produire des anneaux entre deux lames transparentes recouvertes d'une couche d'argent assez mince, pour que l'ensemble soit un peu transparent pour la lumière du sodium; en éloignant

les deux surfaces, les anneaux dédoublés apparaissent, pour une épaisseur convenable de la lame, singulièrement nets.

Bien que l'on ait affaire à la réflexion métallique, les conclusions précédentes sont applicables, puisque l'incidence est normale.

II. Un dédoublement qui n'est pas sans analogie avec le précédent peut être produit à l'aide d'une lumière rigoureusement monochromatique. En observant les franges réfléchies fournies par une lamelle argentée sur sa face postérieure, on remarque que ces franges, naturellement pâles sous l'incidence normale, se dédoublent en devenant plus nettes aussitôt que l'incidence devient presque rasante.

L'explication de ce phénomène est comparable à celle qui vient d'être donnée; l'intensité de la lumière réfléchie résulte de la formule [1]

$$I = a^2\left[\frac{h^2 + h_1^2 + 2hh_1\cos\delta_1}{1 + 2hh_1\cos\delta_1 + h^2h_1^2} + \frac{k^2 + k_1^2 + 2kk_1\cos(\delta_1 - \varepsilon)}{1 + 2kk_1\cos(\delta_1 - \varepsilon) + k^2k_1^2}\right],$$

ε étant la différence de phase des deux composantes principales après la réflexion ; les facteurs h, k ; h_1, k_1 relatifs, les premiers à la réflexion air-verre, les derniers à la réflexion verre-métal, ne sont du même ordre de grandeur que sous l'incidence rasante.

Pour l'incidence normale $\varepsilon = 0$; si l'on introduit cette hypothèse dans la valeur de I, et si l'on donne à δ_1 les valeurs successives $2p\pi$, $2p\pi + \frac{\pi}{2}$, $(2p+1)\pi$, $2p\pi + \frac{3\pi}{2}$, $(2p+2)\pi$, on obtient pour I

δ_1.	I.
$2p\pi$	$a^2\left[\frac{(h+h_1)^2}{(1+hh_1)^2} + \frac{(k+k_1)^2}{(1+kk_1)^2}\right]$
$2p\pi + \frac{\pi}{2}$	$a^2\left[\frac{h^2+h_1^2}{1+h^2h_1^2} + \frac{k^2+k_1^2}{1+k^2k_1^2}\right]$
$(2p+1)\pi$	$a^2\left[\frac{(h_1-h)^2}{(1-hh_1)^2} + \frac{(k_1-k)}{(1-kk_1)^2}\right]$
$2p\pi + \frac{3\pi}{2}$	$a^2\left[\frac{h^2+h_1^2}{1+h^2h_1^2} + \frac{k^2+k_1^2}{1+k^2k_1^2}\right]$
$(2p+2)\pi$	$a^2\left[\frac{(h+h_1)^2}{(1+hh_1)^2} + \frac{(k+k_1)^2}{1+kk_1}\right]$

[1] *Voir* MASCART, *Optique*, t. II, p. 506.

δ_1 variant de 2π, on rencontre un minimum unique, peu accentué, h étant petit par rapport à h_1; ce minimum correspond à $\delta_1 = (2p+1)\pi$.

Pour l'incidence rasante $\varepsilon = \pi$ et prend des valeurs peu différentes si l'incidence reste grande; si l'on fait $\varepsilon = \pi$ dans la valeur de I, et si l'on donne à δ_1 les mêmes valeurs que précédemment, on obtient le Tableau suivant :

δ_1.	
$2p\pi$	$a^2\left[\frac{(h+h_1)^2}{(1+hh_1)^2}+\frac{(k_1-k)^2}{(1-kk_1)^2}\right]$
$2p\pi+\frac{\pi}{2}$	$a^2\left[\frac{h^2+h_1^2}{1+h^2h_1^2}+\frac{k^2+k_1^2}{1+k^2k_1^2}\right]$
$(2p+1)\pi$	$a^2\left[\frac{(h_1-h)^2}{(1-hh_1)^2}+\frac{(k_1+k)^2}{1+k^2k_1^2}\right]$
$2p\pi+\frac{3\pi}{2}$	$a^2\left[\frac{h^2+h_1^2}{1+h^2h_1^2}+\frac{k^2+k_1^2}{1+k^2k_1^2}\right]$
$(2p+2)\pi$	$a^2\left[\frac{(h+h_1)^2}{(1+hh_1)^2}+\frac{(k_1-k)^2}{(1-kk_1)^2}\right]$

L'inspection des valeurs de I montre que dans la variation considérée de δ_1 on rencontre deux maxima identiques

$$\left(2p\pi+\frac{\pi}{2},\ 2p\pi+\frac{3\pi}{2}\right),$$

séparés par des minima $[2p\pi, (2p+1)\pi, (2p+2)\pi]$, peu différents entre eux, et différant au contraire assez notablement des maxima.

L'expérience réussit aisément telle qu'elle a été décrite, avec les flammes du lithium et du thallium.

QUELQUES REMARQUES RELATIVES A LA THÉORIE DU MIRAGE DE BIOT;

PAR M. J. MACÉ DE LÉPINAY.

Nous n'avons pu, M. Perot et moi-même, dans notre travail sur le mirage (1), que signaler, sans entrer dans les détails, les divers

(1) *Annales de Chimie et de Physique* (6), t. XXVII, 1892 et *Journal de Physique* (3), t. II.

essais théoriques relatifs à cette question, dus surtout à Biot, Bravais et à M. Tait ([1]). Je crois utile de revenir ici sur l'hypothèse principalement développée par Biot, en prenant pour point de départ l'exposé si clair qui en a été fait récemment par M. Mascart ([2]), et de montrer, en complétant sur quelques points la discussion, que ses principales conséquences concordent d'une manière frappante avec les résultats de notre étude expérimentale.

I. Biot admet qu'au voisinage du sol le pouvoir réfringent de l'air varie proportionnellement à la hauteur, ce qui revient à écrire, n étant l'indice variable, y la hauteur, m et a deux constantes,

$$n^2 = m^2\left(1 + 2\frac{y}{a}\right).$$

Dans le cas de l'air, où m et n sont voisins de l'unité, on peut simplifier et écrire

$$n = m\left(1 + \frac{y}{a}\right).$$

L'hypothèse de Biot et celle développée par M. Mascart (avec les simplifications qui sont les conséquences de la même remarque), sont donc équivalentes et conduisent aux mêmes résultats.

Toutefois, comme la variation de l'indice de l'air est manifestement de moins en moins rapide lorsqu'on s'éloigne du sol, Biot est conduit à admettre qu'au-dessus d'un certain niveau l'indice devient brusquement constant. Si nous remarquons d'autre part que l'indice de l'air indéfiniment échauffé ne peut descendre au-dessous de l'unité, on voit que, dans une masse d'air indéfinie, dont la température, constante au-dessus d'un certain niveau, varierait, au-dessous, suivant la loi qu'implique l'hypothèse de

---

([1]) M. Tait, dans un Mémoire dont nous ignorions l'existence (*Trans. Ph. Ed.*, t. XXX, p. 551; 1882), développe les conséquences des trois hypothèses suivantes : $n^2 = a^2 + y^2$, $n^2 = a^2 - y^2$, $n^2 = a^2 + e^2 \cos\frac{\pi y}{b}$. Cette dernière, limitée à la région comprise entre deux sommets consécutifs de la courbe des indices, correspond assez bien au cas de deux liquides miscibles superposés. M. Tait deduit l'existence d'images multiples, et en particulier *triples*, de la considération du lieu des sommets des trajectoires aboutissant à l'œil de l'observateur. Ce mode ingénieux de raisonnement conduit à des résultats simples lorsque l'œil et l'objet sont situés dans le même plan horizontal.

([2]) *Traité d'Optique*, t. III.

Biot, la courbe dont les abscisses seraient les indices, et les ordonnées les hauteurs verticales, serait constituée par une ligne brisée formée de trois droites dont deux verticales. Dans les conditions réelles (voir notre Mémoire), ces deux droites verticales sont les asymptotes d'une courbe continue; la droite inclinée de Biot peut être considérée comme correspondant à la tangente à la courbe réelle en son point d'inflexion.

Comme d'ailleurs le sol est nécessairement dans la couche d'indice variable, il est loisible, ainsi que l'a fait Biot, de simplifier la constitution du milieu en admettant que la loi de variation adoptée reste applicable à toute distance vers le bas, *à la condition essentielle de ne tenir aucun compte, dans la discussion, des parties des trajectoires lumineuses qui ont pu pénétrer dans des courbes d'indice inférieur à l'indice minimum.* Dans le cas de l'air, les seules trajectoires susceptibles de subir le mirage font avec la normale, dans le milieu d'indice constant, un angle z voisin de 90° (compris entre 90° et 88°36′ environ) (¹). Même dans le cas de nos expériences avec des liquides, et dans les circonstances extrêmes, l'incidence de 75° dans le milieu d'indice le plus grand, correspondait à un rayon limite qui pénétrait, sans subir le mirage, dans le milieu d'indice le plus faible (²).

II. Dans un milieu tel que l'admet Biot, chaque trajectoire lumineuse (³) est constituée par deux parties rectilignes inclinées en sens inverse, raccordées par une partie parabolique dans la couche d'indice variable. Toutes les trajectoires issues d'un même point lumineux et situées dans un même plan vertical ont une enveloppe ou caustique, qu'elles ne touchent, chacune, qu'en un point qui peut se trouver, soit sur la partie rectiligne, soit sur la partie parabolique. L'axe des x étant pris dans le plan horizontal qui sépare les régions d'indice variable et d'indice constant, *ce point de contact est au-dessus de cet axe dans le premier cas, au-dessous dans le second.*

(¹) *Traité d'Optique*, t. III, p. 311.

(²) Indices extrêmes : 1,3817 et 1,3336.

(³) Nous ne considérons ici que les trajectoires lumineuses proprement dites, qui sont rectilignes au-dessus de Ox, et non les prolongements géométriques de leurs parties, soit rectilignes, soit paraboliques.

III. Considérons les trajectoires issues d'un même point C situé dans la région d'indice constant (1). L'enveloppe des parties paraboliques des trajectoires est la courbe AB_1JB_2KH, présentant deux points de rebroussement en J et en K, et asymptote en H à l'axe des x. L'enveloppe des parties rectilignes est la courbe QB_1IB_2C' qui se raccorde à la précédente en B_1 et en B_2.

Il résulte tout d'abord du § II que les portions B_1JB_2 de la première caustique, et QB_1 B_2C' de la seconde doivent être rejetées. La véritable enveloppe des trajectoires se réduit au contour AB_1IB_2KH. Mais la totalité de la caustique ainsi réduite ne correspond pas au mirage.

Remarquons en effet que toute la partie AB_1I de cette caustique est engendrée par des trajectoires correspondant à des angles initiaux d'incidence en C inadmissibles, car ils sont compris entre 0° et 60°, c'est-à-dire par des trajectoires qui, dans le cas de l'air, auraient subi le mirage dans des couches d'indices compris entre -1 et $+0,87$. Elle se trouve donc nécessairement limitée en un certain point M, point de contact de la trajectoire qui mire au niveau du sol.

Prolongeons la caustique subsistant, MKH, par la partie MT de la trajectoire limite. Cette caustique ainsi complétée, la trajectoire limite CS_1MT et le sol partagent le plan de la figure (2) en quatre régions. Nous supposerons l'œil de l'observateur en C.

1° Dans l'espace (1), compris entre le sol, la trajectoire limite et la caustique, aucun objet n'est visible, toutes les trajectoires correspondantes étant arrêtées par le sol.

2° Dans l'espace (2), en dehors à la fois de la région précédente et de la caustique, les objets sont vus simples et droits (trajectoire rectiligne pour des points de l'objet situés au-dessus de Ox partiellement curviligne dans le cas contraire).

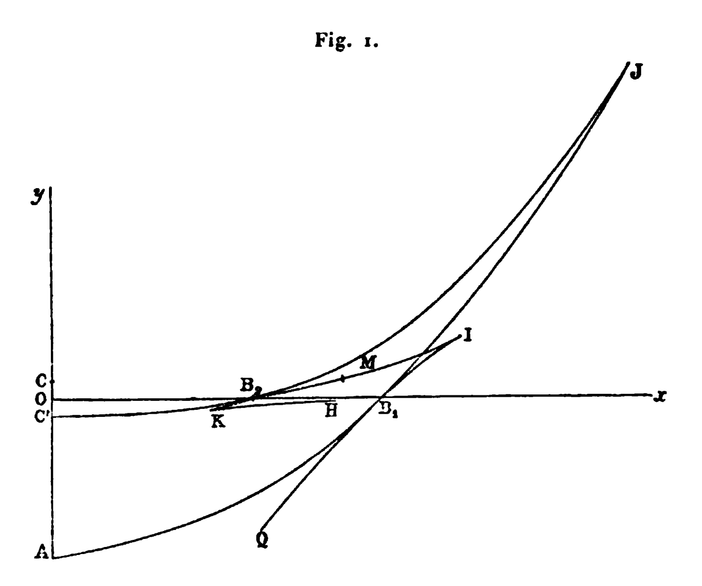
3° Dans l'espace (3), intérieur à la caustique, mais à gauche de la trajectoire limite, les objets donnent trois images, dont une renversée comprise entre les deux autres. Par un point situé dans

(1) *Loc. cit.* p. 322 et suivantes.

(2) La *fig.* 2 a été construite en adoptant une échelle des abscisses beaucoup plus réduite que celle des ordonnées.

cette région au-dessous de Ox, on peut en effet mener trois trajectoires tangentes à la caustique, l'un seulement des trois points de contact se trouvant compris entre le point considéré et C (condition pour que l'image soit renversée). Si le point considéré est dans la même région, mais au-dessus de Ox, on ne peut plus mener que deux trajectoires tangentes à la caustique, la troisième est remplacée par une trajectoire rectiligne.

Fig. 1.



4° Dans l'espace (4), l'une des deux trajectoires fournissant une image droite n'existe plus, car elle serait tangente à la caustique au delà de M; cette trajectoire est arrêtée par le sol. Il n'existe plus que deux images, l'une droite, l'autre renversée.

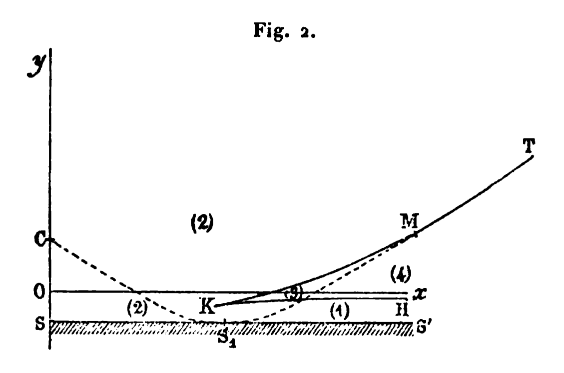
On voit que les conséquences de cette discussion sont entièrement conformes à celles de notre étude expérimentale. Il est seulement utile de remarquer que, dans la figure correspondante de notre Mémoire, le point M se trouve rejeté en dehors des limites de la figure.

IV. Biot a également examiné le cas où le point C se trouve dans le plan Ox qui sépare les deux régions d'indice constant et l'indice variable. Il ne saurait évidemment correspondre à la réa-

lité; son étude était seulement utile comme préliminaire de celle du cas précédent.

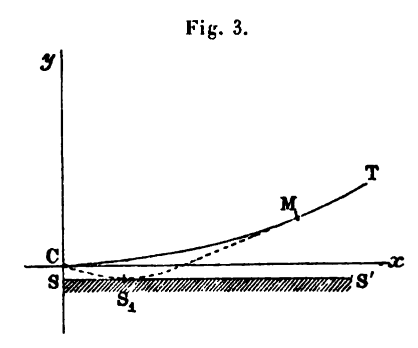
Si nous supposons que le point C, situé au-dessus de Ox, se rapproche de l'origine O, le calcul montre que le point B_2 (*fig.* 2)

Fig. 2.



se rapproche également de l'origine et se confond avec elle, en même temps que C. Il en résulte que la branche KH de la caustique finit par se confondre avec l'axe des x. On voit, sans entrer

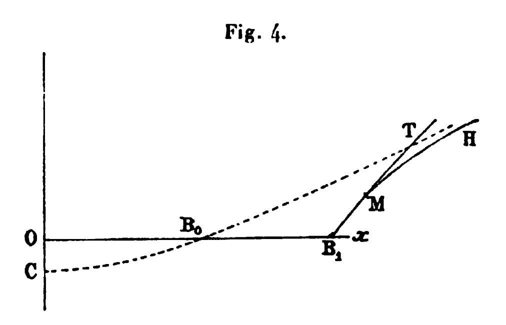
Fig. 3.



dans des détails inutiles, que la région où doivent se trouver les objets pour qu'ils soient vus multiples du point C est limitée par le contour TMOx. Cette courbe (que nous pouvons, par extension, considérer comme constituant la caustique), la trajectoire qui mire au niveau du sol et le sol lui-même partagent le plan de la ligne en quatre régions jouissant des mêmes propriétés que dans le cas précédent.

V. Il m'a paru intéressant d'aborder également par le calcul le cas où l'œil de l'observateur se trouve dans la région d'indice variable, à une distance b au-dessous de Ox. Trop long pour être reproduit ici, il ne fait que confirmer les résultats que Biot avait pu prévoir (*Mémoires de l'Institut*, 1809, p. 104).

Fig. 4.



L'enveloppe des parties rectilignes des trajectoires éprouve un brusque changement de forme, lorsque le point C passe au-dessous de Ox. Elle est en effet asymptote à la trajectoire CB_0H qui mire au point C (abscisse de B_0: $x_0 = \sqrt{2ab}$). Elle coupe l'axe des x en un point B_1 dont l'abscisse est $x_1 = \sqrt{a^2 + 2ab}$. Ce dernier point correspond à un angle initial d'incidence donné par

$$\cos 2z = -\frac{b}{a+b}.$$

Or remarquons que de la relation

$$n = m\left(1 + \frac{y}{a}\right),$$

où n et m sont tous les deux voisins de 1, résulte que b doit être toujours supposé très petit par rapport à a. L'angle z qui caractérise la trajectoire qui touche le caustique en B_1 reste donc très voisin de $45°$, quoiqu'un peu plus petit, et cette trajectoire est par suite arrêtée par le sol. Le point M de contact avec la caustique de la trajectoire qui mire au niveau du sol est donc quelque part entre B_1 et H; soit MT son prolongement qui est rectiligne. On voit immédiatement que des quatre régions précédemment indiquées, trois seulement peuvent subsister. A tout point intérieur au contour HMT ne peuvent correspondre que deux tra-

jectoires tangentes à la caustique. Il n'existe d'un objet que 0, 1, ou 2 images (l'une droite, l'autre renversée dans ce dernier cas).

VI. En résumé, les conséquences de l'hypothèse de Biot s'écartent beaucoup moins de la réalité que l'on n'est tenté de le penser tout d'abord. Elle peut expliquer l'existence de trois images (mais de trois images au plus); conformément à nos expériences, elle permet de montrer que la distance du sommet de la caustique à l'observateur passe par un minimum lorsque la hauteur de l'œil de l'observateur au-dessus du sol varie d'une manière continue. Les divergences, notables cependant, entre la théorie et l'expérience, proviennent de la discontinuité supposée par Biot dans la constitution du milieu. En réalité : 1° la distance du sommet de la caustique à l'observateur ne peut devenir nulle (§ IV); 2° la forme de la caustique ne subit pas de brusque transformation (§ V); 3° la région de l'espace qui correspond à l'existence d'une triple image ne disparaît pas subitement.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES;

T. CXIII; 1891 (suite).

H. PARENTY. — Sur une représentation géométrique et une formule de la loi d'écoulement des gaz parfaits à travers les orifices, p. 184.

L'auteur propose, pour représenter le débit en poids des gaz, en fonction de la perte de charge à l'orifice, un tracé composé d'un quadrant d'ellipse prolongé, à partir de son point maximum, par sa tangente en ce point.

Ce débit pourrait être exprimé par la formule

$$Q = k\omega\sqrt{2g\left[2a(p_0-p_1)-\frac{k}{p_0}(p_0-p_1)^2\right]}\sqrt{\gamma_0},$$

γ_0 étant la densité réelle du gaz qui s'écoule, k un coefficient variable avec la forme de l'orifice de section ω, p_0 la pression du réservoir.

Cette formule et la représentation graphique s'accordent avec les expériences de Hirn.

DRZEWIECKI. — De la concordance des résultats de M. P.-S. Langley, sur la résistance de l'air, avec les chiffres obtenus par le calcul, p. 214.

Dans un travail antérieur, l'auteur a présenté une théorie des aéroplanes et du vol des oiseaux, de laquelle il résulte que l'inclinaison correspondant aux meilleurs résultats est d'environ 2°. Il montre que, dans deux circonstances où les données de ses calculs sont comparables à celles des expériences de M. Langley, les résultats présentent une concordance satisfaisante.

G. DEMENY. — Analyse des mouvements de la parole par la Chronophotographie, p. 216.

En photographiant les mouvements des lèvres d'un homme qui parle, par le chronophotographe de M. Marey, on a pu faire lire à un sourd-muet les voyelles, les diphtongues et les labiales des sons émis. Les sons qui exigent le concours de la langue ont été moins bien perçus à cause de l'imperfection de la photographie des mouvements de cet organe. De plus, la discontinuité de la photographie rend la reproduction incomplète.

A. CHARPENTIER. — Relation entre les oscillations rétiniennes et certains phénomènes entoptiques, p. 217.

M. Charpentier complète l'observation analysée antérieurement ([1]), en déterminant la longueur d'onde avec laquelle se propage l'oscillation rétinienne, par la mesure de la distance de deux bandes sombres consécutives. La vitesse de propagation a été trouvée comprise entre 54^{mm} et 90^{mm}. Les oscillations durent en moyenne $\frac{1}{36}$ de seconde, et la longueur d'onde est en moyenne 2^{mm}.

Quand on regarde une surface blanche à travers un disque rotatif à secteurs alternativement pleins et vides, si les secteurs

---

([1]) *Voir* p. 238 de ce Volume.

passent dans une durée comprise entre $\frac{1}{70}$ et $\frac{1}{35}$ de seconde, la surface blanche paraît revêtue d'une teinte violet pourpre, sauf au voisinage du point fixe. Il y a alors coïncidence entre les oscillations négatives fournies par chaque secteur. L'auteur pense que la coloration du champ est due à la vision entoptique du pourpre rétinien.

E. SCHERING. — Sur les inclinomètres à induction, p. 258.

Cette Note renferme une réclamation de priorité faite à propos de l'inclinomètre de M. Wild sur lequel une Note a paru au t. CXII des *Comptes rendus* (¹). M. Schering expose que l'inclinomètre construit par lui, en 1878, en perfectionnant la méthode de Weber, a été de nouveau modifié en 1886, et se trouve plus sensible que l'inclinomètre de Wild construit en 1890.

A. LEDUC. — Sur la dilatation du phosphore et son changement de volume au point de fusion, p. 259.

Ermann et Kopp sont en désaccord sur la question de savoir si la dilatation qui accompagne la fusion du phosphore est brusque ou progressive. M. Leduc a repris l'étude de cette question au moyen d'un flacon à densité de Regnault surmonté d'un tube capillaire. On introduit le phosphore dans ce flacon et l'on achève de remplir avec de l'eau distillée. Un second flacon de même dimension contient le réservoir d'un thermomètre sensible et plonge, comme le premier, dans une masse de 27 litres d'eau, dont on peut maintenir la température constante. Le phosphore solide se dilate régulièrement jusqu'à 44°,1 du thermomètre normal, puis subit une dilatation brusque correspondant à la fusion, et recommence ensuite à se dilater avec un coefficient plus fort. L'accroissement de volume dû à la fusion a été trouvé identique à celui de Kopp, tandis que les coefficients de dilatation sont en désaccord avec les siens.

(¹) *Voir* p. 93 de ce Volume.

A. CHARPENTIER. — **Analyse chromoscopique de la lumière blanche, p. 278.**

Derrière un papier noir percé de trous d'épingle, on place un papier translucide ou un verre dépoli, et l'on regarde à travers un oculaire, en interposant un disque rotatif muni d'un ou deux secteurs vides. L'éclairement à chaque passage doit durer moins de $0^s,2$. Si l'éclairement est faible, les trous d'épingle sont vus à chaque tour, tantôt blancs, tantôt diversement colorés, la couleur variant d'un point à l'autre, et à chaque tour pour le même point.

Cette circonstance montre que le phénomène ne doit pas être attribué aux couleurs consécutives de la lumière blanche. L'auteur interprète ces résultats en admettant que la rétine est parcourue par une série d'ondulations, grâce auxquelles, pendant la période très courte de l'excitation lumineuse, le point frappé se trouve dans une condition favorable à la perception d'une couleur déterminée.

BAY. — **Sur un nouveau foyer d'incandescence, p. 298.**

Un réservoir sphérique chauffé laisse échapper des vapeurs d'alcool qui se mélangent à l'air admis par un orifice latéral, et s'échappent à travers un couteau en platine maintenu incandescent par leur combustion. L'appareil peut servir de thermo-cautère ou de chalumeau automatique.

PAQUELIN. — **Sur un nouveau chalumeau à essence minérale, p. 303.**

L'appareil comprend :

1° Un chalumeau à un seul tube fournissant une flamme centrale effilée et des flammes latérales qui l'amorcent;

2° Un carburateur servant à mélanger l'air et les vapeurs d'essence à doses convenables et à régler la longueur de la flamme;

3° Une soufflerie à double vent.

Diverses dispositions permettent de modifier à volonté les dimensions et la température de la flamme.

ANTOINE. — Sur la tension de la vapeur d'eau jusqu'à 200 atmosphères, p. 328.

L'auteur représente les expériences de MM. Cailletet et Colardeau par la formule empirique

$$t = \frac{1638 - 0,0005\,P^2}{5,0402 - \log P} - 225,$$

P étant exprimé en atmosphères.

BOSSCHA. — Études relatives à la comparaison du mètre international avec le prototype des Archives, p. 344.

FOERSTER. — Remarques sur le prototype international du mètre, p. 413.

M. Bosscha a cherché à voir si le mètre à bouts des Archives est capable de fournir une unité de longueur immuable, à 1 micron près. Il a réuni pour cela quatre valeurs de la différence de longueur entre ce mètre et le mètre n° 23 à 16°,44, d'après quatre systèmes d'observations indépendants entre eux, comportant des ajustements différents des organes. Dans un de ces systèmes, le mètre des Archives est observé dans la position renversée. Les résultats obtenus par des observateurs différents s'écartent de moins de 1 micron.

La Commission néerlandaise trouve, par deux séries de mesures, que le mètre n° 6, adopté comme mètre international, diffère à 0° du mètre des Archives de 2^{μ},30 et 2^{μ},96. Ces résultats sont en désaccord avec ceux de la Conférence générale des Poids et Mesures, et M. Bosscha explique ce désaccord par le nombre trop restreint des mesures faites aux basses températures et par l'incertitude de ces mêmes observations. En modifiant, d'après ses idées, la marche du calcul, il arrive à conclure que la longueur du mètre international est inférieure d'environ 2^{μ},6 à celle du mètre des Archives.

M. Foerster, président du Comité international des Poids et Mesures, fait observer à ce propos que la comparaison entre le prototype international à traits et l'étalon à bouts des Archives ne peut se faire assez exactement pour établir sûrement des équations aussi faibles que celles qui figurent dans le Mémoire de

M. Bosscha. Il déclare, au surplus, que, le prototype ne pouvant dépendre de corrections incertaines et incessantes, il y a lieu de s'en tenir à la décision du Comité international, d'après laquelle l'étalon du Bureau international est le seul représentant universellement adopté de l'unité fondamentale du système métrique.

G. FAURIE. — Sur les lois de l'écrouissage et des déformations permanentes, p. 349.

L'auteur vérifie sur divers métaux les formules suivantes relatives à l'écrouissage

$$F - R = K\frac{l}{L + \alpha l},$$

$$\Phi = \frac{RL}{L + l} + K\frac{lL}{(L + l)(L + \alpha l)},$$

L étant la longueur primitive, l l'allongement correspondant à l'effort F par unité de section actuelle, R l'effort pour lequel la déformation commence à se produire, K et α des constantes et Φ étant défini par

$$\Phi = F\frac{s}{S},$$

où s et S sont la section actuelle et la section primitive.

A. CHAUVEAU. — Sur la fusion des sensations chromatiques perçues isolément par chacun des deux yeux, p. 358.

Sur les sensations chromatiques excitées dans l'un des deux yeux par la lumière colorée qui éclaire la rétine de l'autre œil, p. 394.

Sur la théorie de l'antagonisme des champs visuels, p. 439.

Instrumentation pour l'exécution des diverses expériences relatives à l'étude du contraste binoculaire, p. 442.

M. Chauveau se propose d'établir, conformément à l'opinion de Foucault et de Regnault et contrairement à celle de Helmholtz, que deux couleurs reçues simultanément et isolément sur les points correspondants des deux rétines sont fusionnées dans les centres nerveux et donnent la sensation de la couleur résultante, sans qu'il soit nécessaire pour cela de faire intervenir un acte de jugement se produisant à un moment donné de la lutte des deux champs visuels. Pour obtenir la superposition exacte des images

rétiniennes, il fait usage d'un système de dessins colorés placés devant un stéréoscope. La production de la sensation du relief établit la superposition des images et, par suite, de leurs couleurs. Une région des images porte les deux couleurs composantes; une autre région porte la couleur résultante des deux côtés. Enfin deux autres portent des deux côtés chacune des couleurs composantes. L'effet de la superposition est ainsi apprécié par comparaison. Dans ces conditions, l'exacte résultante est toujours obtenue, pourvu que l'éclairement soit faible, même quand il est instantané, ce qui ne laisse guère place à une combinaison de jugements différents résultant de sensations contradictoires. Un éclairement intense amène des variations périodiques dans la coloration, par suite d'un antagonisme rythmé des champs visuels. L'appareil employé dans ces expériences est généralement un stéréoscope à prismes largement découverts et dépourvus d'œillères. Chaque œil voit les deux images; l'image de gauche vue par l'œil gauche et l'image de droite vue par l'œil droit se combinent en une image en relief. Les deux autres images vues par un seul œil conservent des teintes plates.

Diverses expériences établissent que les points correspondants des deux rétines sont dans une dépendance réciproque, par l'intermédiaire des centres nerveux qui leur sont reliés. Si l'on place devant les deux yeux, pour regarder un double dessin blanc, des verres respectivement jaune et violet, les images latérales prennent ces couleurs, tandis que l'image centrale reste blanche par leur combinaison. Si alors on enlève brusquement les verres colorés, les couleurs des images latérales se trouvent interverties. Si un seul œil regarde à travers un verre jaune, l'autre étant couvert d'un écran noir, on obtient encore le même résultat, comme si l'œil affecté par de la lumière jaune avait transmis son excitation à l'autre œil, en cessant de la percevoir lui-même, par suite de la fatigue. Si un œil est maintenu éclairé par une source latérale indépendante, de couleur rouge, et que l'on observe en même temps un dessin stéréoscopique blanc, l'image simple vue par l'œil éclairé paraît verte; l'image simple vue par l'autre œil paraît rouge, l'image en relief restant blanche. Des images colorées donnent la teinte résultante de la couleur objective et de la couleur subjective.

FAYE. — Sur les discussions récentes au sujet des cyclones, p. 378.

La théorie de la convection suppose qu'un cyclone naît du tirage qui s'établit dans une colonne d'air dont la température surpasse, à toute hauteur, celle de l'air ambiant, et que l'air est dans un équilibre instable en toutes les régions où le cyclone va s'établir successivement. Dans des observations faites sur des montagnes, M. Hann a trouvé au contraire que l'air d'un cyclone est à une température plus basse que l'air ambiant. M. Ferrel attribue ce résultat au refroidissement du sol voisin par les précipitations atmosphériques. M. Hann répond que la température du sol d'un sommet de faible étendue ne peut affecter sensiblement celle d'une couche d'air emportée dans un mouvement violent, et que l'état d'équilibre instable nécessité par la théorie de la convection ne peut d'ailleurs être admis sur les grands espaces intéressés par un cyclone. En adoptant ces conclusions, M. Faye combat l'idée que les cyclones des basses latitudes puissent avoir une origine différente de ceux du reste du globe.

PAQUELIN. — Sur un foyer de fils de platine demeurant incandescent au milieu de l'eau, p. 384.

Au moyen de son carburateur, M. Paquelin chasse un mélange d'air et de vapeurs hydrocarburées dans une bande de toile de platine enroulée en cylindre plein. Si l'on enflamme le mélange, la flamme disparaît bientôt, comme absorbée par le platine qui devient incandescent. Le foyer peut alors être plongé dans l'eau sans cesser d'être lumineux.

A. PÉROT. — Vérification de la loi de déviation des surfaces équipotentielles et mesure de la constante diélectrique, p. 415.

De part et d'autre d'un prisme diélectrique formé de résine unie à $\frac{1}{10}$ de cire, on place une plaque métallique chargée à un potentiel zéro communiquant avec un électroscope à feuilles d'or. On cherche à orienter cette seconde plaque parallèlement aux surfaces équipotentielles déterminées par la première au delà du prisme, celle-ci étant placée parallèlement à la face voisine du

prisme. On interpose pour cela, entre la seconde plaque et le prisme, une troisième plaque très mince, isolée, de faible dimension, et on la déplace parallèlement à la seconde. Quand ce déplacement ne détermine aucun mouvement des lames d'or, le résultat cherché est obtenu. On détermine ainsi une direction unique de la seconde plaque satisfaisant à la condition énoncée. L'application de la formule

$$\tan g\,\alpha = K \tan g\,\beta$$

permet ensuite de déterminer la constante diélectrique K. Sa valeur a été trouvée comprise entre 2 et 2,1, valeurs indépendantes du temps de charge et voisines du carré de l'indice du prisme : 1,477. Un prisme de soufre a donné pour constante 3,5.

AYMONNET. — Relation entre l'indice de réfraction d'un corps, sa densité, son poids moléculaire et son pouvoir diathermane, p. 418.

L'auteur mesure, sous différentes épaisseurs, les pouvoirs diathermanes de l'eau, de l'alcool, de la benzine, du chloroforme et du sulfure de carbone, au moyen d'une lampe Bourbouze et d'une pile thermo-électrique. Il mesure les indices calorifiques par l'intensité de la chaleur réfléchie, en admettant la formule d'Young

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2,$$

et cherche à établir une relation théorique entre ces quantités, le poids moléculaire et la densité.

L. DE LA RIVE. — Sur une valeur de la tension électrostatique, p. 429.

Maxwell a mentionné, pour expliquer les phénomènes électrostatiques, l'hypothèse d'un fluide incompressible émanant d'un ou plusieurs centres positifs et aspiré par des centres négatifs. Supposons que les vitesses simultanées du fluide fournies par chacun de ces centres se composent suivant la règle ordinaire : le flux ne se produira que suivant les tubes de force. En remplaçant partout la force électromotrice par la vitesse, on exprimera que la vitesse est nulle en tout point de l'intérieur d'un conducteur. En

calculant la quantité de mouvement du fluide dans le diélectrique, quand il s'est produit un déplacement limitant l'action du fluide incompressible, on obtient l'énergie acquise par un élément de volume du diélectrique et, par suite, la pression électrostatique.

G. FOUSSEREAU.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XXIX; juillet 1893.

H. LE CHATELIER. — *Sur le dosage de petites quantités de gaz combustibles mêlés à l'air*, p. 289.

A. BATTELLI. — *Sur l'état de la matière dans le point critique*, p. 400.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXV; juin 1893.

G. OWEN SQUIER. — *Effets électrochimiques dus à l'aimantation*, p. 473.

CH. V. BURTON. — *Sur l'application des équations du mouvement de Lagrange à une classe générale de problèmes, spécialement au mouvement d'un solide perforé dans un liquide*, p. 490.

A.-B. BASSET. — *Note sur la tension finie d'une couche mince*, p. 496.

ANGSTROM. — *Recherches bolométriques sur l'intensité de la radiation par les gaz raréfiés sous l'influence de la décharge électrique*, p. 502.

E.-C. RIMINGTON. — *Décharges lumineuses dans des tubes vides sans électrodes*, p. 506.

M.-S. PEMBREY. — *Expériences comparatives avec le psychromètre à boules sèche et mouillée et hygromètre chimique perfectionné*, p. 525.

R.-E. HUGHES. — *L'eau considérée comme une matière catalytique*, p. 525.

GRAY (**John**), Associé de l'École Royale des Mines, de l'Institut des ingénieurs électriciens, etc. — **Les machines électriques à influence.** *Exposé complet de leur histoire et de leur théorie,* suivi d'*Instructions pratiques sur la manière de les construire.* Traduit de l'anglais et annoté par GEORGES PELLISSIER, Rédacteur à la *Lumière électrique.* In-8, avec 124 figures; 1892.. 5 fr.

JANET (**Paul**), Professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble. — **Premiers principes d'Électricité industrielle.** *Piles. Accumulateurs. Dynamos. Transformateurs.* In-8, avec 173 figures; 1893...... 6 fr.

Ce Livre s'adresse à toute personne désireuse d'acquérir quelques idées fondamentales, précises, dans cette Science appliquée, aujourd'hui de si vaste étendue, l'Electricité; de changer en idées modernes, actuelles, le bagage suranné du vieil enseignement qui a disparu il y a si peu de temps, enfin de se mettre au courant des principes essentiels pour pénétrer plus avant dans l'étude des phénomènes électriques et de leurs applications. Il s'adresse aussi aux étudiants de nos Facultés et Ecoles, qui y trouveront peut-être quelque secours pour s'habituer à voir le sens physique des choses et le côté pratique d'une Science dont ils connaissent la théorie.

LODGE (**O**), Professeur à l'University College de Liverpool. — **Les théories modernes de l'Électricité.** *Essai d'une théorie nouvelle.* Traduit de l'anglais et annoté par *E. Meylan,* Ingénieur civil. In-8, avec figures; 1891.. 5 fr.

MASCART (**E.**), Membre de l'Institut, Professeur au Collège de France, Directeur du Bureau Central météorologique. — **Traité d'Optique.** 3 volumes grand in-8 avec Atlas, se vendant séparément.

TOME I : *Systèmes optiques. Interférences. Vibrations. Diffraction. Polarisation. Double réfraction.* Avec 199 figures et 2 pl.; 1889. 20 fr.

TOME II et ATLAS : *Propriétés des cristaux. Polarisation rotatoire. Réflexion vitrée. Réflexion métallique. Réflexion cristalline. Polarisation chromatique.* Avec 113 figures et Atlas cartonné contenant 2 belles planches sur cuivre dont une en couleur (Propriétés des cristaux, Spectre solaire, Phénomènes de polarisation chromatique et rotatoire); 1891. Prix pour les souscripteurs.. 24 fr.

Le texte est complet; mais l'Atlas du Tome II ne sera envoyé qu'ultérieurement aux souscripteurs, en raison des soins et du temps nécessités par la gravure.

TOME III : *Polarisation par diffraction. Propagation de la lumière. Photométrie. Réfractions astronomiques.* Avec 85 figures......... 20 fr.

THOMSON (**Sir William**) [**Lord Kelvin**], L. L. D., F. R. S., F. R. S. E., etc., Professeur de Philosophie naturelle à l'Université de Glasgow, et membre du Collège Saint-Pierre, à Cambridge. — **Conférences scientifiques et allocutions.** *Constitution de la matière.* Ouvrage traduit et annoté sur la 2e édition, par M. P. LUGOL, Agrégé des Sciences physiques, Professeur au Lycée de Pau; avec des *Extraits de Mémoires récents de* Sir W. THOMSON *et quelques Notes* par M. BRILLOUIN, Maître de Conférences à l'École Normale. In-8, avec figures; 1893................ 7 fr. 50 c.

WITZ (**Aimé**). — **Problèmes et Calculs pratiques d'Électricité** (ÉCOLE PRATIQUE DE PHYSIQUE). In-8, avec figures; 1893........ 7 fr. 50 c.

TABLE DES MATIÈRES.

JUILLET 1893.

19309 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME II. — AOUT 1893.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
11, RUE RATAUD, 11.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* parait chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les vingt premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, se vendent séparément .... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

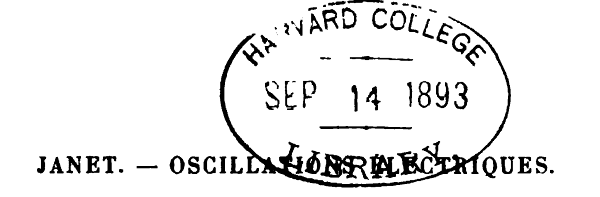
Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale .... 15 fr.
Autres pays .... 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.



SUR LES OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES DE PÉRIODE MOYENNE;

PAR M. P. JANET.

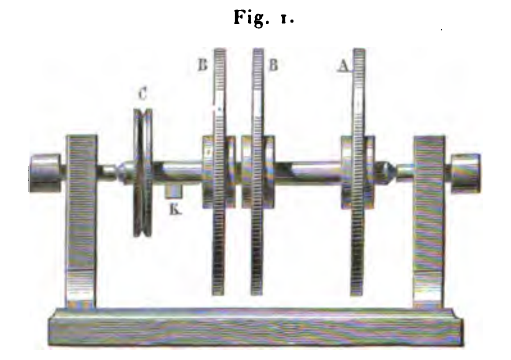
On sait depuis longtemps déjà que les courants qui naissent ou cessent dans un système de conducteurs, présentant des conditions convenables de capacité et de self-induction, peuvent affecter la forme oscillatoire; cette découverte capitale, due à Lord Kelvin et à von Helmholtz, prend de jour en jour une importance plus grande : c'est elle qui a été le germe des belles expériences de Hertz et à qui, par conséquent, nous serons prochainement redevables de la synthèse définitive destinée à unir dans une même explication les phénomènes de l'Optique et de l'Électricité; c'est elle aussi qui a permis à Tesla de réaliser ses expériences si brillantes et si originales et d'ouvrir peut-être ainsi, dans le domaine de la pratique, un champ nouveau à la production artificielle de la lumière.

Ces récents travaux, que je viens de rappeler en quelques mots, ont porté l'attention de la plupart des physiciens du côté des hautes fréquences; on a pu, par des moyens purement électriques, réaliser des oscillations dont la durée ne dépasse pas $\frac{1}{1000000000}$ de seconde, et étudier leurs propriétés; l'importance des résultats obtenus et à obtenir explique cette tendance, et il est probable que les savants qui se sont engagés dans cette voie y trouveront encore de nombreuses et fécondes découvertes. Néanmoins il nous a paru qu'il y avait encore quelque intérêt à reprendre l'étude des oscillations à périodes relativement lentes (quelques $\frac{1}{10000}$ de seconde environ). Les expérimentateurs qui se sont jusqu'ici occupés de telles oscillations, et parmi lesquels je citerai Feddersen, Blaserna, Bernstein, Schiller et Mouton, ont surtout cherché à déterminer avec précision leur période et leur décrément logarithmique, et ont en général négligé l'étude approfondie de leur forme, c'est-à-dire, en définitive, de la manière dont les différentes grandeurs électriques (intensité ou différence de potentiel) varient avec le temps; c'est à ce point de vue surtout qu'ont été instituées les expériences suivantes.

I. — Disposition générale des mesures.

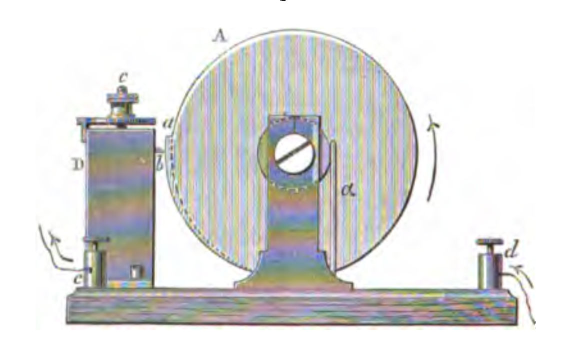
L'appareil fondamental dans les recherches de ce genre est un disjoncteur convenable; le pendule interrupteur d'Helmholtz, qui d'ailleurs est un instrument délicat et compliqué, n'existe, à ma connaissance, dans aucun laboratoire français; je me suis arrêté au disjoncteur tournant de M. Mouton ([1]). Cet appareil se compose (*fig.* 1) de trois roues A, B, B montées sur le même axe

Fig. 1.



auquel on peut donner un mouvement de rotation rapide à l'aide de la poulie C; une seule des roues B est utilisée dans les recherches actuelles. La roue A (*fig.* 2), en bronze ([2]), porte une

Fig. 2.



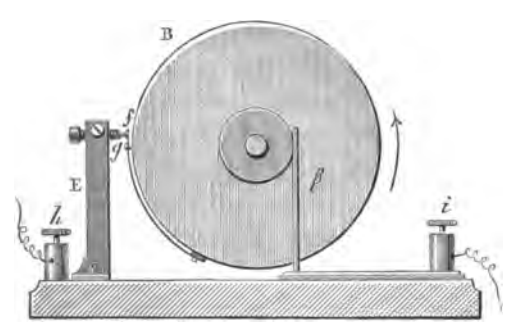
([1]) Cet appareil, qui appartient au laboratoire de Physique de l'École Normale supérieure, m'a été confié, avec la plus extrême obligeance, par M. Violle.

([2]) Je décris l'appareil tel qu'il est actuellement, après quelques modifications de détails que je lui ai fait subir.

came excentrique *a* qui vient, à chaque tour, établir un contact avec un couteau en platine iridié *b*. Ce couteau est lui-même porté par une pièce massive D et peut recevoir de petits mouvements verticaux à l'aide d'une vis micrométrique *c* qui donne le cinquantième de millimètre. Le courant entre par la borne *d* et le ressort frotteur α, et sort par la borne *e*.

Tout ce système est soigneusement isolé. La roue B (*fig.* 3), dans le modèle primitif, portait un long ressort *f* terminé par un couteau. Je l'ai remplacé par un couteau fixe en platine vissé sur la roue; ce couteau établit à chaque tour un contact très court avec un autre couteau semblable *g*. Le couteau *g* est, dans le modèle actuel, muni de tous les moyens de réglage en hauteur et en


Fig. 3.



travers. Les communications sont prises au moyen des bornes *h* et *i*. Supposons que les choses soient réglées de telle sorte que le contact *fg* ait lieu au moment précis de la rupture en *ab* (c'est ce point que nous prendrons pour origine des divisions du micromètre). Soulevons la vis *c* d'une quantité *l*, et cherchons l'intervalle de temps qui s'écoule entre la rupture *ab* et le contact *fg*. Soient *d* la distance de *a* à l'axe (distance qui s'obtient aisément, l'appareil étant démonté, à la machine à diviser), *n* le nombre de tours par seconde. En une seconde, le point *a* parcourt un chemin $2\pi dn$; par suite, le temps qui s'écoule pendant qu'il parcourt le chemin *l* est $\frac{l}{2\pi dn}$. En observant que chaque division du micromètre vaut 0,002, le temps correspondant au déplacement d'une division de la vis micrométrique est $\frac{1}{1000\pi dn}$. On a environ $d = 5$,

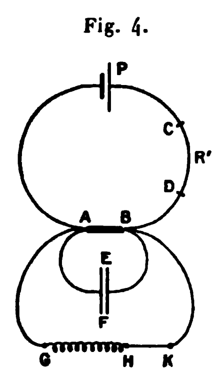
de telle sorte qu'en adoptant la vitesse très modérée correspondant à $n = 2$, on peut évaluer avec la plus grande facilité $\frac{1}{30000}$ de seconde, et il est possible d'aller beaucoup plus loin.

La seule difficulté que l'on rencontre dans ces mesures de petits intervalles de temps est le maintien d'une vitesse constante pour l'appareil; j'ai mis fort longtemps avant d'y parvenir; le procédé auquel je me suis arrêté est le suivant : le moteur est une petite turbine (*Chicago's top*) qui fonctionne très régulièrement sous la pression normale des eaux de la ville; cette turbine met en mouvement, d'une part, le disjoncteur, après réduction de vitesse convenable obtenue à l'aide d'une double poulie; de l'autre, un régulateur de Foucault. Ce régulateur a un double but : il s'oppose d'abord aux petites variations accidentelles de vitesse qui se produiraient constamment, de plus il sert d'indicateur pour maintenir la vitesse rigoureusement constante pendant toute la durée d'une série, et même pour retrouver la même vitesse à plusieurs jours d'intervalle. Pour cela, un viseur à lunette est pointé à poste fixe sur le régulateur et, au moyen d'un robinet sensible placé sous la main de l'observateur, dans le voisinage même des appareils de mesure électrique, on règle le courant d'eau de telle sorte que le même point du régulateur vienne toujours se placer sous le fil du réticule. On peut ainsi, même pendant qu'une expérience est en train, intervenir constamment pour maintenir la vitesse constante, le régulateur s'opposant d'ailleurs à toute variation à courte période.

Voyons maintenant dans quelles conditions nous produirons les oscillations à étudier. L'appareil que nous venons de décrire est éminemment propre à produire, à un instant bien déterminé, une rupture brusque, puis, après un temps très court et connu, un contact instantané. Pour utiliser ces propriétés, nous avons été conduit à la disposition suivante (*fig.* 4). Le circuit d'une pile P se ferme sur une résistance CD $= R'$ très grande et un court circuit AB. Aux bornes A et B du court circuit sont reliés : 1° un condensateur EF; 2° un circuit dérivé AGHKB d'une résistance totale égale à R. Ce circuit lui-même comprend deux parties : 1° une bobine GH de résistance r_1 et de self-induction L; 2° une résistance r_2 prise sur une boîte et ne présentant pas de

self-induction sensible. Dans la plupart des mesures, on s'arrange de sorte que $r_1 = r_2 = r$; la boîte ne donnant pas les fractions d'ohm, on arrive à l'égalité rigoureuse au moyen d'un rhéostat de Wheatstone. La température de la bobine est maintenue constante au moyen d'un serpentin où circule un courant d'eau continu. Cela posé, au temps o, on rompt brusquement le court circuit AB, et l'on se propose d'étudier, en fonction du temps, les différences de potentiel e_1 et e_2 qui existent : 1° entre G et H; 2° entre H et K. Le rapprochement de ces deux fonctions du temps permet, comme nous le montrerons plus loin, d'aborder un certain nombre de questions intéressantes.

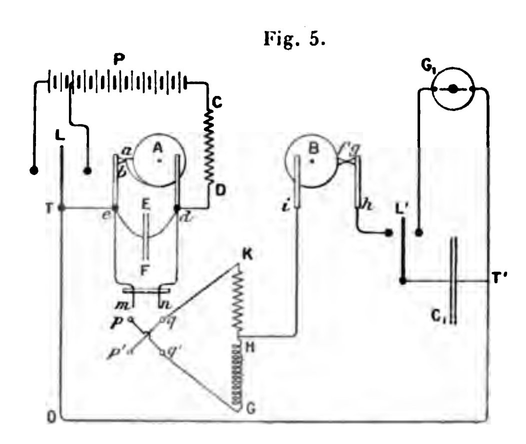
Fig. 4.



Voyons maintenant comment dans la pratique est réalisé ce plan d'expériences. Le courant est fourni (*fig.* 5) par une batterie d'accumulateurs P, sur laquelle on peut, au moyen du commutateur L, prendre 2 ou 12 éléments en tension, suivant les cas; le court circuit AB de la *fig.* 4 est obtenu au moyen de la came *a* et du couteau *b*; aux bornes *d*, *e* sont reliés : 1° le condensateur EF; 2° le circuit dérivé GHK. Les godets à mercure p, q, p', q' permettent de faire entrer le courant soit par G, soit par H sans changer le sens des charges du condensateur EF. Si l'on suppose le point T relié à la terre, on voit que le point d'entrée du courant dans le circuit dérivé sera toujours au potentiel zéro. Supposons qu'il s'agisse d'étudier e_1 en fonction du temps (différence de potentiel entre GH), on a soin de placer *mn* en *pq*, de manière que G soit au potentiel zéro, et alors tout revient à étudier les variations du potentiel en H. Pour cela, le point T (et par

suite G) est mis en communication avec l'une des armatures d'un condensateur auxiliaire C_1 de 1 microfarad. Le point H est mis en relation avec l'autre armature de ce condensateur par l'intermédiaire du disque B, du contact instantané fg et de la clef à

Fig. 5.



décharge L'. Si x est le nombre de divisions dont on a tourné la vis micrométrique à partir de l'origine, le condensateur C se charge sous une différence de potentiel égale à celle qui existe au temps $\frac{x}{1000\pi dn}$ entre les points G et H. On attend une minute pour être assuré que la charge est complète, et l'on mesure cette charge en déchargeant le condensateur c_1 dans le galvanomètre G_1; on obtient une impulsion y, et l'on a

$$e_1 = ky_1.$$

On aurait de même

$$e_2 = ky_2.$$

Pour avoir au galvanomètre des impulsions du même ordre de grandeur, le courant est emprunté en réalité, dans le premier cas, à deux, dans le second à douze accumulateurs en tension, en sorte que les grandeurs directement comparables sont y_2 et $y_1 = 6y'_1$, y'_1 étant l'impulsion directement observée.

II. — Des oscillations électriques.

Admettons, pour un instant, que le condensateur EF soit un condensateur parfait. Nous désignerons sous ce nom un conden-

sateur tel qu'il existe, aussi bien pendant le régime variable que pendant le régime permanent, un rapport rigoureusement constant (capacité) entre ses charges et les différences de potentiel de ses armatures. Soit C la capacité ainsi définie. Il est alors facile d'établir l'équation du courant dans la branche dérivée GHK (*fig.* 4) qui nous intéresse. Appelons, en effet, I l'intensité dans la branche PB, i dans la branche BkGA, i' dans la branche BEF. On a, à chaque instant,

$$I = i + i'. \tag{1}$$

D'autre part, soit V le potentiel, au temps t, du point B et, par suite, de l'armature correspondante du condensateur qui lui est reliée par un conducteur sans résistance; soit E la force électromotrice de P, et supposons, comme plus haut, A maintenu au potentiel zéro. On a les équations évidentes

$$I = \frac{E - V}{R'}, \tag{2}$$

$$V = Ri + L\frac{di}{dt}. \tag{3}$$

Soit Q la charge du condensateur :

$$Q = CV,$$

$$i' = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dV}{dt}. \tag{4}$$

Le problème revient à éliminer V, I, i' entre les équations (1), (2), (3), (4).

On obtient facilement l'équation différentielle du deuxième ordre

$$CLR'\frac{d^2 i}{dt^2} + (CRR' + L)\frac{di}{dt} + (R + R')i = E. \tag{5}$$

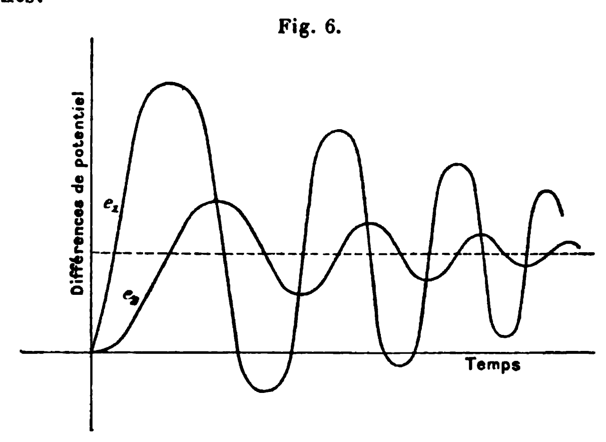
On voit immédiatement que le courant sera oscillatoire si les racines de la caractéristique sont imaginaires, c'est-à-dire si l'on a

$$(CRR' - L)^2 - 4CLR'^2 < 0. \tag{6}$$

Cette inégalité permet de se placer à coup sûr dans des conditions où les oscillations se produiront; si, en effet, on effectue

les mesures dans des conditions telles que l'inégalité soit sûrement satisfaite (et, pour s'en assurer, il suffit d'avoir une connaissance même très grossière des quantités qui y entrent), on trouve que les différences de potentiel e_1 et e_2 sont oscillatoires ; elles sont représentées dans la *fig.* 6, qui est purement schématique. Cette première recherche nous fournit quelques particularités intéressantes : en premier lieu, nous pouvons vérifier ce fait, qui résulte immédiatement des lois fondamentales de l'induction, que la courbe e_1 passe exactement par les maxima et minima de la courbe e_2 ; en second lieu, la courbe e_1 présente des parties négatives, dans lesquelles il est curieux, quoique fort naturel d'ailleurs, de voir le courant remonter dans le sens des potentiels croissants.

Fig. 6.



Revenons à l'équation (5).

Dans le cas où le courant est oscillatoire, l'intégrale générale de cette équation est de la forme

$$i = i_0 + e^{-\alpha t}(A\cos\beta t + B\sin\beta t), \tag{7}$$

en posant

$$\alpha = \frac{CRR' + L}{2CLR'}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{4CLR'^2 - (CRR' - L)^2}}{2CLR'}. \tag{8}$$

Pour déterminer les constantes A et B, nous observerons qu'à l'origine des temps on a $i = 0$; on a aussi $Q = 0$, d'où $V = 0$, et,

d'après (3), $\left(\frac{di}{dt}\right)_0 = 0$. On doit donc avoir

(9) $$0 = i_0 + A.$$

D'autre part,

$$\frac{di}{dt} = -\alpha e^{-\alpha t}(A \cos\beta t + B \sin\beta t) + \beta e^{-\alpha t}(-A \sin\beta t + B \cos\beta t);$$

d'où

(10) $$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = -A\alpha + B\beta = 0.$$

De (9) et (10), on tire

$$A = -i_0, \qquad B = -\frac{\alpha}{\beta} i_0.$$

En portant ces valeurs dans (7), il vient

(11) $$i = i_0\left[1 - e^{-\alpha t}\left(\cos\beta t + \frac{\alpha}{\beta}\sin\beta t\right)\right].$$

Telle est la valeur théorique de la fonction qui lie l'intensité i au temps. De là, nous tirons

$$u = \frac{i_0 - i}{i_0} = e^{-\alpha t}\left(\cos\beta t + \frac{\alpha}{\beta}\sin\beta t\right).$$

Cette fonction est intéressante à considérer, en ce sens qu'elle est indépendante de E et ne contient qu'un rapport d'intensités, ce qui nous dispense de toute mesure absolue. Les maxima et minima ont lieu pour les valeurs de t données par l'équation

$$\sin\beta t = 0, \qquad t = \frac{m\pi}{\beta}.$$

Les valeurs correspondantes de u sont

(12) $$u = \pm e^{-m\frac{\alpha\pi}{\beta}} = (-1)^m e^{-m\frac{\alpha\pi}{\beta}},$$

m étant un entier quelconque.

Nous sommes maintenant en état de faire, au moins dans les grandes lignes, une comparaison entre la théorie et l'expérience.

Les quantités qu'il est possible de déterminer expérimentalement avec précision sont les résistances et le coefficient de self-induction ([1]). On adoptait en général, pour les résistances, les valeurs

$$R = 500, \qquad R' = 20\,000.$$

Le coefficient de self-induction, mesuré soit par la méthode de Lord Rayleigh, soit par une méthode particulière, sur laquelle nous reviendrons plus loin, a pour valeur

$$L = 0,65.$$

Le condensateur employé étant non pas un condensateur à air, mais un condensateur à mica, nous devons faire les plus grandes réserves non seulement sur la valeur, mais encore sur l'existence même d'une capacité bien définie et indépendante de la charge pendant la période variable. N'attachons donc aucune importance à la valeur nominale de cette capacité, et tâchons de la déterminer expérimentalement (si elle existe). Pour cela, mesurons sur les courbes le premier maximum de u

$$u_1 = -e^{-\frac{\alpha\pi}{\beta}}.$$

Dans cette équation, nous pouvons considérer C comme la seule inconnue et résoudre par rapport à C : si l'on peut admettre pour C une valeur véritablement constante et indépendante de la charge, c'est à coup sûr celle-là qu'il faudra adopter. La valeur de C étant ainsi connue, on peut construire la courbe théorique de i en fonction du temps. Or, en opérant ainsi, on trouve, dans le cas où le condensateur employé est un condensateur à mica, que la courbe calculée s'écarte sensiblement de la courbe observée, tout en reproduisant les principales circonstances révélées par l'expérience. Il y a donc quelque phénomène dont nous n'avons pas tenu compte dans le calcul. En reprenant ce calcul, nous trouvons que le seul point discutable consiste à admettre l'existence d'un rapport constant (capacité) même pendant la

([1]) Toutes les unités adoptées sont des unités pratiques.

période variable, entre les charges et les différences de potentiel. Si un tel rapport n'existe pas, la théorie est infirmée; la marche à suivre maintenant se présente donc d'elle-même; nous allons nous efforcer de diriger nos calculs, en vue précisément de savoir si réellement, pendant la période variable, la capacité est constante ou non; nous allons montrer qu'un examen judicieux des courbes précédemment obtenues nous amènera à la solution de cette question.

III. — Hystérésis et viscosité diélectrique du mica.

Proposons-nous d'évaluer à chaque instant : 1° la différence de potentiel V qui existe entre les deux armatures du condensateur EF; 2° la charge Q de ce condensateur. Si le condensateur était *parfait* (*voir* plus haut), le rapport $\frac{Q}{V}$ devrait être constant et représenterait sa capacité; nous avons à rechercher s'il en est ainsi :

1° On a

$$(13)\qquad V = e_1 + e_2 = k(y_1 + y_2).$$

2° L'équation (2) donne

$$(2)\qquad I = \frac{E}{R'} - \frac{V}{R'}.$$

Appelons I_0 l'intensité finale qui règne dans le circuit PBKGAP (*fig.* 4) lorsque le régime permanent est établi, et soit y_0 l'impulsion au galvanomètre due à la différence de potentiel qui existe alors entre H et K; on a

$$(14)\qquad \frac{E}{R'} = I_0\left(1 + \frac{R}{R'}\right) = \frac{k}{r} y_0\left(1 + \frac{R}{R'}\right).$$

D'autre part,

$$(15)\qquad \frac{V}{R'} = \frac{k}{R'}(y_1 + y_2).$$

Tenons compte dans (2) des équations (14) et (15), il vient

$$I = \frac{k}{r}\left(1 + \frac{R}{R'}\right) y_0 - \frac{k}{R'}(y_1 + y_2).$$

D'ailleurs

$$i = \frac{k}{r} y_2;$$

par suite,

$$i' = I - i = \frac{k}{rR'} [(R + R')y_0 - r(y_1 + y_2) - R'y_2'].$$

y_0 est une constante connue; y_1 et y_2 sont donnés en fonction de la division x du micromètre, x étant proportionnel au temps.

Construisons une courbe ayant pour abscisse x et pour ordonnée la fonction connue de x

$$u = (R + R')y_0 - ry_1 - (R' + r)y_2.$$

Mesurons sur le papier quadrillé les aires q de cette courbe à partir de l'origine

$$q = \int_0^x u\, dx.$$

q est ainsi connu en fonction de x.

Posons d'autre part

$$v = y_1 + y_2.$$

Enfin construisons une dernière courbe en prenant pour abscisse v et pour ordonnée q. Si nous observons que v et q représentent, en unités arbitraires, les valeurs simultanées des différences de potentiel et des charges du condensateur, nous voyons que si, pendant la période variable, le condensateur présentait une capacité constante, cette courbe serait simplement une ligne droite passant par l'origine. Or, si l'on effectue la série de calculs indiqués, on trouve qu'il n'en est rien; la courbe présente très nettement la forme suivante (*fig.* 7).

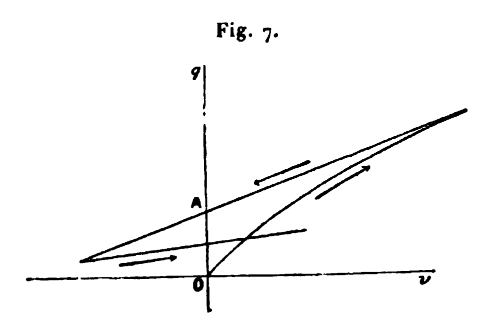
Il n'est pas inutile de remarquer, avant d'aller plus loin, que tous ces résultats sont obtenus sans aucune hypothèse; les seules lois dont nous nous sommes servi dans nos calculs sont : la première loi de Kirchhoff et la loi d'Ohm. Nous n'avons même pas eu besoin d'avoir recours aux lois de l'induction.

Si nous examinons attentivement la courbe représentée dans la *fig.* 4, nous voyons qu'elle peut s'interpréter, indépendamment de toute hypothèse, de la façon suivante, qui est une pure traduction des faits :

Dans un condensateur à diélectrique solide, soumis à des oscillations rapides, il y a un retard des charges sur les différences de potentiel; autrement dit, à différences de potentiel égales, les charges sont moins grandes pour les potentiels croissants que pour les potentiels décroissants.

A quoi devons-nous attribuer ce retard? Un grand nombre de phénomènes physiques présentés par les solides offrent un caractère analogue. On peut les rattacher à deux causes : l'hystérésis et la viscosité; la première étant indépendante de la vitesse des

Fig. 7.



cycles parcourus, la seconde, au contraire, dépendant uniquement de cette vitesse. Ces deux causes sont réunies ici, et notre étude actuelle ne permet pas de les distinguer l'une de l'autre; nous ne trancherons donc pas actuellement cette question délicate, tout en nous réservant d'y revenir plus tard, car il entre dans notre plan d'expériences de tenter de l'éclaircir au moyen de cycles lentement parcourus. Nous devons, cependant, rappeler ici que, en se fondant sur des comparaisons et des expériences fort ingénieuses, et en développant la théorie des diélectriques hétérogènes de Maxwell, M. Hess nie d'une manière absolue l'hystérésis des diélectriques pour ne conserver que leur viscosité. Mais, je le répète, l'expérience seule peut trancher cette question difficile.

IV. — Vérification de la théorie; nouvelle méthode de mesure des coefficients de self-induction.

Puisque nous devons renoncer, pour la période variable, à la notion de capacité, dans quel sens faudra-t-il chercher une con-

firmation expérimentale rigoureuse de la théorie des oscillations électriques?

La première idée qui se présente consiste à employer un condensateur à air : s'il existe un condensateur parfait, c'est, à coup sûr, celui-là. Il est vrai que deux physiciens anglais, Trowbridge et Sabine ([1]), attribuent même à l'air une certaine viscosité diélectrique. Mais c'est là une opinion qu'il ne faut pas considérer comme définitive; c'est encore à l'expérience qu'il faut avoir recours pour trancher la question, et c'est dans ce but que j'ai entrepris une nouvelle série de mesures, actuellement en cours d'exécution, sur un condensateur à air, par la méthode exposée plus haut (III).

Mais, même avec un condensateur à mica présentant toutes les complications de l'hystérésis ou de la viscosité, il n'est pas impossible d'obtenir des vérifications très précises de la théorie. C'est ce point que j'exposerai maintenant.

Reprenons les équations

$$e_1 = ri + L\frac{di}{dt}, \qquad e_2 = ri$$

ou

$$ky_1 = ri + L\frac{di}{dt}, \qquad ky_2 = ri.$$

Retranchons membre à membre, et remplaçons $\frac{di}{dt}$ par $\frac{k}{r}\frac{dy_2}{dt}$; il vient

$$L = r\frac{y_2 - y_1}{\frac{dy_2}{dt}}.$$

Ainsi le rapport

$$r\frac{y_2 - y_1}{\frac{dy_2}{dt}}$$

doit être constant, *en vertu des seules lois de l'induction*, et indépendamment de toute notion de capacité. Transformons ce rapport de manière à n'y laisser que les quantités données par l'expérience. Soit x la division de la vis micrométrique qui correspond au temps t; y_1 et y_2 sont des fonctions connues de x

---

([1]) *Phil. Mag.*, 1re série, t. XXX, p. 323.

que nous pouvons représenter par deux courbes. Écrivons alors

$$L = r \frac{y_2 - y_1}{\frac{dy_2}{dx} \frac{dx}{dt}}.$$

Posons $\frac{dx}{dt} = a$. On a

$$a = 1000\pi\, dn;$$

a est donc connu. Nous avons donc à vérifier simplement que le rapport

$$\frac{y_2 - y_1}{\frac{dy_2}{dx}},$$

c'est-à-dire le rapport de la différence des ordonnées des deux courbes au coefficient angulaire de la tangente à l'une d'elles est constant. Cette constante, multipliée par $\frac{r}{a}$ qui est connu, donnera L. Nous sommes donc là en possession d'une nouvelle méthode de mesure des coefficients de self-induction.

Cette méthode, dans toute sa généralité, comporterait assez peu de précision. Nous emploierons de préférence l'artifice suivant.

Observons que, la fraction $\frac{y_2 - y_1}{\frac{dy_2}{dx}}$ devant rester constante, au maximum de son numérateur correspond nécessairement le maximum de son dénominateur. Il nous suffira donc de chercher d'une part le maximum de $y_2 - y_1$, de l'autre le coefficient angulaire maximum de la tangente à la courbe y_2, c'est-à-dire le coefficient angulaire de la tangente au point d'inflexion. La courbe y_2 dans les environs de ce point se confondant sensiblement avec une ligne droite, cette mesure pourra se faire graphiquement avec une grande précision. Nous obtenons de la sorte deux valeurs assurément simultanées de $y_2 - y_1$ et de $\frac{dy_2}{dx}$ sans avoir à nous préoccuper de savoir si ces valeurs correspondent bien à une même abscisse : nous sommes d'ailleurs dans de bonnes conditions expérimentales, ayant à mesurer deux grandeurs dans le voisinage d'un

maximum. Nous avons à vérifier que la fraction

$$r\frac{(y_2-y_1)_{\max}}{a\left(\frac{dy_2}{dx}\right)_{\max}}$$

est constante, et que cette valeur constante est précisément celle du coefficient de self-induction de la bobine GH.

Voici maintenant les résultats obtenus :

Capacité nominale du condensateur.	L.
mf	
0,1	0,63
0,1	0,65
0,1	0,64
0,2	0,67
0,2	0,64
0,3	0,65
Moyenne	0,65

Le même coefficient, mesuré par la méthode connue de Lord Rayleigh, a été trouvé égal à 0,65 (moyenne de plusieurs mesures concordantes). La vérification est donc aussi satisfaisante que possible.

Ainsi, nous avons pour ainsi dire dégagé, dans le phénomène complexe des oscillations troublé par l'hystérésis et la viscosité du diélectrique, les circonstances les plus simples, et nous avons reconnu que, tant qu'il est possible de ne pas toucher à la notion de capacité, la théorie se vérifie exactement; c'est à l'expérience maintenant de nous donner des renseignements plus complets sur le rôle exact de cette capacité dont la variation avec la charge et le temps complique si singulièrement les phénomènes.

POINT DE FUSION DE LA GLACE AU CONTACT DE CORPS GAZEUX;

PAR M. K. PRYTZ.

I. — Recherches expérimentales.

Si l'on place un morceau de glace humide dans un espace contenant un gaz, l'eau qui couvre la surface de la glace absorbera un peu de ce gaz. La glace est ainsi en contact, non plus avec de l'eau pure, mais avec une solution dont le point de congélation est inférieur à celui de l'eau pure. La glace a donc un point de fusion qui varie d'après la nature de l'atmosphère où elle se trouve.

Ce qui m'a amené à examiner cet état de choses, c'est que je cherchais des moyens de conserver longtemps une température constante, inférieure au point de congélation de l'eau, mais voisine de ce point. Mes premiers essais ont porté sur des solutions salines saturées, qui, en théorie, ont un point fixe de congélation. Mais, ici, la tendance d'une solution à cumuler la surfusion et la sursaturation va contribuer à abaisser le point de congélation, en sorte que le seul moyen d'obtenir le point normal de congélation est d'agiter fortement et de faire largement surabonder et sel et glace à l'état de fine division. Entre autres solutions, j'ai examiné aussi de l'eau traversée par des bulles d'acide carbonique pendant qu'elle gelait, et j'ai été amené ainsi à écarter l'eau et à lancer un courant gazeux parmi des morceaux de glace dont j'entourai le thermomètre, à l'instar de ce qui se pratique pour la détermination du zéro thermométrique. J'ai trouvé alors que le gaz faisait son effet, le thermomètre baissant avec une rapidité frappante et montrant ensuite une grande fixité tant que l'on continuait à faire circuler le gaz à travers la glace.

D'un côté, cela m'avait fait atteindre d'une manière très satisfaisante le premier but où je visais, mais en même temps je trouvais là une méthode pour déterminer le point de congélation d'une solution dans certains cas et dans des circonstances beaucoup plus favorables qu'en suivant la méthode ordinaire. D'après cette dernière, le point de congélation se détermine, comme on

le sait, par le maximum indiqué par le thermomètre, lorsque, après une surfusion rendue aussi faible que possible, le thermomètre monte pour redescendre quand on prolonge la formation de la glace. Cette détermination est entachée de défauts de méthode, outre l'inconvénient observé depuis longtemps, savoir que la concentration augmente avec une intensité inconnue, puisqu'il doit nécessairement se former de la glace pendant l'expérience.

Voici ce qui se passe durant une pareille expérience. Au début de la formation de la glace, la température hausse; mais cette température n'atteint son degré constant que si l'on agite très vivement, la formation de la glace ne se propageant dans une solution qu'avec une faible vitesse : au sein de la solution il peut y avoir, même dans le voisinage de la glace, des surfusions locales. On ne peut guère douter que la majeure partie du liquide ne soit en surfusion, alors même que la température se maintient constante; car, elle-même, cette constance de température dépend d'une surfusion, sans laquelle, en effet, la température monterait jusqu'à son maximum, sur quoi elle baisserait avec une vitesse décroissante, et non croissante comme elle l'est au début. Que la température se maintienne quelque temps constante, on ne peut expliquer ce fait qu'en admettant, non point un état d'équilibre, mais un état stationnaire dans lequel la chaleur que dégage la formation de la glace est égale à la chaleur communiquée durant le même temps aux corps environnants; mais ce résultat exige une formation de glace relativement abondante, et la condition pour cela, c'est une surfusion prolongée. Dans les commencements du temps où la température se maintient constante, le liquide est surfusionné; lorsque, vers la fin, la surfusion cesse ou est presque arrêtée, la concentration a fait de nouveaux progrès, grâce à la formation abondante de la glace.

Lui aussi, le thermomètre peut occasionner des erreurs dans la détermination en question. La capillarité aura pour effet que l'indication du thermomètre retarde quand il descend. Ce sont des erreurs assez considérables qui peuvent en résulter; j'ai observé bien des fois qu'un thermomètre de Beckmann, divisé en centièmes de degré et qui restait stationnaire en apparence, pouvait manifester une variation subite très notable, de même 0°,01,

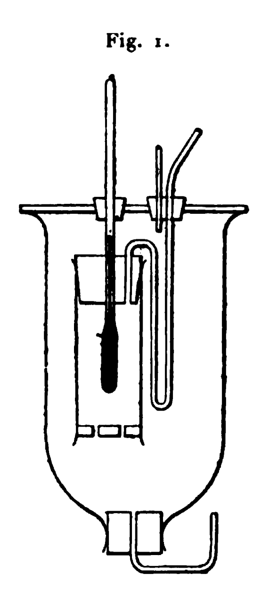
quand je secouais le thermomètre en le frappant avec le doigt. On voit aisément que ceci peut entraîner des erreurs considérables quand on détermine, par la méthode ordinaire, de petites dépressions du point de congélation. Le zéro se détermine dans l'eau pure, où la hausse qui suit la surfusion n'est elle-même suivie d'aucun abaissement de température, et où, par conséquent, le thermomètre peut à loisir prendre son niveau définitif. Dans l'expérience suivante, qui porte sur la solution, il reste au contraire un doute sur la suffisance du temps accordé au thermomètre pour achever la dernière hausse sous la réaction de la capillarité, avant la baisse subséquente. La constance de la température est vraisemblablement aussi partiellement solidaire de cette particularité du thermomètre.

Ces erreurs inhérentes au procédé, qui l'une et l'autre tendront à indiquer une température trop basse, n'entachent pas ma méthode précitée; les deux déterminations, tant celle de l'eau que celle de la solution, sont parfaitement statiques. On doit se rappeler que, dans la glace, il n'y a pas d'autre eau que la mince couche qui couvre la surface de tout morceau de glace; le gaz insufflé chasse l'air de l'espace qu'il occupait; la mince couche d'eau se sature promptement de ce gaz, ce qui va causer une fusion; mais l'eau qui vient de se former s'écoule sous l'entraînement du courant gazeux lancé de haut en bas. Peu à peu le refroidissement gagne tous les morceaux de glace, et, quand il est à bout, la fusion cesse et la température se maintient parfaitement constante, du moins elle ne varie qu'avec la hauteur barométrique (*voir* plus loin). Il ne peut se produire ici ni surfusion, car la solution se trouve partout en contact intime avec la glace, ni sursaturation, car le gaz aussi se trouve présent partout et à l'état libre. Du reste, les deux anomalies sont écartées par le fait que l'expérience a lieu à une température décroissante.

La forme définitive de l'appareil que j'ai employé est présentée dans la figure ci-jointe (*fig.* 1). On renverse un récipient de machine pneumatique et on le couvre d'une plaque en verre épais formant obturateur hermétique à l'aide d'un enduit gras. Cette plaque est percée de deux trous dans l'un desquels est placé un thermomètre divisé en centièmes. La partie inférieure de ce thermo-

mètre est entourée d'un tube de verre, large d'environ 4^{cm} et long d'environ 7^{cm}, suspendu à la tige à l'aide d'un bouchon perforé, tandis que l'orifice inférieur est muni d'un bouchon percé de trous et arrêtant la glace intérieure. On remplit de glace concassée tant ce tube que la cloche qui l'entoure.

Fig. 1.



Les tubes d'entrée et de sortie sont installés comme le montre la figure. Le gaz est injecté d'abord de haut en bas à travers la glace intérieure, puis sort par le fond et remonte en traversant la glace extérieure, le tuyau d'écoulement placé au bas de la cloche étant intercepté par l'eau. Alors, la température une fois devenue constante, il n'y aura pas de fusion dans l'enceinte intérieure. Après avoir monté l'appareil, on l'emmaillote entièrement de ouate, en sorte que seul le thermomètre est visible. Quand il n'y a pas d'inconvénient à laisser échapper le gaz dans le local où l'on opère, on peut enlever la plaque de verre, ce qui facilite le remplissage à la glace. Le thermomètre est surveillé à la lunette.

On conduit l'expérience comme suit. On laisse d'abord séjourner le thermomètre dans la glace pure, jusqu'à ce que son indication soit devenue constante et impressionnable à l'agitation (*voir*

p. 353). Ensuite on fait entrer le gaz, ordinairement en le faisant passer en bulles à travers l'eau, pour en estimer la vitesse, d'abord rapidement, puis avec lenteur, et l'on observe la descente du thermomètre, jusqu'à ce qu'il soit redevenu stationnaire et insensible quand on l'agite.

C'est avec une rapidité surprenante que l'action du gaz se manifeste dans la plupart des cas. Le thermomètre peut, en quelques minutes, en arriver à quelques millièmes de degré près à son indication définitive. Les substances examinées se trouvent portées au Tableau ci-dessous.

A. Gaz.

	Dépressions relatives observ.	Dépressions relatives réduites.	Dépressions absolues observ.	Dépressions absolues calculées.	Coefficient d'absorpt.	Chaleur d'absorpt.
Acide carbonique CO^2......	0,146	0,146	0,156	0,158	1,809	134
Protoxyde d'azote N^2O.....	0,104	0,105	0,115	0,116	1,310	»
Hydrogène sulfuré SH^2.....	0,378	0,382	0,392	0,377 (?)	4,403 (?)	134
Chlorure de méthyle $ClCH^3$.	0,193 0,199	0,198 0,200	0,209	»	»	»
Gaz d'éclairage............	0,008	0,008	0,018	»	»	»
Azote Az..................	—0,0010	0,0010	0,0089	0,0095	0,024	»
Oxygène O.................	0,0020	0,0020	0,0019	0,0117	0,050	»
Air.......................	»	»	»	0,0099	»	»

Les quatre premières colonnes contiennent les dépressions, la première celles que j'ai observées directement et qui, dans la seconde colonne, sont réduites à la pression de 760^{mm}. Les nombres de la troisième colonne sont les dépressions absolues, c'est-à-dire les dépressions correspondant à 760^{mm} et comptées du point de congélation de l'eau pure à la pression zéro; j'ai trouvé, comme je le montrerai plus tard, que ce point est de $0°,0099$ supérieur au point de congélation dans l'air. Dans la quatrième colonne se trouvent les valeurs que j'ai calculées pour les dépressions absolues, l'expression théorique en étant donnée plus loin dans l'équation (2). Les cinquième et sixième colonnes contiennent les valeurs, employées dans le calcul, du coefficient et de la chaleur d'absorption.

Les changements de température extrêmement petits, dus à

l'azote et à l'oxygène, furent mesurés à l'aide de la vis micrométrique d'un cathétomètre dont la lunette fut braquée sur le ménisque de la colonne mercurielle et sur chacune des deux divisions entre lesquelles se trouvait ce sommet. La mise au point de la lunette ne pouvait pas atteindre une grande précision, parce qu'on visait à travers deux épaisseurs de verre. Pendant que le thermomètre séjournait dans la glace au contact de l'air, j'ai fait quatre relevés, après l'avoir agité chaque fois. Voici les valeurs que j'ai trouvées pour la hauteur thermométrique (le thermomètre a un zéro arbitraire) : 0,7667, 0,7662, 0,7662, 0,7658, dont la moyenne est

0,7662.

Puis je fis passer de l'azote dans la glace. Je n'observai aucun changement de température, avant que le thermomètre fût agité, mais cela fait il y eut une hausse perceptible. Quatre observations donnèrent 0,7671, 0,7674, 0,7671, 0,7674, dont la moyenne est

0,7672.

L'azote donna donc une dépression apparente de 0°,0010.

On insuffla alors de l'oxygène : le thermomètre baissa visiblement. Quatre observations donnèrent 0,7646, 0,7643, 0,7646, 0,7639, dont la moyenne est

0,7642,

en sorte que l'oxygène donne une dépression de 0°,0020.

D'après le Tableau, la dépression absolue atteint, selon mes calculs, pour l'azote : 0°,0095 et pour l'oxygène : 0°,0117, ce qui fait trouver pour l'air : 0°,0099, d'où une dépression relative de —0°,0004 pour l'azote et de 0°,0018 pour l'oxygène. Ces valeurs concordent, autant qu'on pouvait l'attendre, avec les dépressions observées.

Le zéro d'un thermomètre est défini par le point de fusion de la glace au contact de l'air à la pression de 760^{mm}. Comme je l'ai montré, le point de fusion est à + 0°,0099 centigrades dans le vide, tandis que, dans l'eau pure, à la pression de 760^{mm}, il se trouve, d'après la formule de J. Thomson et Clausius, 0°,0076 au-dessous de 0°,0099, c'est-à-dire à + 0°,0023. La correction à

appliquer dans la détermination du zéro thermométrique, à cause de l'influence de la pression atmosphérique p sur le point de fusion de la glace, est donc $\frac{p-760}{760} \cdot 0^\circ,0099$.

L'influence de l'air sur la glace extérieure du calorimètre à glace suffit sans doute à expliquer le défaut d'équilibre existant dans cet appareil, quand on n'évite pas cette influence par des moyens spéciaux.

B. Vapeurs.

J'ai examiné l'action qu'exercent sur le point de fusion de la glace les vapeurs de liquides soit réputés insolubles dans l'eau, soit solubles dans l'eau à un certain titre seulement. Les liquides examinés sont la benzine, le sulfure de carbone, l'éther. On fit barboter un courant d'air dans une provision du liquide qui était à la température ordinaire : de là le mélange d'air et de vapeur traversa la glace; on était donc bien sûr que l'air de la glace était saturé de vapeur. Comme la majeure partie de la substance qui traverse est de l'air, et que la hauteur barométrique est sans influence sur l'action de la vapeur, je n'ai fait aucune correction aux dépressions observées et que voici :

Benzine (C^6H^6)	0,036
Sulfure de carbone (CS^2)	0,090
Éther ($C^4H^{10}O$)	3,768

Ces substances étaient données pour pures, la benzine comme exempte de thiophène. L'action de l'éther avait un cachet spécial. Pour ne pas fondre une trop grande quantité de la glace intérieure, je fis d'abord passer la vapeur seule à travers la glace extérieure; quand le refroidissement commença à affecter le thermomètre, le courant fut lancé par la voie ordinaire. Ce dernier jet n'avait pas duré deux minutes, et la température avait baissé de 3°. Au bout de quinze minutes, la température était devenue constante.

II. — Recherches théoriques.

Quand un vase clos contient un gaz et une substance présente à la fois à l'état solide, liquide et gazeux, le corps composé qui

en résulte, et qu'on suppose en équilibre de température, présente dans son état thermodynamique des propriétés assez particulières. De même que dans le cas d'un liquide en contact avec sa vapeur saturée ou d'un solide au contact de sa substance en fusion, les isothermes du corps composé en constituent également les isobares. C'est que le point de fusion du solide dépend de la quantité de gaz dissoute dans le liquide; mais le rapport de solubilité dépend de la pression. La température est donc exclusivement une fonction de la pression.

Si l'on diminue adiabatiquement le volume du corps, la pression augmentera, le liquide absorbera plus de gaz, ce qui abaisse le point de fusion et doit entraîner la fusion partielle du solide : c'est pourquoi l'effet de la compression est de refroidir le corps. Un afflux de chaleur isotherme réduit le volume du corps. Un apport de chaleur sous volume constant diminuera la pression. Ces relations sont analogues à celles de la glace en présence d'eau.

Soumet-on le susdit corps composé à un cycle isothermoadiabatique, on obtient, puisque la pression dépend uniquement de la température,

$$\frac{dT}{dP} = -\frac{T}{I}\left(\frac{dv}{dQ}\right)_T.$$

Ici, T est la température absolue; P, la pression indiquée en unités absolues; I, l'équivalent mécanique de la chaleur; dQ, l'afflux de chaleur correspondant à l'expansion isotherme dv. Si π est la pression de la vapeur saturée sur le corps solide à T°, le gaz exercera une pression $P - \pi$. Appelant respectivement g et γ les densités respectives du gaz et de la vapeur par rapport à l'hydrogène, désignons respectivement par v_1, v_2 et φ les volumes d'unité de poids du solide, de la solution et de la vapeur. Appelons k le titre de la solution, défini par le rapport entre la quantité de substance dissoute et la quantité du dissolvant.

L'afflux de la quantité de chaleur dQ fait supposer la fusion d'une quantité de la substance solide di, la vaporisation d'une quantité de liquide du et le dégagement d'une quantité de gaz dl. La dilatation qui y correspond est

$$dv = (v_2 - v_1)\,di + (\varphi - v_2)\,du.$$

Comme dl et du à l'état gazeux occupent le même volume,

on a

$$\frac{dl}{g(P-\pi)} = \frac{du}{\gamma\pi};$$

en outre

$$dl = -k\,di + k\,du,$$

ce qui donne

$$di = -\frac{1}{k}\left[\frac{g(P-\pi)}{\gamma\pi} - k\right]du,$$

$$dv = \left[(v_1 - v_2)\frac{g(P-\pi)}{k\gamma\pi} + \varphi - v_1\right]du.$$

L étant la chaleur latente de fusion, D la chaleur latente de vaporisation du liquide et U la chaleur d'absorption du gaz, on obtient pour l'afflux de chaleur dQ

$$dQ = L\,di + D\,du + U\,dl$$
$$= \left[-\frac{g(P-\pi)}{k\gamma\pi}L + D + L + \frac{g(P-\pi)}{\gamma\pi}U\right]du.$$

Les valeurs trouvées ainsi pour dv et dQ donnent

$$(1)\qquad \frac{dT}{dP} = -\frac{\left[v_1 - v_2 + \frac{k\gamma\pi(\varphi - v_1)}{g(P-\pi)}\right]T}{\left[L - \frac{k\gamma\pi}{g(P-\pi)}(L+D) - kU\right]1}.$$

Si la loi d'absorption d'Henry est applicable, on a

$$k = \frac{\beta g(P-\pi)}{10^6 . 1{,}014}a,$$

où a est le coefficient d'absorption rapporté à l'unité de poids du dissolvant; β est le poids spécifique de l'hydrogène à 760^{mm} de pression et 0° centigrade. En transportant dans (1) l'expression de k, appelant ρ le poids spécifique de la vapeur et r celui du gaz, tous deux à T° et à des pressions respectives π et $P-\pi$, on obtient

$$(2)\qquad \frac{dT}{dP} = -\frac{\left[v_1 - v_2 + (1 - v_1\rho)\frac{T}{273}a\right]T}{\left[L - \frac{T}{273}a\rho(L+D) - \frac{T}{273}arU\right]1}.$$

Composons cette équation avec la loi de M. Raoult du point de congélation des solutions étendues. M. Van't Hoff a déduit pour

cette loi une expression théorique, savoir

$$dT = -\frac{1{,}014 . 10^6 T^2}{273 . 0{,}0000448\, LT} dn,$$

où dn signifie le nombre de molécules dissoutes dans 1^{gr} d'eau. Quant à la comparaison, il faut se rappeler que dans (2) la dépression est due tant à la variation de la pression qu'à la variation de la quantité de gaz dissoute. Si l'on a affaire à des solutions étendues, (2) devient

$$(3) \qquad dT = -\frac{(v_1 - v_2) T}{LT} dT - \frac{T^2 a}{273\, LT} dT.$$

Le premier membre du binôme (3) donne l'influence directe de la pression, tandis que le second membre est la dépression dans le sens ordinaire du mot. En substituant $a\,dT$ à dn on voit aisément que le second membre est identique à l'expression de M. Van't Hoff.

M. Planck [1] a déjà démontré qu'on peut déduire cette expression sans faire des hypothèses sur la pression osomtique ou sur les parois imperméables. Toutefois les approximations qu'il introduit limitent l'application de ses calculs aux solutions étendues. Dans mes expressions (1) et (2) on n'a introduit ni hypothèses ni approximations; cependant les expressions n'ont rapport qu'à des solutions des corps qui sont volatiles à l'état libre. Mais pour ces corps (1) donnera la loi complète du point de congélation des solutions concentrées ou étendues, si l'on connaît le k en fonction de T et de P.

Quant aux nombres donnés, au Tableau de la page 357, sous le titre *calculés*, je les ai trouvés par l'équation (2) en me servant des coefficients d'absorption de l'acide carbonique, du protoxyde d'azote et de l'hydrogène sulfuré, d'après M. Bunsen [2], de ceux de l'azote et de l'oxygène d'après MM. Bohr et Boch [3], ainsi que la chaleur d'absorption de l'acide carbonique et de l'hydrogène

---

(1) PLANCK, *Wiedemann's Annalen*, t. XXXII, p. 499; 1887.

(2) BUNSEN, *Gasom. Meth.*

(3) BOHR et BOCK, *Overs. over d. K. D. Vidensk. Selsk. Forh.*, p. 84; 1891. — *Wied. Ann.*, t. XLIV, p. 318; 1891.

sulfuré, telle que l'a déterminée M. Jul. Thomsen ([1]). Pour le chlorure de méthyle, je ne connais pas les valeurs de a et de U. Le terme de l'équation (2) dans lequel rentre la chaleur d'absorption, n'a, dans les cas considérés ici, qu'une importance subordonnée qui, pour le N^2O, le N et l'O, est insignifiante. J'ai posé dans ce calcul la chaleur latente de fusion de la glace égale à 79,4 et l'équivalent de la chaleur en mesure absolue égal à $10^6.4,2$. Comme on le voit, il y a bonne concordance entre l'expérience et le calcul à l'égard de l'acide carbonique et du N^2O. Le coefficient d'absorption est, en matière de calcul, la quantité décisive ; pour l'acide carbonique, la détermination de ce coefficient effectuée par M. Bunsen s'est trouvée, à l'inverse de ce qui a lieu pour plusieurs autres gaz, confirmée par des recherches postérieures (*voir* Bohr et Bock, *loc. cit.*). Au contraire, les dépressions trouvées par le calcul pour l'hydrogène sulfuré concordent assez mal avec celles que donne l'expérience, et le signe de l'écart fait croire que le coefficient d'absorption est trop faible. Or, selon toute probabilité, la valeur trouvée par M. Bunsen pour ce coefficient, est aussi trop petite. Elle a été déterminée par lui ou plutôt par MM. Schönfeld et Carius, en faisant barboter le gaz dans l'eau pendant deux heures, après quoi la quantité absorbée sera déterminée analytiquement; on ne contrôla point jusqu'où la saturation était arrivée, et il me paraît fort douteux que l'eau ait été réellement saturée.

En fait de températures définies avec certitude, on n'a eu jusqu'ici que les points de congélation et d'ébullition de l'eau. Les autres points de congélation et d'ébullition, dont on a disposé en deçà des limites ordinaires de la température, sont déterminés par des substances dont on ne peut guère garantir parfaitement la pureté. Les points de fusion de la glace dans divers gaz nous donnent aujourd'hui une série de températures inférieures au point de congélation de l'eau, parfaitement définies et restant indéfiniment constantes. Il est bien certain qu'un gaz comme l'acide carbonique peut être procuré aussi pur que l'eau (on doit se rappeler que la vapeur d'eau dans le gaz est ici sans influence). En mélangeant un

([1]) Jul. Thomsen, *Thermochem. Untersuchungen*, t. III, p. 195.

des gaz avec une quantité connue d'un autre gaz, par exemple l'azote, on peut en outre faire varier à volonté la température. Jusqu'ici j'ai peu examiné des mélanges gazeux.

Les susdites températures constantes, très rapprochées mais en dessous du point de congélation de l'eau, peuvent acquérir de l'importance dans l'étude du point de congélation de solutions, ce point pouvant être déterminé statiquement, si l'on prend à contrepied la méthode ordinaire de façon à déterminer la concentration qui correspond à un point de congélation donné. En effet, si, dans un espace où le froid se maintient à un degré constant, on place un récipient qui contienne la solution et un peu de glace, il y aura échange de chaleur et, par suite, congélation ou fusion de la solution, jusqu'à ce que le titre soit précisément celui qui correspond à la température constante comme point de congélation.

Comme le point de fusion de la glace dans un mélange de deux gaz est déterminé exclusivement par la pression atmosphérique et les quantités respectives des ingrédients, on peut, dans plusieurs cas, déterminer ces quantités en observant le point de fusion. La même observation peut aussi servir, si l'on veut former un mélange à proportions définies, en faisant circuler ce mélange à travers la glace et variant l'addition de l'un des gaz, jusqu'à ce qu'on obtienne le point de fusion qui correspond aux proportions voulues du mélange. En somme, l'observation du point de congélation de la glace dans un mélange gazeux est l'un des moyens extrêmement peu nombreux dont on dispose pour apprécier, en différents cas, par un seul relevé instantané la relation de mélange entre gaz.

Si l'on fait passer le gaz dans une eau contenant de la glace, le point de congélation de l'eau doit finalement atteindre la même température que le point de fusion de la glace dans ce gaz. Si l'on connaît ce point de fusion, l'observation de l'eau peut servir de signe caractéristique pour le moment où l'eau est saturée du gaz. On peut obtenir par là des renseignements sur la durée de la saturation quand on étudie l'absorption. Du reste, la détermination du point de fusion dans le gaz sert à déterminer rapidement, à l'aide de l'équation (2), le coefficient d'absorption à la température du point de fusion.

MESURES OPTIQUES D'ÉTALONS D'ÉPAISSEUR;

PAR M. MACÉ DE LÉPINAY.

Les recherches dont je me propose d'entretenir la Société de Physique sont encore inachevées. Elles ont pour but l'étude complète d'une série d'étalons d'épaisseur, dont la moitié est destinée au Bureau international des Poids et Mesures; les autres le sont à la Faculté des Sciences de Marseille. Ces étalons sont en quartz, parallèles à l'axe, tous tirés du même bloc, en même temps qu'un prisme à arêtes parallèles à l'axe, et ont été taillés avec une grande exactitude par M. Werlein. Leurs épaisseurs sont de 2, 4, 6, 8, 10 et 20^{mm}. Chacun d'eux est en double.

La méthode optique employée repose sur l'observation des franges de Talbot. Elle est identique comme principe à celle que j'ai décrite il y a quelques années (*Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 305), mais l'amélioration des appareils m'a permis d'une part d'accroître considérablement le degré de précision obtenu, et de l'autre d'étudier directement des lames de 20^{mm} d'épaisseur. L'emploi d'un autre réseau me permettrait, si cela était nécessaire, d'aller beaucoup plus loin.

Sur le trajet du faisceau de lumière qui traverse un appareil spectroscopique quelconque, introduisons une lame à faces parallèles, d'épaisseur e_t, d'indice N_t, de telle sorte qu'elle soit traversée normalement par la moitié du faisceau.

Le spectre obtenu est sillonné de franges noires, qui sont (à quelques particularités près, étudiées par Airy et M. Mascart, mais qui n'en modifient point les positions), dues à l'interférence des deux mouvements vibratoires qui ont traversé des épaisseurs égales de la substance étudiée pour l'un, d'air, d'indice $\nu_{t,\text{H}}$ pour l'autre, et qui présentent en se croisant, dans le plan focal de la loupe d'observation, une différence de marche

$$\Delta = (N_t - \nu_{t,\text{H}})e_t.$$

Si nous posons

$$\Delta = P\frac{\lambda}{2},$$

λ étant la longueur d'onde dans le vide, P peut être considéré

comme une fonction continue de la longueur d'onde Λ, fonction dont les valeurs entières impaires correspondent aux milieux des franges noires obtenues.

La relation

$$P\frac{\Lambda}{2} = (N_t - \nu_{t,H})e_t$$

nous permettra de calculer e_t et par suite e_0, si nous connaissons les valeurs numériques des divers termes qui entrent dans cette formule. Les seuls dont j'aurai à parler spécialement sont P et N_t; les autres : indice de l'air en fonction de la température et de la pression; variation de l'indice du quartz (rayon ordinaire) en fonction de la température; dilatation du quartz, sont connus avec toute la précision nécessaire grâce aux recherches de MM. Mascart, René Benoît et Dufet. Quant à Λ, j'ai admis provisoirement, pour la radiation utilisée (milieu du groupe D), la valeur

$$5{,}894722 \times 10^{-5} \text{ centimètres},$$

qui résulte de mes propres recherches (¹).

L'appareil employé, solidement installé sur des piliers en briques, est simplement constitué par une fente de 1^{mm} de hauteur, un réseau concave de Rowland, de 2^{m} de rayon, et un oculaire micrométrique. Le spectre, produit par diffraction normale, est assez étalé pour que l'on ait pu observer et mesurer des franges qui ont atteint le nombre de vingt entre les deux raies D. La lumière solaire, renvoyée par un prisme à réflexion totale porté par un héliostat, traversait un gros foucault qui permettait de n'utiliser que le rayon ordinaire dans le quartz, puis une lentille de 95^{cm} de distance focale qui la concentrait sur la fente. L'image solaire ainsi obtenue étant exactement centrée sur la fente et les observations se faisant au voisinage de midi, les longueurs d'onde ne se trouvent modifiées ni par la rotation de la Terre autour du Soleil, ni par celle de ce dernier sur lui-même (Mascart, *Optique*, t. III, p. 106).

Le quartz est recouvert de papier noir qui ne laisse à découvert

---

(¹) J'espère pouvoir, avant l'achèvement même de cette étude, mettre à profit les résultats des remarquables recherches de M. Michelson.

qu'un millimètre carré au voisinage du milieu de l'un des bords. C'est l'épaisseur moyenne corrrespondante que l'on mesure [1]. La lame était enfermée dans une boîte métallique percée d'ouvertures convenables et contenant le réservoir d'un thermomètre étalonné.

La marche d'une expérience consiste à relever au micromètre les positions des deux raies D, lorsque le faisceau traverse en totalité d'abord l'air, puis la lame; amenant ensuite cette dernière dans la position convenable, on relève les positions de douze franges encadrant l'une et l'autre de ces raies. Soit x la valeur entière et impaire de P qui correspond à l'une de ces franges, on déduit de ces mesures, par interpolation, la valeur de P qui correspond à chacune des raies D et par suite à leur milieu. C'est ainsi que quatre déterminations relatives à l'une des lames de 2^{cm} ont conduit aux résultats suivants :

Milieu du groupe D.	t.	H.
	°	c
$P = x + 28,041$	23,22	76,04
$x + 28,075$	23,22	76,04
$x - 28,029$	23,02	75,97
$x + 28,119$	23,02	75,97

On en déduit, en admettant

$$N_0 = 1,5447737 \quad \text{(voir plus loin)}$$

et

$$x = 36859$$

les valeurs suivantes à 0° de l'épaisseur moyenne dans la région étudiée :

$$
\begin{array}{rl}
 & \quad \text{c} \qquad \mu \\
e_0 = & 1,9965.83 \\
 & 1,9965.88 \\
 & 1,9965.83 \\
 & 1,9965.85 \\
\hline
\text{Moyenne...... } e_0 = & 1,9965.85 \quad (^2)
\end{array}
$$

---

(1) Une fois le travail de polissage achevé, les lames ont été rognées de 2^{mm} sur trois côtés pour atténuer les irrégularités des surfaces au voisinage des bords.

(2) Ce nombre doit être diminué de $0^{\mu},04$ pour tenir compte de ce que la lame était traversée par un faisceau légèrement divergent.

Les erreurs n'atteignent que quelques centièmes de micron. Les autres lames ont conduit à des résultats analogues.

Il est nécessaire d'entrer dans quelques détails au sujet de la détermination de x (nombre entier impair) et de N_0.

Celle de x ne présente aucune difficulté; j'ai pu en effet éviter l'emploi de la méthode sûre, mais longue et pénible, que j'ai décrite antérieurement (*Journ. de Phys.*, 2e série, t. V, p. 405). Il m'a suffi de déterminer, par comparaison avec mes anciens étalons (en faisant usage du sphéromètre Brünner de la Faculté des Sciences de Marseille), les épaisseurs approchées des nouvelles lames aux points étudiés. Si l'on remarque qu'une erreur de 2 unités sur x correspond à une erreur de $1^\mu,08$ sur l'épaisseur et que le sphéromètre permet de connaître cette dernière à $0^\mu,2$ près environ, on voit que x est connu, dans chaque cas, avec une certitude absolue.

La détermination de l'indice est, de toutes, la plus délicate; elle a nécessité trois mois d'études préliminaires.

La Faculté des Sciences de Marseille est redevable au talent bien connu des frères Brünner, et à une généreuse subvention du Ministère de l'Instruction publique, d'un magnifique goniomètre spécialement construit pour ces recherches. Il est à cercle répétiteur de 32^{cm} de diamètre, divisé en $5'$. Les lectures se font au moyen de deux microscopes à oculaires micrométriques, dont les tambours divisés permettent de lire directement les $2''$ et d'estimer les $0'',2$. La lunette a 4^{cm} d'ouverture et 40^{cm} de distance focale. Le collimateur est indépendant, afin de permettre d'effectuer des lectures dans tous les azimuts, mais repose sur la même plate-forme que le reste de l'appareil. Une mesure complète d'un angle est conduite naturellement de manière à utiliser la totalité de la division du limbe, quoique les irrégularités, très faibles, en aient été étudiées en détail, ainsi que celles des divisions des deux micromètres.

Le prisme est bien taillé. En me repérant sur les déplacements en hauteur des images de la fente produites par réflexion sur les trois faces, j'ai pu constater que la somme des angles dièdres formés par les plans tangents aux centres de ces trois faces ne différaient pas de $0'',01$ de 180°. J'ai montré, dans un précédent travail, comment on pouvait, en partant de cette remarque et en prenant

la moyenne des mesures d'indices effectuées en utilisant successivement les trois dièdres du prisme, éliminer l'influence des erreurs commises individuellement sur les valeurs des trois angles réfringents (*Journ. de Phys.*, 2e série, t. VI, p. 190). Je n'y reviendrai pas.

La principale difficulté, signalée par M. Cornu, étudiée par lui-même et par M. Carvallo, réside dans l'influence sur les mesures de déviations minima de la courbure des faces. J'ai mis à profit, pour la faire disparaître, les précieuses indications de M. Carvallo, en excentrant le prisme sur la plate-forme du goniomètre de telle sorte que l'axe du faisceau lumineux entrât et sortît par les centres des deux faces utilisées. La meilleure preuve de l'exactitude avec laquelle on peut faire disparaître cette cause d'erreur est dans la concordance des nombres obtenus dans des expériences complètement indépendantes.

Une autre difficulté provient de l'influence de la température. Dans le cas des franges de Talbot, les effets de la dilatation de la lame lorsque la température s'élève et de la diminution simultanée de l'indice se compensent presque exactement; il suffit alors de connaître la température à quelques dixièmes de degré près. Des précautions minutieuses sont au contraire nécessaires, lors des mesures d'indice, car ce dernier varie de 6 unités du sixième ordre décimal par degré centigrade. Le prisme repose sur un cylindre de bois et est enfermé dans une boîte à double enveloppe pleine d'eau, dans laquelle plongent un agitateur et le réservoir d'un thermomètre étalonné. Cette boîte, recouverte d'une couche épaisse de feutre, n'était percée que des deux ouvertures nécessaires pour le passage de la lumière, ouvertures qui restaient fermées pendant deux heures au moins avant une mesure par d'épaisses portes de bois que l'on n'ouvrait que pendant le temps strictement nécessaire. C'est grâce à ces précautions que l'on a pu obtenir les nombres suivants, résultant de séries complètement indépendantes d'expériences :

$$
\begin{aligned}
N_0 = {} & 1,5447739 \\
& 1,5447726 \\
& 1,5447736 \\
& 1,5447748
\end{aligned}
$$

On voit que la valeur de $N - \nu$ peut être considérée comme connue à $\frac{1}{6000000}$ près environ.

Il reste encore, pour compléter l'étude de ces étalons, à déterminer, pour chacun d'eux, les courbes d'égale épaisseur. L'emploi, pour séparer convenablement les faisceaux interférents, des parallélépipèdes de Fresnel (1) me permettra, j'ai pu m'en convaincre, de mener à bien cette étude; il ne s'agit plus d'ailleurs que d'effectuer des mesures différentielles.

CONTRIBUTION A LA THÉORIE DE L'ÉLECTROLYSE PAR COURANTS ALTERNATIFS;

PAR M. RICARDO MALAGOLI (2).

1. En 1891, M. Mengarini a publié sur ce sujet une théorie dont le principe fondamental seul peut être conservé. Il consiste à admettre que les phénomènes d'électrolyse produits par les courants alternatifs doivent être considérés comme une succession d'autant d'électrolyses élémentaires, qu'il y a d'alternances du courant. Il est donc nécessaire d'étudier le phénomène élémentaire en appliquant à une seule alternance les lois bien connues de l'électrolyse; puis d'intégrer par rapport au nombre des alternances que le courant fait dans un temps quelconque.

2. Supposons qu'on dirige un courant alternatif à travers un voltamètre ayant ses électrodes égales et inattaquables par l'électrolyte et par les éléments de sa décomposition.

Puisque l'on n'a pas de formule pour exprimer les valeurs de la force électromotrice de polarisation d'un voltamètre même après qu'elle a atteint son maximum, il n'est pas possible d'appliquer le calcul pour déterminer la forme de *la courbe de régime de la force électromotrice de polarisation du voltamètre.*

La méthode que j'ai suivie pour cette détermination a été for-

---

(1) MASCART, *Journ. de Phys.* (1), t. III, p. 310.

(2) Résumé par l'auteur d'un Mémoire publié dans *La Lumière électrique*, t. XLVII, n° 10 et 13; 1893.

cément une investigation minutieuse de plusieurs cas particuliers.

Si $2T$ est la période du courant alternatif,

$$\int_0^T \mathrm{I}\, dt$$

est la quantité sq (s indiquant la surface active de chaque électrode) d'électricité qui passe dans le voltamètre pendant la demi-période; et puisque pour le même voltamètre et pour un électrolyte donné, la force électromotrice de polarisation est fonction seulement de q, nos considérations doivent se rapporter à cet élément.

Si q_0 représente la quantité d'électricité qui doit traverser la surface de 1^{mmq} de chaque électrode pour que le voltamètre atteigne son maximum de polarisation et si τ est l'intervalle de temps au bout duquel l'intensité I arrive à produire ce maximum, les différents cas qui peuvent se présenter sont

$$\begin{array}{ll} q < q_0, & \tau > T, \\ q_0 < q < 2q_0, & \frac{T}{2} < \tau < T, \\ q = 2q_0, & \tau = \frac{T}{2}, \\ q > 2q_0, & \tau < \frac{T}{2}. \end{array}$$

Dans les trois premiers cas il n'y a pas de décomposition électrolytique. Le voltamètre a pourtant une polarisation variable et, si l'on veut seulement tenir compte de la *forme stable de la courbe de régime de polarisation*, il en résulte qu'au commencement et à la fin de chaque alternance on a des polarités égales et de signe contraire, et que la polarité nulle correspond à l'instant $\frac{T}{2}$; de sorte que la première moitié de sq est employée à dépolariser le voltamètre et la seconde moitié à le polariser en sens contraire.

Si $q = 2q_0$ la polarisation initiale et la finale sont égales au maximum. Lorsqu'il n'y a pas d'électrolyse la courbe de polarisation est donc décalée d'un quart de période par rapport à celle de l'intensité du courant.

Si $q > 2q_0$, posant (comme on a dit)

$$sq_0 = \int_0^\tau \mathrm{I}\,dt,$$

dans l'intervalle de o à τ le voltamètre sera dépolarisé, et si

$$2sq_0 = \int_0^{\tau'} \mathrm{I}\,dt,$$

dans l'intervalle de τ à τ', le voltamètre acquerra la polarité contraire à l'initiale ; et dans l'intervalle de τ' à T de la phase élémentaire la décomposition électrolytique demeure possible. La courbe de polarisation aura donc, dans ce cas, un maximum à l'instant initial de chaque phase, et prendra le maximum de nom contraire après le temps τ', en le conservant jusqu'à l'instant T. Cette courbe a donc un décalage de τ par rapport à la courbe de l'intensité du courant, et ce décalage sera d'autant plus petit que q est plus grand.

3. Pour trouver les lois du phénomène il suffit de déterminer théoriquement la quantité de produits qui sont développés par l'électrolyse dans un intervalle de temps quelconque.

Supposons ici seulement (cas idéal)

$$\mathrm{I} = \mathrm{A} \sin \frac{\pi t}{\mathrm{T}}.$$

Si le régime stable de la polarisation est déjà obtenu, l'instant τ' de la phase élémentaire au bout duquel l'électrolyse commencera est déterminé par

$$2sq_0 = \mathrm{A} \int_0^{\tau'} \sin \frac{\pi t}{\mathrm{T}}\,dt,$$

d'où

$$\tau' = \frac{\mathrm{T}}{\pi} \arccos\left(1 - \frac{2s\pi q_0}{\mathrm{AT}}\right).$$

D'autre part, la quantité d'électricité à laquelle est proportionnelle le travail électrolytique, pendant la phase élémentaire du courant, est

$$\mathrm{Q}_0 = \int_{\tau'}^{\mathrm{T}} \mathrm{I}\,dt = \mathrm{A} \int_{\tau'}^{\mathrm{T}} \sin \frac{\pi t}{\mathrm{T}}\,dt = \frac{2\mathrm{AT}}{\pi}\left(1 - \frac{s\pi q_0}{\mathrm{AT}}\right).$$

En posant $\frac{1}{T} = n$, la quantité d'électricité qui pendant l'unité de temps traverse le voltamètre ayant le maximum de polarisation et donnant lieu à la production d'un travail électrolytique qu'on peut utiliser sera donc

$$\frac{2A}{\pi}\left(1 - \frac{\pi s q_0 n}{A}\right).$$

Finalement, si le phénomène dure Θ secondes et si k est l'équivalent électrochimique, la quantité de produits mis en liberté dans le voltamètre sera représentée par

$$Q = \frac{2A\Theta k}{\pi}\left(1 - \frac{\pi s q_0 n}{A}\right).$$

4. Donnons maintenant les résultats qui sont contenus dans la formule précédente, et qui sont (comme je l'ai montré dans le Mémoire) généraux. Il est bon de supposer que le courant parcourant le voltamètre est fourni par un transformateur alimenté par un alternateur quelconque, de façon que l'on peut admettre que le nombre d'alternances et les maxima de l'intensité du courant sont des variables indépendantes.

De la formule précédente, en remarquant qu'une valeur négative de Q n'a aucune signification, et posant

$$\frac{A}{s} = \delta,$$

nous pouvons conclure :

I. A chaque valeur de n correspond une valeur de la densité maxima δ du courant sur les électrodes, déterminée par

$$1 - \frac{\pi q_0 n}{\delta} = 0,$$

pour laquelle, ainsi que pour toute valeur inférieure, l'électrolyse est impossible.

II. Pour chaque valeur δ' du maximum de la densité du courant, supérieure à la limite précédente correspondant à une valeur fixe de n, le phénomène de l'électrolyse se produit encore même pour une fréquence plus grande du courant, mais il existe une limite

maxima n_0, déterminée par

$$1 - \frac{\pi q_0 n_0}{\delta'} = 0,$$

à partir de laquelle l'électrolyse cesse et demeure impossible pour toute valeur plus grande que n_0.

III. Ces limites dépendent de q_0 et diffèrent également avec la nature de l'électrolyte.

IV. Si l'on admet que la nature des électrodes n'a aucune influence sur la valeur de la force électromotrice de polarisation du voltamètre, pourvu qu'elles ne soient attaquables ni par l'électrolyte, ni par ses éléments, on en infère que les limites en question sont également indépendantes de la nature des électrodes.

V. Si l'on fait varier la surface des deux électrodes ainsi que la fréquence, de façon que le produit *sn* reste constant, la quantité de produits obtenus par la décomposition de l'électrolyte restera constante.

VI. Si l'on fait varier seulement les maxima de l'intensité du courant, les variations résultantes des produits ne sont pas proportionnelles.

VII. Si l'on fait varier proportionnellement les maxima de l'intensité et la surface des électrodes ou la fréquence du courant, les variations correspondantes de la quantité d'électrolyte décomposé ne sont pas (dans le cas général) rigoureusement proportionnelles.

VIII. Si l'on fait varier seulement la surface des électrodes ou la fréquence du courant, les produits obtenus varient en sens contraire.

IX. Si le courant est redressé, le régime stable de la polarisation est (comme pour le courant continu) représenté par une droite parallèle à l'axe des temps et, dans ce cas, les produits obtenus sont proportionnels à la quantité d'électricité totale traversant le voltamètre, celle qui sera employée pour la polarisation du voltamètre étant négligeable. Il en résulte que dans ce cas

la quantité d'électrolyte décomposée est plus grande que celle qui correspond au courant alternatif.

X. Si sur un même circuit on dispose plusieurs voltamètres égaux à électrodes inattaquables, et contenant des électrolytes différents, la quantité de produits obtenus dans chaque voltamètre ne suit pas les lois de Faraday pour l'électrolyse ordinaire puisque les quantités d'électricité dépensées dans les polarisations et dépolarisations des voltamètres sont différentes.

5. Toutes les lois expérimentales déterminées par M. Mengarini rentrent dans celles énoncées plus haut, en exceptant toutefois celle relative à la nature des électrodes, dont l'importance n'est du reste pas essentielle.

6. La formule que nous avons déterminée

$$Q = \frac{2A\theta k}{\pi}\left(1 - \frac{\pi s q_0 n}{A}\right),$$

et qui exprime la quantité de produits qui est mise en liberté pendant le temps θ sous l'action du courant

$$I = A \sin \frac{\pi t}{T},$$

peut être considérée maintenant comme l'interprétation pure et simple des résultats expérimentaux obtenus, et nous pouvons chercher une forme plus simple.

La quantité d'électricité qui traverse le voltamètre pendant une seule phase du courant est donnée par

$$Q_e = \int_0^T i\,dt = \frac{2AT}{\pi} = \frac{2A}{n\pi}.$$

Substituant dans l'expression de Q, nous aurons

$$Q = \theta n k (Q_e - 2 s q_0),$$

et comme sq_0 représente la quantité d'électricité qui doit traverser le voltamètre pour lui permettre d'atteindre le maximum de polarisation, si nous désignons cette quantité par Q_0, la for-

mule deviendra

$$Q = \theta nk(Q_e - 2Q_0),$$

où θn représente le nombre d'alternances contenues dans l'intervalle de temps considéré.

Cette nouvelle forme montre que :

La condition nécessaire et suffisante pour que le phénomène de l'électrolyse à courants alternatifs soit possible est que la quantité d'électricité qui traverse le voltamètre pendant une seule alternance du courant soit supérieure au double de celle qui est nécessaire pour communiquer au voltamètre le maximum de polarisation. La production électrolytique cesse dès que ces deux quantités sont égales, et la quantité d'électrolyte décomposée est proportionnelle à la différence de ces mêmes quantités.

O. WIENER. — Darstellung gekrümmter Lichtstrahlen und Verwerthung derselben zur Untersuchung von Diffusion und Wärmeleitung (Production des rayons curvilignes de lumière. Application à l'étude de la diffusion et de la conductibilité calorifique); *Wied. Ann.*, t. XLIX, p. 105; 1893.

Nous avons indiqué, M. Perot et moi-même, la possibilité d'appliquer, à l'étude des lois de la diffusion, l'observation de la trajectoire curviligne d'un rayon lumineux dans un système constitué par deux liquides miscibles superposés ([1]). La méthode beaucoup plus sensible de M. Wiener dérive du même principe : elle consiste à projeter sur un écran, au moyen d'une lentille à court foyer, et à travers une cuve à faces parallèles de peu d'épaisseur, contenant les liquides, l'image d'une fente inclinée à 45° ([2]). De

---

([1]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, sept. 1892. M. Wiener avait imaginé de son côté de rendre visible par fluorescence la trajectoire lumineuse dans les liquides et a, en février 1892, reproduit ses expériences devant la Société des Sciences naturelles d'Aix-la-Chapelle. Nos premières observations remontent à 1889. (*Comptes rendus des séances de l'Academie des Sciences*, t. CIX), et nos expériences ont été répétées en avril 1891 devant la Société scientifique et industrielle de Marseille.

([2]) Nous avons trouvé plus commode, en cherchant à répéter cette expérience, de concentrer la lumière sur un trou et de limiter le faisceau divergent qui en

ce que le rayon de courbure d'une trajectoire, au voisinage de son sommet, a pour valeur $\rho = \frac{n}{n'}\left(n' = \frac{dn}{dz}\right)$, on déduit que le déplacement vertical z du point où l'un des rayons vient rencontrer l'écran est

$$z = a\delta n',$$

δ étant l'épaisseur, supposée petite, de la cuve, à la distance du milieu de la cuve à l'écran, n' la dérivée de l'indice à la hauteur moyenne où la trajectoire traverse la cuve. La courbe obtenue, tangente à ses deux extrémités, à une même droite inclinée à 45° (image de la fente qui se produirait si la cuve contenait un liquide homogène), présente une partie très saillante, dirigée du côté du liquide le plus réfringent. La forme de cette courbe peut à un instant donné s'obtenir soit par un simple tracé à main levée, soit par la Photographie. Elle renseigne immédiatement sur la loi de variation de composition du liquide avec la hauteur et ses transformations successives sur la valeur du coefficient de diffusion. En particulier, l'aire f de la courbe, comprise entre la tangente commune aux extrémités et la verticale passant par un point donné, aire comptée à partir du point de contact supérieur avec cette tangente commune, est liée à l'indice n au point où la trajectoire a traversé la cuve par la relation

$$n = n_1 + \frac{\eta}{a\delta} f,$$

n_1 étant l'indice du liquide supérieur, η le rapport des distances de la lentille et de l'écran au milieu de la cuve. En appliquant cette formule à l'aire totale de la courbe, l'auteur a obtenu pour la valeur de la différence $n_2 - n_1$ des indices des liquides extrêmes des nombres concordant avec ceux déduits des mesures directes.

---

provient par une fente inclinée à 45°, fixée sur la face d'entrée de la lumière dans la cuve. On observe dans ces conditions un fait intéressant. Si l'on enlève la fente, l'écran étant suffisamment éloigné de la cuve, on constate que la lumière s'y trouve fortement concentrée dans une région nettement délimitée par deux bords horizontaux qui sont les intersections par l'écran de la surface caustique des trajectoires issues du point éclairant. On constate aisément de plus que la courbe de Wiener est tangente à ces deux bords; on en déduit, par un raisonnement simple, que l'œil d'un observateur situé à l'intérieur de la caustique doit voir une triple image du trou éclairant.

Quoique l'auteur n'ait eu pour but que d'étudier la méthode et non d'effectuer des mesures précises, il a pu vérifier plusieurs faits intéressants. Dans le cas de l'alcool et du sulfure de carbone, le sommet de la courbe (z maximum) se déplace progressivement vers le second de ces liquides : la diffusion est la plus rapide du sulfure de carbone vers l'alcool. Elle est de même la plus rapide de l'eau vers l'acide chlorhydrique; le coefficient de diffusion est par contre indépendant de la concentration dans le cas de l'eau et de l'ammoniaque. Ces résultats sont d'accord avec ceux de Scheffer, ainsi que les valeurs moyennes des coefficients de diffusion déduites de ces expériences.

La méthode est assez sensible pour permettre d'étudier la conductibilité de l'eau pour la chaleur, en superposant de l'eau à 7° et de l'eau à 53°. Le coefficient absolu de conductibilité a été trouvé égal à 0,0018; 0,0014; 0,0016; moyenne $0{,}0016 \cdot \frac{\overline{\text{cent}}^2}{\text{sec}}$ à 29° environ.

J. MACÉ DE LÉPINAY.

D. MAZOTTO. — Sui crioidrati delle miscele saline con una modificazione al termometro ad aria (Sur les cryohydrates des mélanges de sels et sur une modification du thermomètre à air); *Reale Istituto lombardo di Sc. e Lett. Rendiconti*, t. XXIII$_2$, p. 544-579 et 633-659; 1890.

L'auteur a examiné les mélanges, deux à deux, de neuf sels différents, savoir: les sulfates, chlorures et nitrates de potasse, de soude et d'ammoniaque. Pour chacun d'eux, il indique la préparation, l'analyse et la température de solidification des cryohydrates.

La méthode suivie pour la préparation des cryohydrates est celle même de Guthrie. Au lieu d'analyser, comme le faisait Guthrie, le résidu solide, l'auteur a de préférence analysé l'eau mère. Il a trouvé que la composition de l'eau mère est très voisine, mais un peu différente, de celle du résidu, ce qui a lieu aussi pour les cryohydrates d'un sel unique.

Les mélanges qui ont fourni la température la plus basse (— 31°,4) sont un mélange de chlorure de sodium et de nitrate

d'ammoniaque et un mélange de chlorure d'ammoniaque et de nitrate de sodium.

Les résultats généraux de ce travail sont les suivants :

Le point de solidification d'un cryohydrate est sensiblement égal (généralement un peu supérieur) à la somme des abaissements que les sels qui le constituent feraient éprouver séparément au point de solidification de toute la masse d'eau présente, et elle est toujours plus basse que celle des cryohydrates des sels séparés.

Le point de solidification est très fixe pour certaines solutions, moins fixe pour d'autres. Les solutions qui donnent un point fixe sont celles qui correspondent aux mélanges, capables, lorsqu'on les traite comme l'a indiqué Rudorff, de donner des solutions saturées.

Dans les mélanges de sels ayant des acides et des bases différents, il peut arriver, durant la cristallisation provoquée par un refroidissement, qu'un échange se produise entre les acides et les bases. Il en est ainsi lorsque de cet échange peut résulter le sel le moins soluble. Ce sel, alors, se dépose, et il entre dans la dissolution un troisième sel, outre les deux introduits primitivement.

Les solutions dans lesquelles se produit cet échange des éléments et que l'on peut qualifier d'instables correspondent à celles que Rudorff a signalées comme inaptes à produire des solutions saturées, et inversement celles où l'échange n'a pas lieu sont celles qui sont susceptibles de donner des solutions saturées.

Les expériences de l'auteur semblent confirmer la remarque déduite par Nernst de la théorie de Van' t Hoff, sur les solutions diluées, savoir que les sels, ayant un ion commun, diminuent réciproquement leur solubilité, quand ils se trouvent dans la même dissolution, alors que ceux dont les ions sont différents et incapables d'agir chimiquement la conservent inaltérée.

J. Pionchon.

G. GUGLIELMO. — Descrizione di un nuovo sferometro esatto e di facile costruzione (Description d'un nouveau sphéromètre exact et de construction facile); *Atti della R. Accad. dei Lincei*, t. II_1, p. 167-171; 1893.

Un cristallisoir contient un liquide (eau ou mercure), jusqu'à une hauteur marquée par une pointe *b*. Le support de la pointe *b* est déplacé verticalement d'une quantité égale à l'épaisseur qu'il s'agit de mesurer. Ce déplacement peut être réduit de la quantité de liquide qui doit être introduite dans le cristallisoir pour amener le niveau à la hauteur marquée par la nouvelle position de la pointe *b*.

Tel est le principe de l'appareil micrométrique que propose M. Guglielmo et dont il indique diverses applications.

S'il s'agit de mesurer la longueur d'un fil court, d'un cristal aciculaire, etc., et non plus l'épaisseur de corps pouvant être interposés entre le support de la pointe *b* et le couvercle du cristallisoir, on dispose ce fil ou ce cristal verticalement à l'intérieur du cristallisoir et l'on détermine la quantité de liquide qu'il faut employer pour établir l'affleurement successivement aux deux extrémités.

J. Pionchon.

G. GORE. — Relation entre la force électromotrice et la pression (*Phil. Mag.*, 5e série, t. XXXV, p. 97-113; février 1893).

Deux électrodes métalliques identiques sont fixées aux extrémités d'un tube de 3^m de longueur rempli d'un électrolyte et reliées aux bornes d'un galvanomètre Thomson très sensible. Le tube est maintenu horizontalement jusqu'à ce que l'aiguille du galvanomètre reste en repos, puis on le redresse brusquement et l'on observe la déviation de l'aiguille. Un très grand nombre d'expériences faites avec des électrodes de zinc, d'aluminium, de fer, de plomb, de platine, etc., et avec les solutions électrolytiques les plus diverses montrent que, dans la plupart des cas, un courant se produit et se maintient pendant plusieurs heures en traversant la solution de bas en haut. La différence de potentiel que présentent alors les électrodes est toujours très petite; elle est de $0^{volt},00572$

dans le cas d'électrodes de zinc plongeant dans une solution de chlorure de potassium, cas qui correspond à l'une des plus fortes déviations galvanométriques observées.

Pour s'assurer que la différence de potentiel est bien due à l'augmentation de pression produite dans le voisinage de l'électrode inférieure par le poids de la colonne liquide qui la surmonte, l'auteur a fait deux séries d'expériences. Dans l'une, la pression est maintenue la même dans le voisinage des deux électrodes par l'emploi d'un diaphragme placé à la partie inférieure du tube qui empêche le poids de la colonne liquide de produire une augmentation de pression. Dans l'autre série, les deux électrodes placées aux extrémités d'un tube horizontal sont soumises à des pressions différentes. Une déviation du galvanomètre a été observée avec cette dernière disposition; aucune n'a pu être constatée avec la première.

L'auteur explique ces résultats en supposant que la pression modifie la vitesse des molécules liquides, ce qui créerait une différence d'état moléculaire de l'électrolyte dans le voisinage des électrodes. L'énergie électrique se produirait dès lors aux dépens de l'énergie potentielle du liquide.

La force électromotrice observée dépendant de la nature des électrodes et de l'électrolyte, il résulte de ces expériences que la force électromotrice d'un couple à deux liquides doit varier avec la pression. Ce fait avait déjà été observé par M. Gilbault [1].

J. Blondin.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXVI; juillet 1893.

O. Lodge. — *Les fondements de la dynamique*, p. 1.

L. Boltzmann. — *Sur les méthodes de la Physique théorique*, p. 37.

W.-H. Harvey et F. Hird. — *Notes sur la décharge par aigrettes dans les gaz*, p. 45.

---

[1] *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, p. 465; 2e semestre 1891.

H.-A. Rowland. — *Nouvelle Table de longueurs d'onde*, p. 49.

C.-V. Boys. — *Tracé des courbes par leurs courbures*, p. 75.

A.-P. Trotter. — *Nouveau photomètre*, p. 82.

Carey Lea. — *Sur la nature de certaines solutions et un nouveau moyen de la déterminer*, p. 88.

F.-Y. Edgeworth. — *Exercices sur le Calcul des erreurs*, p. 98.

S.-P. Thompson. — *Notes sur la Photométrie*, p. 110.

Lord Rayleigh. — *Sur la théorie de la scintillation stellaire*, p. 129.

Wiedemann's Annalen.

T. XLVIII; n° 5; 1893.

H. Ébert et E. Wiedemann. — *Sur les décharges électriques; production d'oscillations électriques et leurs effets dans les tubes de Geissler* (suite et fin), p. 1.

H. Ébert et E. Wiedemann. — *Recherches sur les écrans électrodynamiques et sur les ombres électriques*, p. 32.

J. Paschen. — *Sur l'émission totale du platine incandescent*, p. 50.

E. Maey. — *Sur la diffraction de la lumière par le bord d'un écran rectiligne*, p. 69.

O. Wiener. — *Production de rayons lumineux courbes; leur emploi pour l'étude de la diffusion et de la conductibilité calorifique*, p. 105.

J. Precht. — *Mesures absolues relatives à l'écoulement de l'électricité par les pointes*, p. 150.

J. Ritter von Geitler. — *Sur la réflexion des ondes électriques produites dans les fils*, p. 184.

M. Lévy. — *Sur l'emploi du galvanomètre différentiel*, p. 196.

A. Kossel et A. Raps. — *Pompe automatique pour extraire les gaz du sang*, p. 220.

T. XLIX, n° 6; 1893.

F. Kohlrausch. — *Sur les mesures de résistance électrique avec les courants alternatifs*, p. 225.

A. Kundt. — *Le phénomène de Hall dans le fer, le nickel et le cobalt*, p. 257.

F. Heerwagen. — *Sur le coefficient de température de la constante diélectrique de l'eau pure*, p. 272.

J. Daniel. — *Sur les phénomènes de polarisation dans une mince cloison métallique placée dans un voltamètre*, p. 281.

Th. des Coudres. — *Piles impolarisables par l'influence de la force centrifuge*, p. 284.

K. Wesendonck. — *Sur les décharges électriques*, p. 295.

M. Wien. — *Nouvelle forme de la balance d'induction*, p. 306.

E. Pringsheim. — *La loi de Kirchhoff et le rayonnement des gaz*, p. 347.

O. Oberbeck. — *Sur les propriétés de couches minces d'huile sur une surface d'eau*, p. 366.

E. Ketteler. — *Note concernant la possibilité d'une formule de dispersion également compatible avec les principes de l'électro-optique et de l'électromagnétisme*, p. 382.

K. Exner. — *Action polarisante de la diffraction*, p. 387.

H. Lorberg. — *Note sur la loi fondamentale de Weber*, p. 392.

W. Voigt. — *Sur une loi proposée par Wertheim pour les constantes élastiques des corps solides*, p. 396.

T. XLIX, n° 7; 1893.

A. Winkelmann. — *Sur les chaleurs spécifiques de verres de diverse composition*, p. 401.

E. Riecke. — *Sur une surface liée aux propriétés électriques de la tourmaline*, p. 421.

E. Riecke. — *Thermodynamique de la tourmaline et théorie mécanique de la contraction musculaire*, p. 430.

E. Riecke. — *Théorie moléculaire des phénomènes piézoélectriques et pyroélectriques*, p. 459.

A. Elsas. — *Théorie des oscillations électriques dans les fils*, p. 487.

E. Ketteler. — *Théorie de la lumière et notamment de la double réfraction*, p. 509.

R. Zsigmondy. — *Sur la diathermancie des solutions aqueuses des sels ferreux*, p. 531.

R. Zsigmondy. — *Sur la diathermancie de quelques verres de composition connue*, p. 535.

E. v. Lommel. — *Courbes équipotentielles et lignes de force magnétique*, p. 539.

O. Krigar-Menzel. — *Décomposition de figures de vibration rectiligne*, p. 545.

L. Zehnder. — *Production objective des expériences de Hertz; accumulateur de hautes tensions*, p. 549.

Fr. Streintz. — *Contributions à la théorie de l'élément secondaire*, p. 564.

F. Himstedt. — *Mesure de la longueur d'un solénoïde*, p. 583.

T. XLIX, n° 8; 1893.

H.-E.-J.-G. du Bois et H. Rubens. — *Polarisation par des réseaux métalliques de radiations infra-rouges non diffractées*, p. 593.

W. Wien. — *Limite supérieure des longueurs d'onde qui peuvent*

se présenter dans le spectre des corps solides; conséquences du second principe de la Thermodynamique, p. 633.

H. Ébert. — *Modèle mécanique pour l'explication des lois de l'induction*, p. 642.

H. Ébert. — *Oscillations électriques de groupements moléculaires*, p. 651.

E.-W. Lehmann. — *Sur un photomètre*, p. 672.

P. Drude. — *Sur la théorie des phénomènes magnéto-optiques*, p. 690.

W. Voigt. — *Mesure des constantes de la dilatation thermique et de la pression thermique pour quelques métaux quasi isotropes*, p. 697.

W. Voigt. — *Chaleurs spécifiques* c_p *et* c_v *de quelques métaux quasi isotropes*, p. 709.

W. Voigt. — *Mesure des constantes élastiques du chlorate de soude*, p. 719.

L. Zehnder. — *Sur la réflexion et la résonance des oscillations électriques de Hertz*, p. 724.

D. Konovalow. — *Sur les propriétés des dissolutions des amines dans les acides*, p. 733.

GRAY (John), Associé de l'École Royale des Mines, de l'Institut des ingénieurs électriciens, etc. — **Les machines électriques à influence.** *Exposé complet de leur histoire et de leur théorie,* suivi d'*Instructions pratiques sur la manière de les construire.* Traduit de l'anglais et annoté par Georges Pellissier, Rédacteur à la *Lumière électrique.* In-8, avec 124 figures; 1892 .... 5 fr.

JANET (Paul), Professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble. — **Premiers principes d'Électricité industrielle.** *Piles. Accumulateurs. Dynamos. Transformateurs.* In-8, avec 173 figures; 1893...... 6 fr.

Ce Livre s'adresse à toute personne désireuse d'acquérir quelques idées fondamentales, précises, dans cette Science appliquée, aujourd'hui de si vaste étendue, l'Electricité; de changer en idées modernes, actuelles, le bagage suranné du vieil enseignement qui a disparu il y a si peu de temps, enfin de se mettre au courant des principes essentiels pour pénétrer plus avant dans l'étude des phénomènes électriques et de leurs applications. Il s'adresse aussi aux étudiants de nos Facultés et Ecoles, qui y trouveront peut-être quelque secours pour s'habituer à voir le sens physique des choses et le côté pratique d'une Science dont ils connaissent la théorie.

LODGE (O.), Professeur à l'University College de Liverpool. — **Les théories modernes de l'Électricité.** *Essai d'une théorie nouvelle.* Traduit de l'anglais et annoté par *E. Meylan,* Ingénieur civil. In-8, avec figures; 1891 .... 5 fr.

THOMSON (Sir William) [Lord Kelvin], Professeur de Philosophie naturelle à l'Université de Glascow, Membre du Collège Saint-Pierre, à Cambridge. — **Conférences scientifiques et allocutions.** *Constitution de la matière.* Traduites et annotées sur la 2e édition, par M. P. Lugol, agrégé des Sciences physiques, Professeur au Lycée de Pau; avec des *Extraits de Mémoires récents de* Sir W. Thomson *et quelques Notes,* par M. Brillouin, Maître de Conférences à l'Ecole Normale. In-8, avec 76 figures; 1893 .... 7 fr. 50

Les Conférences de Sir William Thomson (aujourd'hui Lord Kelvin) n'ont pas besoin d'être recommandées au public français, le nom de l'illustre physicien, l'un des génies les plus profonds de notre temps, étant connu en tout pays. On sera donc reconnaissant aux deux savants qui ont entrepris de publier cette traduction d'un Ouvrage populaire, il est vrai, mais qu'il faut mettre hors de pair et au-dessus des productions analogues qui prétendent au même titre. M. Lugol ne s'est pas borné à le traduire, il a cherché à le rendre plus accessible en l'annotant, et M. Brillouin l'a enrichi d'extraits des Mémoires récents de Sir William Thomson et d'une série de Notes des plus intéressantes. Le Volume que nous avons sous les yeux est consacré à la Constitution de la matière, il y est question de la capillarité, de la grandeur des atomes, de l'élasticité considérée comme un mode de mouvement, etc. Les compléments sont relatifs à la théorie de l'éther gyrostatique, l'une des conceptions les plus originales de l'esprit inventif du grand géomètre anglais.

WITZ (Aimé), Docteur ès Sciences, Professeur à la Faculté catholique des Sciences de Lille. — **Problèmes et Calculs pratiques d'Électricité.** (L'École pratique de Physique). In-8, avec figures; 1893. 7 fr. 50 c.

L'Auteur a réuni en un certain nombre de groupes près de 350 problèmes. Il espère être arrivé ainsi à reproduire la plupart des cas de la pratique et à fournir au lecteur le moyen de résoudre tous les autres. En résumé, ce Livre constitue pour ainsi dire un Dictionnaire de solutions dans lequel on trouve sans peine ce que l'on cherche, lorsque l'arrangement systématique des questions est bien fait.

TABLE DES MATIÈRES.

AOUT 1893.

19309 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME II. — SEPTEMBRE 1893.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

11, RUE RATAUD, 11.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. **Brisse**, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue Vauquelin, n° 18, à Paris. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les vingt premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, se vendent séparément .... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale .... 15 fr.
Autres pays .... 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

ÉTUDES SUR LES RÉSEAUX DIFFRINGENTS. ANOMALIES FOCALES;

PAR M. A. CORNU.

1. Les réseaux diffringents servent aujourd'hui presque exclusivement à la détermination précise des longueurs d'onde lumineuses : quelque parfaits que soient aujourd'hui ces appareils au point de vue de la définition des raies spectrales depuis les progrès réalisés par Rutherfurd et M. le prof. Rowland, ils présentent encore parfois diverses anomalies qui pourraient jeter quelques doutes sur la rigueur des principes optiques sur lesquels ils sont fondés. Il importe donc d'étudier en détail ces perturbations, d'en déterminer les lois et les causes, condition essentielle pour pouvoir en apprécier l'influence sur la précision des mesures, éliminer les erreurs qu'elles entraînent et perfectionner la construction ou l'usage des réseaux diffringents.

Cette étude, un peu ingrate, m'a occupé souvent depuis l'époque déjà éloignée de mes premières observations sur les propriétés focales des réseaux (1) : j'ai été conduit à construire une machine traçant automatiquement des traits espacés suivant des lois déterminées, de manière à produire et amplifier à volonté les anomalies dont je voulais vérifier l'origine; au milieu des difficultés pratiques si nombreuses qui compliquent la construction des réseaux, j'ai cherché à démêler les causes systématiques de perturbations et à en dégager les éléments purement géométriques : les modifications successives apportées à cette machine, dont j'aurai bientôt l'occasion de donner une description succincte, m'ont suggéré quelques résultats intéressants à divers titres que je demanderai à la Société la permission de lui communiquer successivement : ce sont presque tous des énoncés de Cinématique ou de Géométrie d'où a disparu la trace des essais longs et laborieux qui leur ont donné naissance.

(1) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXX, p. 645; 1875. *Association française, Congrès de Nantes*, p. 376; *Revue scientifique*, n° 12, 18 septembre 1875.

Anomalies focales.

2. Parmi les perturbations délicates auxquelles sont sujets des réseaux, d'ailleurs très parfaits comme définition des images spectrales, on doit signaler des erreurs systématiques dans la position du foyer de ces images, erreurs incompatibles avec la théorie du réseau régulier.

L'ensemble des observations m'a conduit à attribuer ces anomalies à deux causes distinctes et purement géométriques :

1° Dans le cas des *réseaux plans,* à l'existence d'une faible courbure de la surface sur laquelle a été exécuté le tracé;

2° Dans le cas des réseaux *plans ou courbes*, à l'existence d'une variation régulière dans la distance des traits.

Ces deux causes existent le plus souvent à la fois, ce qui rend assez complexes les lois du phénomène optique.

Courbure anomale de la surface. — La difficulté d'obtenir une surface parfaitement plane explique l'existence de cette courbure généralement sphérique d'une manière approchée et le plus souvent convexe : lorsque la surface est irrégulière, les images spectrales sont défectueuses; les raies perdent toute netteté. Toutefois, quand la surface striée est assimilable à une portion de surface du second degré et offre un plan de symétrie parallèle aux traits, les images des raies spectrales peuvent être parfaitement nettes : l'astigmatisme inévitable peut même être corrigé suivant une méthode que j'ai indiquée ailleurs ([1]).

Cette remarque montre que, dans la présente étude des propriétés focales des réseaux, on peut faire abstraction de la courbure de la surface dans le plan parallèle aux traits et ne considérer que la courbure normale à ces traits. Ce qui revient à supposer le réseau tracé sur une surface cylindrique dont les traits sont des génératrices : la surface striée est donc caractérisée simplement par son rayon de courbure R. Toutes les démonstrations, ramenées à la Géométrie plane, deviennent alors très simples.

([1]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. VII, p. 19.

Anomalie dans la distribution des traits. Loi représentative. — La difficulté d'obtenir une équidistance rigoureuse des traits explique la variation continue de leur distance : on représentera donc cette distance s, comptée à partir d'un trait pris comme origine, par la formule (¹)

$$s = bt + ct^2,$$

la variable t (représentant par exemple le nombre de tours ou de fractions de tour de la vis de la machine à diviser) prenant les valeurs $1, 2, 3, \ldots, n$. Le terme perturbateur ct^2 est positif ($c > 0$) si l'intervalle va en croissant dans le même sens que t; négatif ($c < 0$) dans le cas contraire.

3. *Interprétation cinématique de la loi admise. Paramètre caractéristique.* — Cette loi de progression de la distance des traits s'interprète par une image qui rend compte de la relation entre les coefficients b et c.

Supposons que le réseau ait été tracé au moyen d'une vis tournant d'angles égaux δt, t croissant positivement : si l'on a $c = 0$ les traits sont équidistants et la vis offre un pas constant; le filet de la vis forme donc une hélice parfaite dont le développement sur un plan est une droite. Si l'on a $c > 0$ les traits sont de plus en plus espacés, pour $c < 0$ de plus en plus resserrés; la vis a donc un pas variable qui (si la vis était prolongée) finirait, dans un sens ou dans l'autre, suivant le signe de c, par devenir *nul* lorsque $\frac{ds}{dt} = 0$; ce qui aurait lieu à la distance $s_0 = -\frac{b^2}{4c}$, que nous désignerons plus loin par $-\frac{1}{2}$P; d'où l'on conclut aisément :

Lorsqu'un réseau présente dans la distance de ses traits une variation progressive représentée par la loi $s = bt + ct^2$, on peut le considérer comme tracé au moyen de la rotation d'une vis, dont le filet, développé sur un plan, serait un arc de parabole (²), *l'axe de cette courbe étant parallèle à l'axe de la vis. La distance du sommet de la parabole à l'origine, $s_0 = -\frac{b^2}{4c}$, constitue un paramètre caractéristique de la vis et de tous les réseaux tracés avec cette vis, car il*

(¹) Un terme en t^3 un peu notable introduirait des aberrations sensibles dans la formation des images focales; or, ces aberrations ne sont pas appréciables dans les réseaux considérés ici.

(²) L'*hélice parabolique* est appliquée à la rayure des armes à feu.

est indépendant du nombre de subdivisions du pas, c'est-à-dire de la distance moyenne des traits.

4. *Relations qui régissent les anomalies focales.* — Nous allons démontrer ce résultat très important :

Les anomalies focales d'un réseau, dans le plan normal aux traits, sont entièrement définies par deux constantes linéaires : le rayon de courbure R *de la surface et le paramètre* P *de la vis génératrice du tracé; ces deux constantes sont liées aux données optiques et géométriques de l'expérience par deux équations très simples qu'on va établir comme il suit :*

Soient (*fig.* 1) :

ρ, ρ' sont les distances respectives des points de convergence des faisceaux incident et diffracté au centre M du réseau;
α, α' les angles respectifs des axes de ces faisceaux avec la normale au point d'incidence;
R le rayon de courbure de la section droite MS du réseau;
P le paramètre caractéristique de la loi de distribution des traits;
e leur intervalle moyen.

Considérons une onde cylindrique émanée d'un point A et rencontrant deux traits consécutifs M et M' du réseau; la différence des chemins parcourus par la lumière est AM — AM' ou $\rho - (\rho + \delta\rho) = - d\rho$,

$$(1) \qquad -\delta\rho = \delta s \sin\alpha \qquad \text{avec} \qquad \rho\,\delta\varepsilon = \delta s \cos\alpha,$$

en appelant δs l'intervalle très petit du trait MM' correspondant à la variation δt dans l'expression $s = bt + ct^2$ (s compté positivement dans le sens MS) et α l'angle MA'M'. Chacun des deux traits devenant le centre d'ondes diffractées, un point A' situé à l'intersection de ces deux ondes sera un point de concordance vibratoire si la différence des chemins M'P + M'P' est un nombre entier positif ou négatif de longueurs d'ondes; on aura donc

$$(2) \qquad \delta\rho + d\rho' = -m\lambda \qquad \text{ou} \qquad \delta s(\sin\alpha + \sin\alpha') = m\lambda,$$

la longueur d'onde étant, comme la distance des traits, traitée comme un infiniment petit.

Si l'on considère un troisième trait M″ (défini par un nouvel accroissement constant δt de la variable t) comme associé au deuxième M', la condition de concordance sera la même, sauf qu'il faudra changer t en $t + \delta t$, α en $\alpha + \delta\alpha$, α' en $\alpha' + \delta\alpha'$; mais $m\lambda$ comme δt restera constant;

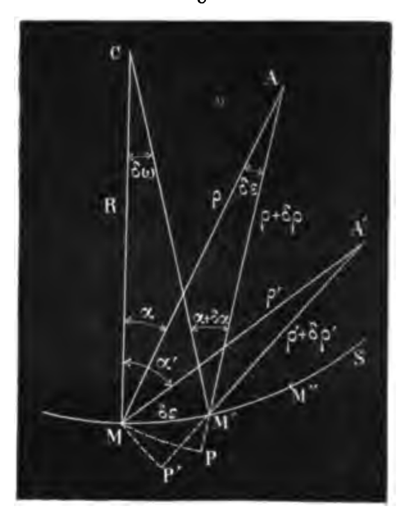
cela reviendra à égaler à zéro la différentielle de l'équation (2)

(3) $$\delta^2 s(\sin\alpha + \sin\alpha') + \delta s(\cos\alpha\,\delta\alpha + \cos\alpha'\,\delta\alpha') = 0.$$

Or on a, en appelant $\delta\omega$, $\delta\varepsilon$, $\delta\varepsilon'$ les angles infiniment petits C, A et A

(4) $$\left\{\begin{array}{l}\delta\alpha = \delta\omega - \delta\varepsilon \\ \delta\alpha' = \delta\omega - \delta\varepsilon'\end{array}\right. \quad \text{avec} \quad \delta s = R\,\delta\omega \quad \text{et} \quad \begin{array}{l}\rho\,\delta\varepsilon = \delta s\cos\alpha \\ \rho'\delta\varepsilon' = \delta s\cos\alpha'\end{array}.$$

Fig. 1.



Éliminant $\delta\omega$, $\delta\varepsilon$, $\delta\varepsilon'$ et divisant (3) par δt^2, il vient

(5) $$\frac{\delta^2 s}{\delta t^2}(\sin\alpha + \sin\alpha') + \left(\frac{\delta s}{\delta t}\right)^2 \left(\frac{\cos^2\alpha'}{\rho} + \frac{\cos^2\alpha'}{\rho'} - \frac{\cos\alpha + \cos\alpha'}{R}\right) = 0.$$

Assimilant ces quotients de quantités très petites aux dérivées $\frac{d^2 s}{dt^2}$ et $\frac{ds}{dt}$, on en conclut les valeurs suivantes qui se rapportent au *trait-milieu* du réseau ($t = 0$) qu'on prend comme origine

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = 2c, \qquad \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = b^2, \qquad \text{dont le quotient est} \qquad P = \frac{b^2}{2c}.$$

Finalement l'équation (5) prend la forme symétrique

(6) $$\frac{\cos^2\alpha}{\rho} + \frac{\cos^2\alpha'}{\rho'} = \frac{\cos\alpha + \cos\alpha'}{R} - \frac{\sin\alpha + \sin\alpha'}{P},$$

à laquelle il faut adjoindre l'équation (2) mise sous la forme

(7) $$e(\sin\alpha + \sin\alpha') = m\lambda \qquad \text{en posant} \qquad e = b\,\delta t,$$

e représentant, on le voit aisément, l'*intervalle moyen* des traits du réseau.

Telles sont les relations qui régissent les anomalies focales.

5. *Discussion de ces formules. Courbes focales conjuguées.* — L'équation (6) établit la relation qui lie la distance focale $\rho' = MA'$ (*fig.* 1) d'une onde cylindrique de longueur d'onde λ, diffractée dans le spectre d'ordre m, lorsque la distance de la source est $\rho = MA$:

1° Cette équation étant symétrique en ρ et α d'une part et ρ' et α' de l'autre, les points A et A' sont de véritables foyers conjugués : on peut donc intervertir leurs définitions et considérer A' comme source et A comme foyer ou inversement;

2° Pour chaque position de la source (ρ = const., α = const.), la position d'un foyer A' est indéterminée d'après la seule équation (6); cette équation représente donc le lieu géométrique en coordonnées polaires (ρ', α') de toutes les positions que le foyer du faisceau diffracté, conjugué de la source, peut occuper dans le plan de diffraction : c'est donc l'équation de la *courbe focale* correspondant à une position donnée de la source;

3° La *courbe focale* A' ne passe pas en général par la source A; il y a donc une *famille de courbes focales* dont le paramètre est défini par la substitution des coordonnées (ρ, α) de la source dans l'équation (6);

4° Le lieu des positions A de la source qui correspondent à la même courbe focale A' a évidemment pour équation

$$\frac{\cos^2\alpha}{\rho} - \frac{\cos\alpha}{R} + \frac{\sin\alpha}{P} = k; \tag{8}$$

mais alors l'équation de la courbe focale A' est nécessairement

$$\frac{\cos^2\alpha'}{\rho'} - \frac{\cos\alpha'}{R} + \frac{\sin\alpha'}{P} = -k, \tag{8 bis}$$

pour satisfaire à l'équation (6); elle ne diffère de la précédente que par le signe de la constante k.

Ces deux familles de *courbes* sont donc *conjuguées*.

6. *Courbe focale principale.* — Le paramètre k peut prendre

la valeur zéro : alors les deux courbes conjuguées correspondant à = o coïncident; leur équation commune est

$$\frac{\cos\alpha}{\rho} - \frac{\cos\alpha}{R} + \frac{\sin\alpha}{P} = 0. \tag{9}$$

Cette courbe jouit donc de la propriété de passer par tous les foyers et par la source; elle est *unique* pour le réseau donné et ne dépend que du rayon de courbure R et du paramètre P; on voit qu'elle est indépendante de la distance moyenne des traits.

Je propose de l'appeler *courbe focale principale.*

Elle affecte, suivant le rapport existant entre R et P, des formes très diverses, qui dérivent du type de la *cissoïde de Dioclès* à laquelle d'ailleurs elle se réduit lorsque la courbure du réseau devient ($R = \infty$). On peut en effet mettre l'équation (9) sous les formes suivantes :

$$\rho = \frac{\cos^2\alpha}{\frac{\cos\alpha}{R} - \frac{\sin\alpha}{P}} = \frac{PR}{H}\,\frac{\cos^2\alpha}{\cos(\alpha+\varphi)}, \tag{10}$$

en posant

$$R = H\sin\varphi, \qquad \text{d'où} \qquad \tang\varphi = \frac{R}{P},$$
$$P = H\cos\varphi, \qquad\qquad H^2 = P^2 + R^2,$$

qui conduit à une construction géométrique très simple (*fig.* 2).

On vérifie aisément que cette équation peut s'écrire aussi

$$\rho = R\cos\varphi\left[\frac{\sin^2\varphi}{\cos(\alpha+\varphi)} + \cos(\alpha-\varphi)\right]. \tag{11}$$

Cette forme démontre évidemment que le rayon vecteur ρ est, comme celui d'une cissoïde, la somme de deux autres, celui d'une droite et celui d'un cercle; ce qui permet un second mode de construction.

Un point A quelconque s'obtient d'après l'équation (10), à l'aide de la droite M_0C qui joint le centre de courbure C du réseau au point M_0, tel que $MM_0 = P$: en abaissant sur le rayon vecteur MF de cette droite la perpendiculaire FG sur MG et la perpendiculaire GA sur MF. La courbe a pour asymptote la droite LN dirigée sur $\alpha = 90° - \varphi$ et distante de l'origine M de la quantité $MN = R\cos\varphi\sin\varphi$ qu'on obtient en abaissant les perpendiculaires MK sur M_0C, KL sur M_0M et LN sur MK.

La seconde construction, déduite de l'équation (11), s'obtient en portant

TABLE DES MATIÈRES.

AOUT 1893.

19309 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME II. — SEPTEMBRE 1893.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
11, RUE RATAUD, 11.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Démonstration des formules. — Soit un rayon de lumière polarisée tombant sur la lame de quartz sous une incidence oblique. Prenons deux axes de coordonnées rectangulaires, l'axe des x étant dans le plan de la section principale que nous supposerons horizontale, l'axe des y étant perpendiculaire à cette direction; le rayon de lumière incidente est polarisé, par exemple, dans la section principale; la vibration lumineuse est alors représentée par

$$y = \sin 2\pi \frac{t}{T} = \sin\xi.$$

Un pareil mouvement vibratoire est du reste cinématiquement équivalent aux deux mouvements vibratoires elliptiques suivants :

$$x = \frac{k}{1+k^2}\cos\xi,$$

$$y = \frac{k^2}{1+k^2}\sin\xi,$$

$$x' = -\frac{k}{1+k^2}\cos\xi,$$

$$y' = \frac{1}{1+k^2}\sin\xi,$$

qui représentent, d'après les idées d'Airy (¹), deux mouvements vibratoires s'effectuant sur deux ellipses dont les axes correspondants sont à angle droit, et dont les rapports des axes sont inverses l'un de l'autre; de plus, le plus petit axe de l'une des ellipses coïncide avec le grand axe de l'autre.

D'après l'hypothèse d'Airy, ces deux mouvements vibratoires de girations contraires se propagent avec des vitesses différentes à l'intérieur du cristal et présentent, par suite, à l'émergence, une différence de marche d évaluée en longueurs d'onde ou en vibrations; cette différence de marche étant relative à l'unité d'épaisseur traversée par le rayon de lumière. Si, pour simplifier l'écriture, on supprime le facteur $\frac{k}{1+k^2}$, les deux mouvements vi-

(¹) Airy, *On the nature of the light in the two rays produced by the double refraction of quartz* (*Cambr. Trans.*, t. IV; 1832).

bratoires sont représentés par

$$\searrow \left\{ \begin{array}{l} x = \cos\xi, \\ y = k\sin\xi, \end{array} \right.$$

$$\nwarrow \left\{ \begin{array}{l} x' = -\cos(\xi + 2\pi d), \\ y' = \frac{1}{k}\sin(\xi + 2\pi d); \end{array} \right.$$

le sens des flèches montre que le mouvement vibratoire droit prend l'avance sur le mouvement vibratoire gauche.

Ces deux elliptiques donnent à l'émergence une vibration elliptique dont les éléments sont accessibles à une détermination expérimentale.

Soient

$$\begin{aligned} X &= x + x' = A\sin(\xi + \varphi), \\ Y &= y + y' = B\sin(\xi + \varphi'), \end{aligned}$$

où A et B représentent les amplitudes des deux constituants principaux de l'ellipse émergente, dont la différence de marche est $\varphi' - \varphi$. On trouve facilement les relations

$$\begin{aligned} A^2 &= 4\sin^2\pi d, \\ B^2 &= \left(k + \frac{1}{k}\right)^2 - 4\sin^2\pi d, \\ \operatorname{tang}\varphi &= \operatorname{tang}\pi d = \frac{1 - \cos 2\pi d}{\sin 2\pi d}, \\ \operatorname{tang}\varphi' &= \frac{\sin 2\pi d}{k^2 + \cos 2\pi d}. \end{aligned}$$

Si l'on pose

$$\frac{B}{A} = \operatorname{tang}\alpha, \qquad k = \operatorname{tang}\varepsilon, \qquad u = \varphi' - \varphi,$$

on trouve

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \sin 2\varepsilon \sin\pi d, \\ \operatorname{tang} u &= \cos 2\varepsilon \operatorname{tang}\pi d. \end{aligned}$$

Il est nécessaire de transformer les deux formules précédentes de manière à pouvoir calculer d et ε en fonction de α et de u, directement observables.

On en déduit après transformations

$$\begin{aligned} \cos\pi d &= \cos u \sin\alpha, \\ \operatorname{tang} 2\varepsilon &= \frac{1}{\operatorname{tang}\alpha \sin u}. \end{aligned}$$

En considérant, de même, la lumière polarisée perpendiculairement, ou à 45° de la section principale, on trouverait des formules analogues.

On a alors les relations suivantes qui permettent de passer des éléments α et u mesurables de l'ellipse émergente, aux éléments d et ε qui caractérisent les deux vibrations elliptiques étudiées. On a alors :

1° La vibration incidente est verticale ↑

$$(\mathrm{I})\qquad \left\{ \begin{aligned} \cos\pi d &= \cos u \sin\alpha, \\ \tan 2\varepsilon &= \frac{1}{\sin u \tan\alpha}. \end{aligned} \right.$$

2° La vibration incidente est horizontale →

$$(\mathrm{II})\qquad \left\{ \begin{aligned} \cos\pi d &= \cos u \cos\alpha, \\ \tan 2\varepsilon &= \frac{\tan\alpha}{\sin u}. \end{aligned} \right.$$

3° La vibration incidente est à 45°

$$(\mathrm{III})\qquad \left\{ \begin{aligned} \cos 2\pi d &= \cos u \sin 2\alpha, \\ \tan 2\varepsilon &= \frac{1}{\sin u \tan 2\alpha}. \end{aligned} \right.$$

Exposé de la méthode. — Parmi toutes les méthodes que l'on peut employer pour l'étude d'une vibration elliptique, on a choisi celle de de Senarmont, modifiée et portée à son maximum de sensibilité par une disposition particulière sur laquelle nous reviendrons.

Si l'on désigne par U la différence de phase des constituants principaux de l'ellipse émergente après son passage à travers le *quartz et le mica compensateur* de la méthode de de Senarmont, on a (la vibration incidente étant horizontale) les deux relations

$$\cos\pi d = \cos U \cos\alpha,$$

$$\tan 2\varepsilon = \frac{\tan\alpha}{\sin U}.$$

On en déduit

$$\pi\,\Delta d = \frac{\tan U}{\tan\pi d}\,\Delta U.$$

Donc, pour que l'erreur Δd de la différence de marche des vi-

brations elliptiques, introduite par l'erreur ΔU de la différence de phase des constituants principaux de l'ellipse émergente, soit la plus petite possible, il faut $\tang u = 0$, auquel cas $\Delta d = 0$. On en déduit $U = n\pi$. Ainsi, en opérant de telle sorte que la vibration émergente du *système quartz + mica* soit rectiligne, on est dans les meilleures conditions pour que l'erreur faite sur la détermination de l'un des paramètres de l'ellipse émergente entraîne une erreur minima sur la détermination de l'un des paramètres de la biréfringence elliptique, c'est-à-dire sur la différence de marche des vibrations elliptiques d'Airy.

Il résulte de ce qui précède que le mica quart d'onde de de Senarmont rétablit la polarisation rectiligne et que, par suite, la différence de phase introduite par le mica étant de $u' = \frac{\pi}{2}$, celle au sortir du quartz est aussi telle que $u = \frac{\pi}{2}$; et suivant que les phases se retranchent ou s'ajoutent, on a, pour la phase totale, au sortir du système formé par le quartz et le mica,

$$u = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0,$$

ou

$$u = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi.$$

Il y a donc avantage à utiliser le mica quart d'onde à axe invariablement disposé dans l'un des plans principaux, et à choisir des incidences telles que la vibration elliptique émergente du quartz ait un axe horizontal dans la section principale; l'autre axe étant dans la section perpendiculaire, par suite vertical.

Dans ce cas, la différence de marche des constituants principaux d'une pareille ellipse est d'un quart de longueur d'onde pour la radiation à laquelle correspond le mica employé pour restaurer la vibration rectiligne. Les formules deviennent alors (vibration incidente horizontale)

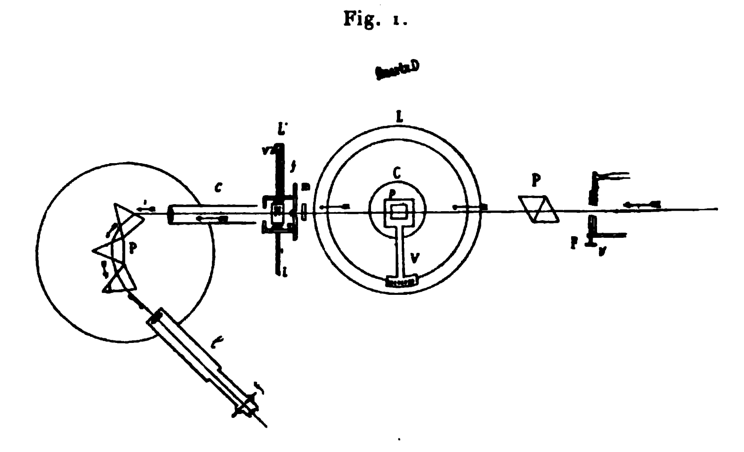
$$\cos \pi d = 0,$$
$$\tang 2\varepsilon = \tang \alpha,$$

d'où

$$d = \frac{2p+1}{2}\lambda,$$
$$k = \tang \frac{\alpha}{2}.$$

Description de l'appareil. — L'appareil (*fig.* 1) se compose 1° d'un polarisateur; 2° d'un cube épais de quartz, ayant un couple de faces perpendiculaires à l'axe, placé sur une plate-forme au-dessus d'un limbe gradué, muni d'un vernier donnant la minute;

Fig. 1.



F, fente à largeur variable par la vis *v*.
P, polariseur.
C, cube du quartz, sur la plate-forme *p*; V, vernier; L, limbe gradué.
m, mica quart d'onde (raie D).
f, fente du microscope.
q, quartz à deux rotations.
N, nicol à faces normales; mobile avec le vernier V'; la rotation se lit sur le limbe gradué L'.
c, collimateur du spectroscope.
P, prismes.
l, lunette du spectroscope.
f', fente oculaire.

3° d'un mica quart d'onde pour la radiation jaune (λ_D) orienté de façon à avoir son axe soit dans le plan d'incidence, soit dans le plan perpendiculaire; 4° d'un spectroscope après la fente duquel se trouve un analyseur, muni d'un limbe vertical donnant la minute, et possédant en outre un quartz à deux rotations placé derrière la fente et en avant de l'analyseur. La ligne de séparation du biquartz est horizontale, c'est-à-dire perpendiculaire à la fente verticale du spectroscope. L'oculaire du spectroscope est muni d'une fente oculaire formée par deux petites règles rectangulaires métalliques pouvant glisser dans deux coulisses horizontales. On

peut ainsi isoler la radiation que l'on étudie et se débarrasser, en même temps, de la lumière provenant des radiations voisines.

On opère en lumière solaire; dans ces conditions, lorsqu'on regarde à travers la lunette du spectroscope, on a un spectre sillonné de franges.

Franges du quartz oblique. — Il n'est pas inutile de se rendre compte tout d'abord de la façon dont prennent naissance ces franges du quartz oblique, et de ce qui les différencie de celles que l'on observe lorsque la lumière traverse un cristal de quartz suivant l'axe ou suivant une direction normale à l'axe.

Dans le premier cas, les franges proviennent de l'interférence des deux rayons circulaires de Fresnel, et, lorsqu'on agit sur l'analyseur, on voit les franges se déplacer dans le spectre, mais en conservant leur même intensité.

Dans le second cas, les franges proviennent de l'interférence de deux mouvements vibratoires rectilignes à angle droit : ce sont les franges bien connues de Fizeau et Foucault. Lorsqu'on tourne l'analyseur, les franges varient d'intensité sur place et, lorsqu'on a tourné de 90°, les maxima ont pris la place des minima et inversement, de telle sorte qu'il semble qu'une frange a marché de la moitié de l'intervalle qui les sépare tout d'abord.

Dans le cas actuel, les franges résultent de l'interférence des deux mouvements vibratoires inverses d'Airy; on obtient, à la sortie du cristal, une vibration elliptique émergente, engendrée par les deux vibrations elliptiques qui se propagent à l'intérieur du cristal avec des vitesses différentes.

Si l'on fait tourner l'analyseur, les franges se déplacent et varient en même temps d'intensité, participant ainsi des deux cas précédents.

Si l'on veut déplacer une frange et lui conserver sa même intensité, il faut, à la fois, incliner le quartz et agir sur l'analyseur. On peut, par ce double mouvement, amener une frange sur une raie connue; nous verrons qu'il est possible de déduire, de ces deux données expérimentales, à savoir l'incidence de la lumière sur le cristal et la position de l'analyseur, les deux quantités d et k qui sont les inconnues de la biréfringence elliptique du quartz.

Mode opératoire. — On opère alors de la façon suivante : On vise une radiation déterminée du spectre, la raie D dans le jaune, et on l'isole, tout d'abord, grossièrement afin d'éliminer simplement les radiations inutiles. Ensuite, agissant sur le cube, après avoir au préalable polarisé la lumière incidente, on incline celui-ci d'une façon progressive sur le rayon incident, de telle sorte qu'une frange soit amenée sur la raie D. Mais, en même temps que la frange se déplace, son intensité lumineuse varie ; aussi faut-il agir simultanément sur l'analyseur et conserver à la frange, à peu près, sa même intensité. Le mica ayant son axe horizontal ou vertical, mais dans tous les cas immobile, compense la différence de marche qui existe entre les constituants principaux de l'ellipse émergente, la compensation pouvant, suivant le cas, avoir lieu par soustraction ou addition d'un quart de longueur d'onde[1].

Pour la radiation considérée u est donc connu ; il est égal à $\frac{\pi}{2}$; il reste à déterminer l'angle α de la vibration rectiligne rétablie et de la section principale. Le mica ayant rétabli la polarisation rectiligne, il suffit de rendre la frange aussi noire que possible, en agissant sur l'analyseur. Ce procédé manque absolument de précision ; les écarts peuvent atteindre jusqu'à 5° et la répétition des mesures ne suffit pas à écarter cette cause d'erreur.

Pour mesurer avec précision l'angle α, j'ai appliqué l'artifice employé dans les polarimètres à pénombre ; c'est là le rôle du quartz à deux rotations dont la ligne de séparation est perpendiculaire à la fente du spectroscope. La frange présente alors deux parties inégalement sombres et, en agissant sur l'analyseur, on arrive, *avec une précision très grande,* à obtenir l'égalité d'intensité des deux plages superposées de la frange que l'on observe. La lecture faite sur le limbe de l'analyseur détermine l'angle α. Il faut remarquer que, en agissant sur l'analyseur, on déplace légèrement la frange, et qu'il est, par suite, nécessaire d'agir sur le cube pour la ramener sur la raie D. C'est donc par une série de retouches combinées de l'analyseur et du cube qu'on obtient ce double résultat de l'égalité d'intensité des deux parties de la

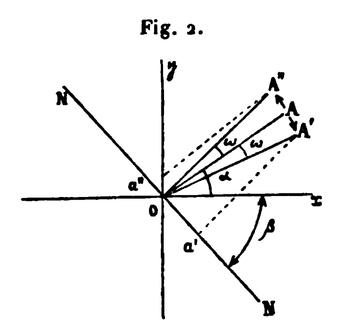
---

(1) Nous renverrons au Mémoire original pour la vérification du quart d'onde.

frange et de sa coïncidence sur la raie D, avec une très grande précision, si l'on a surtout soin de rétrécir le plus possible, pendant ces dernières opérations, la fente oculaire, de manière à avoir affaire réellement à une radiation homogène.

Soit OA la vibration rectiligne rétablie, elle tombe sur le biquartz et l'on a les deux vibrations OA′ et OA″ qui représentent la vibration OA ayant tourné d'un même angle ω à droite ou à gauche

Fig. 2.



($\omega = 5°$ environ). Pour éteindre la vibration rectiligne, il faut que la section principale de l'analyseur soit perpendiculaire à OA. Or soit ON cette section principale faisant avec OX, direction horizontale, l'angle β, on a, en prenant $OA = 1$,

Projection de OA′ sur ON........ $Oa' = \cos(\beta + \alpha - \omega)$,
Projection de OA″ sur ON........ $Oa'' = \cos(\pi - \beta - \alpha - \omega)$;

les deux plages de la frange sont également éclairées quand

$$Oa' = Oa'',$$

c'est-à-dire quand

$$\beta + \alpha = \frac{\pi}{2},$$

condition indépendante de l'angle ω.

Le champ est alors uniforme et son éclat a pour valeur

$$I = \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) = \sin^2\omega,$$

qui dépend de l'angle ω; la sensibilité de l'œil est plus grande pour des intensités lumineuses moyennes que pour des intensités trop fortes ou trop faibles. C'est ce qui dicte la valeur la plus convenable à donner à l'angle ω.

Si la section principale ne fait pas l'angle $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$, on a deux plages inégalement éclairées, présentant une différence d'éclat $d\text{I}$ et l'on a après transformations

$$\frac{d\text{I}}{\text{I}} = \frac{2\sin 2(\alpha+\beta)}{\tan g\,\omega};$$

si l'on admet que l'œil apprécie une différence d'éclat de $\frac{1}{60}$, on a pour l'erreur possible sur la position de l'analyseur $\text{E} = 1'15''$; on peut, en opérant dans une chambre complètement obscure, augmenter la sensibilité de l'œil et la répétition des mesures donne alors toujours le même résultat à $0', 5$.

Ainsi, en admettant que la position de l'analyseur est exactement déterminée à $1'$ près, on a pour l'angle ε qui est égal à $\frac{\alpha}{2}$ une erreur maxima de $0', 5$. Telle est la précision obtenue.

Lorsqu'on amène sur la raie D une frange, on constate que la partie supérieure et la partie inférieure de la frange débordent l'une sur l'autre, en sorte que ces deux portions ne sont pas sur le prolongement l'une de l'autre, mais présentent une partie commune qui est sur la raie D (*fig.* 3).

Fig. 3.



C'est cette partie commune que l'on isole au moyen de la fente oculaire ([1]).

Celle-ci a, dès lors, un double rôle : isoler la radiation considérée et protéger l'œil contre toute lumière voisine, afin de lui conserver sa sensibilité.

Sans insister ici sur les détails un peu long du réglage de l'ap-

([1]) Nous renverrons le lecteur au Mémoire original pour la théorie complète de cet effet dû au biquartz.

pareil et la marche d'une expérience ([1]), nous nous bornerons à dire que la direction de l'incidence est déterminée à $0',5$ ainsi que l'angle α, ce qui entraîne une erreur *maximum* pouvant atteindre $\frac{1}{20}$ de la longueur d'onde pour la différence de marche; l'erreur pour k, c'est-à-dire pour l'ellipticité de la vibration est de $\frac{1}{2000}$ au plus.

Vérification de la théorie de M. Gouy. — Si l'on désigne par $\frac{\omega}{\pi}$ et φ la différence de marche pour l'unité d'épaisseur, due au pouvoir rotatoire seul, et à la double réfraction seule, on a les relations suivantes dues à M. Gouy :

$$d^2 = \varphi^2 + \frac{\omega^2}{\pi^2},$$

$$k = -h \pm \sqrt{1 - h^2},$$

en posant

$$h = \frac{\pi\varphi}{\omega}.$$

Pour tenir compte de la séparation des rayons dans le quartz, on a calculé φ par la formule

$$\varphi^2 = \frac{n^2 \sin^2 i \sin^2(r - r') \cos^2 r}{\lambda^2 \sin^2 r'};$$

on a alors la valeur de d_{calc} et de k_{calc} d'après les idées de M. Gouy que l'on compare aux valeurs de d_{obs} et k_{obs} précédemment données.

On a, du reste, vérifié dans une expérience de contrôle effectuée avec un petit prisme de quartz de 1^{cm} environ taillé à $15°$ de l'axe qu'il revient au même d'opérer sous une obliquité de $15°$, avec une lame normale à l'axe, ou d'opérer sous l'incidence normale avec une lame dont l'axe optique est à $15°$ de cette dernière direction. Dans ce dernier cas, les ondes elliptiques se propagent exactement suivant la même direction, et l'on peut, en toute rigueur, appliquer les relations de M. Gouy.

Les expériences ont porté : 1° sur le cube d'environ 4^{cm}; on a

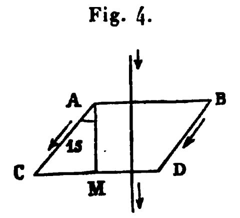
---

([1]) *Voir* le Mémoire original.

mesuré soixante-dix franges, la dernière correspond à $i = 32°21'$; 2° sur une lame de $0^{cm},89$, la dernière mesure (50° frange) correspond à $i = 57°54'30''$.

Le résultat de ces expériences a été entièrement satisfaisant, et l'on peut regarder la théorie de M. Gouy comme donnant des résultats conformes à l'expérience.

Fig. 4.



Diverses théories mathématiques ont été proposées pour expliquer les phénomènes de la polarisation rotatoire circulaire et elliptique. Elles consistent à compléter les équations différentielles de la double réfraction, en ajoutant au second membre des dérivées par rapport aux coordonnées ou au temps. La première tentative dirigée dans cette voie est due à Mac Cullagh (1) en 1836, et la même question a été abordée en 1847 par Cauchy (2). Depuis cette époque, ce même sujet a été l'objet de nombreux travaux.

Si l'on désigne par d_0 et d la différence de marche suivant l'axe optique, en suivant une direction inclinée de l'angle r sur l'axe optique, les diverses théories proposées donnent l'une ou l'autre des deux formules

$$d^2 = P^2 \sin^4 r + d_0^2 \tag{I}$$

ou

$$d^2 = P^2 \sin^4 r + d_0^2 \cos^4 r, \tag{II}$$

avec des valeurs différentes de P pour chaque théorie. La première expression (I) est fournie par les théories de Mac Cul-

(1) Mac Cullagh, *Ir. Trans.*, t. XVII, Part III, p. 461. — *Proceed. of the Ir. Acad.* p. 1-383; 1839.

(2) Cauchy, t. XXV, p. 331.

lagh (1), Clebsch (2), Von Lang (3), Voigt (4), Boussinesq (5) avec

$$P = \frac{n'(n''^2 - n'^2)}{2n''^2\lambda} = 153,418,$$

l'autre expression (II) convient aux théories de Cauchy (6), Von Lang (7), Lommel (8), Ketteler (9) et Sarrau (10), avec les valeurs de P suivantes (11) :

Cauchy et Von Lang (premier Mémoire). $P = \frac{(n'' - n')n'}{n''\lambda} = 153,793$

Lommel.......................... $P = \frac{n'^2 - 1}{n''^2 - 1}\,\frac{n''^2 - n'^2}{2n'\lambda} = 152,926$

Ketteler.......................... $P = \frac{n''^2 - n'^2}{2n''\lambda} = 154,873$

Sarrau.......................... $P = \frac{(n''^2 - n'^2)n'}{2n''^2\lambda} = 153,418$

On a appliqué le calcul à soixante franges. Si l'on fait la différence $d_{obs} - d_{calc}$, on trouve le résultat suivant :

	Moyenne (obs. — calc.).
Boussinesq..................	—0,023
Sarrau..................	+0,029
Cauchy..................	—0,014
Lommel..................	+0,040
Ketteler..................	—0,060

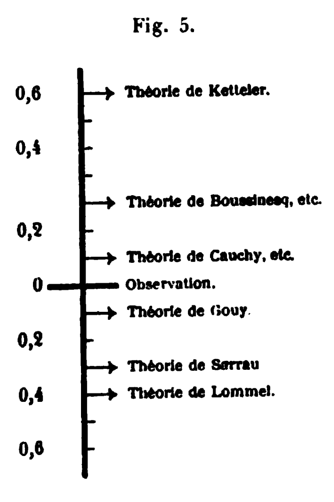
(1) Mac Cullagh, *Trans. Soc. roy. Ir.*, t. XVII, Part III, p. 441; 1839 et *Proceeding of Ir. Ac.*, p. 383; 1839.
(2) Clebsch, *Journal de Crelle*, t. LVII, p. 356; 1859. — Verdet, *Optique physique*, t. II, p. 328.
(3) Von Lang, *Pogg. Ann.* (Ergbd.), t. 8, p. 622; 1878 (second Mémoire).
(4) Voigt, *Wied. Annal.*, t. XIX, p. 889; 1883.
(5) Boussinesq, *Journal de Liouville*, 2e série, t. XIII, p. 335; 1868.
(6) Cauchy, *Ann. de Phys. et de Ch.* (3), t. XXX, p. 68; 1850 (cité par Jamin).
(7) Von Lang, *Pogg. Ann.*, t. 119; p. 85; 1863 (premier Mémoire).
(8) Lommel, *Wied. Annal.*, t. XV, p. 389; 1881.
(9) Ketteler, *Theoretisch Optik*, p. 419-421; 1885.
(10) Sarrau, *Journal de Liouville*, 2e série, t. XIII, p. 105; 1863.
(11) On a pris pour n' et n'' les indices du quartz donnés par M. Mascart et, pour tenir compte de la température, on a appliqué la relation suivante de M. Macé de Lépinay (pour $t = 15°$)

$$n' - n'' = 0,00913206(1 - 0,0001246\,t).$$

Les résultats peuvent se représenter par des courbes; elles ont à première vue un caractère de ressemblance fort net. Les sinuosités des courbes se correspondent exactement, comme si l'une d'elles avait subi simplement une translation. On en peut conclure que les écarts $d_{obs} - d_{calc}$ que l'on retrouve sur chaque courbe, pour la même incidence, représentent les erreurs de l'observation tandis que le glissement de la courbe mesure l'écart systématique de la théorie et de l'expérience.

Si l'on porte les écarts sur une même ligne verticale en prenant pour zéro les valeurs de l'observation, on a le Tableau suivant :

Fig. 5.



Comme les écarts ne sont pas très grands, on peut, en résumé, conclure à l'inexactitude certaine des deux seules théories de Lommel et de Ketteler; pour toutes les autres théories (Boussinesq, Cauchy, Sarrau), il n'est guère possible de conclure d'une façon formelle; on peut seulement dire que la théorie de Cauchy est satisfaisante.

Ces mêmes théories permettent aussi de déterminer la forme des ellipses. Le rapport des axes de chacune des vibrations elliptiques est k et $\frac{1}{k}$ et est donné par une relation de la forme

$$k = -h + \sqrt{1 + h^2},$$

avec des valeurs différentes de h pour chaque théorie :

Boussinesq................ $h = \frac{P}{d_0} \sin^2 r$

Sarrau .... $h = \frac{P}{d_0} \text{tang}^2 r$

Cauchy, Von Lang........ $h = \frac{P}{d_0} \text{tang}^2 r$

Lommel.................. $h = \frac{P}{d_0} \text{tang}^2 r$

Ketteler.................. $h = \frac{P}{d_0} \sin r \,\text{tang}\, r$

avec les valeurs de P déjà données, et qui varient d'un auteur à l'autre. Si l'on compare l'observation et la théorie, on constate que les diverses théories conduisent, au point de vue de la forme des vibrations elliptiques, à des résultats quasi identiques; la différence $k_{obs} - k_{calc}$ est, du reste, toujours négative, dès que l'incidence dépasse 7° environ.

SUR LA RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE DU BISMUTH COMPRIMÉ;

PAR M. EDM. VAN AUBEL.

Les *Annales de Chimie et de Physique* ont publié, en 1889, les résultats de mes recherches sur la résistance électrique du bismuth (1). Depuis lors, plusieurs physiciens, notamment MM. Leduc (2), Drude et Nernst (3), Lenard (4) ont confirmé la plupart de mes conclusions.

Pour établir un parallèle plus complet entre mes expériences et celles de M. Lenard, il était nécessaire de préparer des fils de bismuth comprimé avec le même métal qui m'avait servi antérieurement.

---

(1) Voir *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XVIII; 1889.

(2) A. LEDUC, *Journal de Physique*, 2e série, t. X, p. 112; 1891.

(3) P. DRUDE et W. NERNST, *Annalen der Physik*, Neue Folge, Band XLII, p. 568; 1891.

(4) PH. LENARD, *Annalen der Physik*, Neue Folge, Band XXXIX, p. 619; 1890.

L'étude de l'influence du magnétisme sur la résistance électrique du bismuth comprimé présente un intérêt spécial, car les curieuses spirales de MM. Lenard et Howard [1] permettent de mesurer industriellement avec la plus grande facilité des champs magnétiques intenses.

Suivant M. Righi [2], la résistance électrique à 0° du bismuth du commerce, par rapport au mercure, a varié de 3,9 à 6,3 pour les fils fabriqués par pression à froid et le bismuth comprimé est moins sensible au magnétisme que celui qui a été fondu.

Dans une Communication préliminaire [3], j'ai examiné la résistance électrique d'un échantillon de bismuth comprimé du commerce. Ce fil avait été obtenu par compression à froid et m'avait été remis par mon obligeant collègue W. Spring. La résistance électrique de ce fil ne variait guère avec la température : de 16°,8 à 42°,4, il y avait une faible diminution de la résistance, puis une augmentation très petite également jusqu'à 76°.

Si l'on fondait ce fil pour en faire une tige lentement refroidie, on trouvait une augmentation assez forte de la résistance, quand la température s'élevait.

En 1889, j'ai de nouveau étudié trois tiges comprimées préparées avec un bismuth dans lequel l'analyse chimique ne pouvait déceler aucune impureté, mais un examen délicat au spectroscope y faisait découvrir des traces de plomb.

J'ai observé qu'une élévation de température produisait une diminution de la résistance, variable d'une tige à l'autre; les valeurs absolues de la résistance à 0° étaient également différentes.

Les nouveaux résultats que je vais faire connaître se rapportent à une tige de bismuth trempée et à une tige de bismuth comprimée à froid : toutes deux ont été obtenues au moyen du bismuth électrolysé pur [4] dont le mode de préparation et les propriétés élec-

---

(1) *Elektrotechnusche Zeitschrift*, t. IX; juillet 1888. — *L'Électricien*, t. XIII; 1889.

(2) *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 355; 1884.

(3) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, 3e série, t. XV, p. 211 et 214; 1888.

(4) Le métal m'a été donné par M. le professeur Classen; il a été comprimé par M. le professeur Spring. Je tiens à exprimer ici à ces obligeants collègues l'expression de ma reconnaissance.

triques sont indiquées en détail dans mon Mémoire publié dans les *Annales de Chimie et de Physique* (¹).

Mesure des résistances électriques et calcul des valeurs absolues. — Les mesures des résistances électriques ont été faites sensiblement par les mêmes méthodes dont je me suis servi dans mes recherches antérieures.

Le diamètre du fil comprimé, qui était à peu près cylindrique, a été déterminé en plusieurs points avec le sphéromètre de Wild.

Pour calculer la résistance absolue à 0° de la tige trempée, j'ai opéré de la façon suivante :

La tige a été partagée en trois morceaux ayant respectivement $4^{cm},5$, $4^{cm},5$ et $7^{cm},1$ de longueur. Chacun de ces morceaux a été pesé séparément et, au moyen de la densité du bismuth pur, on en a déduit la section moyenne de chaque morceau, savoir respectivement :

$$0^{cq},0445$$
$$0,0409$$
$$0,0317$$

Cela étant, soient R la résistance électrique à 0° de la tige entière et R_0 la résistance électrique à 0° du bismuth. On aura

$$R = R_0 \times \frac{4,5}{0,0445} + R_0 \times \frac{4,5}{0,0409} + R_0 \times \frac{7,1}{0,0317}.$$

R étant mesuré en unités C.G.S., cette équation donnera l'inconnue cherchée R_0.

Mesure du champ magnétique. — Le champ magnétique a été déterminé par la méthode de F. Stenger (²) que j'ai décrite en détail dans l'*Électricien*.

Le courant très faible qui traverse la bobine de Stenger doit être mesuré avec la plus grande exactitude. A cet effet, j'ai em-

---

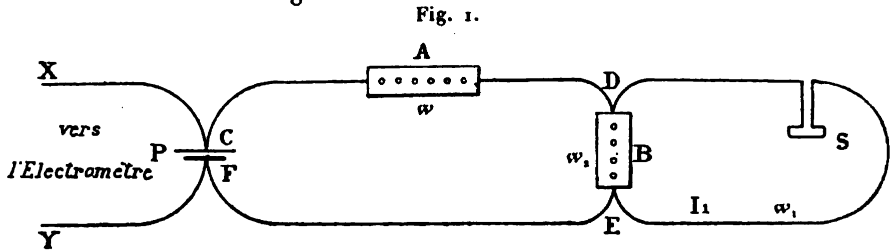
(¹) Pour le mode de préparation du métal, voir également :
CLASSEN, *Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft*, 23ᵉ année, p. 938; 1890.

(²) *Annalen der Physik*, Neue Folge, t. XXXIII, p. 312; 1888. — *L'Électricien*, t. XIII, p. 576, 602, 648; 1889.

ployé la méthode suivante qui m'a paru plus commode que celle dont je m'étais servi antérieurement.

Soient (*fig.* 1) P une pile, A et B deux caisses de résistances, S la bobine de Stenger.

Fig. 1.



Désignons par w_2 la résistance intercalée entre E et D, par w_1 la résistance du circuit ESD comprenant la bobine de Stenger, par $(w + w_2)$ la résistance du circuit CADEF, qui contient les caisses de résistances A et B.

Représentons par I l'intensité du courant dans le circuit CADEF, par I_1 l'intensité du courant dans le circuit ESD, c'est-à-dire l'intensité du courant à mesurer. Nous aurons, en désignant par ε la force électromotrice de la pile

$$I_1 = I\,\frac{w_2}{w_1 + w_2},$$

$$I = \frac{\varepsilon}{w + \dfrac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}},$$

donc

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{w + \dfrac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}} \times \frac{w_2}{w_1 + w_2}.$$

Les résistances w, w_1, w_2 sont déterminées au moyen du pont de Wheatstone.

En variant la résistance w, par exemple, on pourra obtenir différents courants I_1. En mesurant les déviations α correspondantes de la bobine de Stenger, on aura plusieurs mesures de l'intensité du champ magnétique; on en prendra la moyenne.

La force électromotrice de l'élément employé (un élément Daniell) est déterminée avec le plus grand soin, au moyen de l'électromètre de Mascart, par comparaison avec un élément Clark. Les deux conducteurs X et Y venant des pôles de la pile permettent

de faire cette détermination dans chaque cas, la force électromotrice de l'élément Daniell variant avec la résistance intercalée.

Le champ magnétique était produit au moyen d'un électro-aimant de Ruhmkorff dont les pôles portaient deux disques épais de fer doux verticaux, entre lesquels on plaçait le bain d'eau ou de glace fondante contenant la tige de bismuth ([1]).

Pour obtenir plus exactement les valeurs des résistances électriques aux diverses températures, j'ai placé également les tiges de bismuth dans un grand bain d'eau de plusieurs litres, dont on pouvait maintenir la température constante beaucoup plus facilement.

Comparaison des résultats obtenus avec les résultats antérieurs. — Dans les Tableaux qui vont suivre,

R_0 désigne la résistance électrique spécifique à la température de 0° en unités C.G.S.;

K est le coefficient de variation de la résistance électrique avec la température, c'est-à-dire que la résistance à $t°$ est donnée par l'équation $R_t = R_0(1 + Kt)$;

Enfin ΔR est la variation de la résistance électrique R sous l'action du champ magnétique.

TIGES LENTEMENT REFROIDIES.

Expériences faites en 1889.

	K.	R_0.
De 0° à 22°,1	+ 0,00411	
De 0 à 56	+ 0,00426	$10^3 \times 107,99$
De 0 à 99,7	+ 0,00450	

AUTRE TIGE.

De 0 à 19,5	+ 0,00412	
De 0 à 55	+ 0,00426	
De 0 à 99,7	+ 0,00447	

([1]) *Voir* ma *Communication préliminaire, loco citato,* p. 205.

TIGES TREMPÉES.

Expériences faites en 1889.

	K.	R_0.
De 0° à 21°,9...	+0,00399	
De 0 à 56,1...	+0,00422	$10^3 \times 108,69$
De 0 à 99,7...	+0,00445	

AUTRE TIGE.

	K.
De 0 à 99,6...	+0,00434

Expériences faites en 1893.

	K.	R_0.
De 0° à 22°,8....	+0,00421	
De 0 à 39,95...	+0,00422	$10^3 \times 110,35$
De 0 à 61,98...	+0,00431	
De 0 à 99,41...	+0,00440	

TIGES COMPRIMÉES.

Expériences faites en 1893.

Compression à la température ambiante (Van Aubel).

	K.	R_0.
De 0° à 22°,8...	+0,00398	
De 0 à 39,9...	+0,00404	$10^3 \times 112,15$
De 0 à 62,1...	+0,00418	
De 0 à 99,4...	+0,00430	

Résistance à 22° : R_{22}.
$10^3 \times 121,97$

Compression à chaud (Lenard).

Température de la compression.	Résistance à 22° : R_{22}.
155°..................	$10^3 \times 108,8$
190..................	$10^3 \times 109,6$
195..................	$10^3 \times 108,6$
220..................	$10^3 \times 111,5$

Action du magnétisme.

1. EXPÉRIENCES DE 1889 (VAN AUBEL).

Intensité du champ magnétique : 1268 *unités C.G.S.* (¹).

Tige lentement refroidie.

Températures.	$100 \frac{\Delta R}{R}$.
0°..............	2,9
99°,7............	0,415

Tige trempée.

Températures.	$100 \frac{\Delta R}{R}$.
0°..............	2,89
99°,7............	0,402

(¹) *N. B.* — Par suite d'une erreur de transcription, j'ai attribué au champ

2. EXPÉRIENCES DE 1893 (VAN AUBEL).

Intensité du champ magnétique : 1523 unités C.G.S.

Tige trempée.		Tige comprimée à froid.	
Températures.	$100\frac{\Delta R}{R}$.	Températures.	$100\frac{\Delta R}{R}$.
0°..............	3,34	0°..............	3,30
99°,4............	0,72	99°,4............	0,64

3. EXPÉRIENCES DE M. LENARD.

Intensité du champ magnétique : 1560 unités C.G.S.

Fil comprimé à 155°........... $100\frac{\Delta R}{R} = 3,50$

Ces résultats montrent que la trempe et la compression n'altèrent que faiblement les propriétés électriques du bismuth pur. La résistance électrique à 0°, le coefficient de variation avec la température et l'influence du magnétisme sont à peu près les mêmes pour les tiges lentement refroidies, trempées ou comprimées.

Le coefficient de variation avec la température est toujours positif et ne varie pas beaucoup aux diverses températures comprises entre 0° et 100°.

Mes recherches antérieures ont montré que ces propriétés n'existaient pas pour le métal contenant seulement des traces d'impuretés.

L'influence du magnétisme est à peu près équivalente dans mes expériences et dans celles de M. Lenard; mais on ne peut en dire autant de la valeur absolue de la résistance électrique.

Puisque l'action du magnétisme sur le bismuth pur est la même, quel que soit le mode de préparation de la tige, on devra préférer, aux lames de bismuth électrolytique de M. Leduc, les spirales de bismuth comprimé par la méthode de M. Lenard, qui sont plus faciles à réaliser.

magnétique de mes précédentes expériences les valeurs 1650 et 1560 unités C.G.S. (*Annales de Chimie et de Physique,* 6e série, t. XVIII, p. 450 et 452; 1889). Au lieu de ces nombres, il faut lire 1268 unités C.G.S., résultat que j'ai d'ailleurs contrôlé par de nouvelles mesures du champ magnétique.

Les intéressantes spirales de bismuth, étudiées par M. Lenard, sont en outre plus sensibles à l'action du magnétisme, comme le montre le Tableau suivant, extrait du Mémoire de ce savant :

INTENSITÉ DU CHAMP MAGNÉTIQUE : 11200 UNITÉS C.G.S.

Valeur de $100 \frac{\Delta R}{R}$:

1. Couche de bismuth électrolysé (Leduc)................	28,8 à 40,1
2. Fil de bismuth électrolysé comprimé à 155° (Lenard)....	48,1
3. Fil de bismuth électrolysé comprimé à 230° (Lenard)....	50,3

Ces résultats prouvent encore qu'il est préférable de comprimer le fil à une température élevée.

Les spirales de bismuth sont fabriquées par MM. Hartmann et Braun, qui fournissent en même temps la courbe d'étalonnage de l'appareil ([1]). Pour les champs magnétiques faibles, on peut appliquer la formule de M. Leduc, mais, à partir de 6000 unités C.G.S. environ, la courbe devient une droite ([2]).

W.-N. HARTLEY. — Spectre d'une flamme aux températures élevées (1re Partie). Spectres dans la flamme oxhydrique (Extrait par l'auteur).

Brewster, en 1842, examina le premier le spectre de sels en suspension dans la flamme du gaz d'éclairage alimentée par l'oxygène ([3]).

Le professeur Norman Lockyer a publié une planche représentant vingt-deux spectres de métaux, à la température de la flamme du mélange cité plus haut. La région observée s'étendait entre les limites correspondant à λ 7000 et λ 4000.

Avant d'entreprendre l'étude des phénomènes spectroscopiques intimement liés à l'appareil Bessemer et à la préparation de l'acier en général, j'ai soigneusement observé les spectres des métaux et

---

([1]) *Voir* dans *La Lumière électrique*, 10 juin 1893, p. 482 ou dans *Industries*, 12 mai 1893, un Mémoire de M. le Dr Th. Bruger sur ces spirales.

([2]) A comparer avec les résultats des travaux de M. Leduc. Ce travail a été fait au laboratoire de M. le professeur Wüllner, à l'École Polytechnique d'Aix-la-Chapelle.

([3]) *Proc. Royal Society*, Edinburg, t. VI, p. 145.

des oxydes métalliques en soumettant ces substances à l'action de la flamme du gaz oxhydrique.

Méthode de recherche. — La méthode employée pour obtenir le spectre des flammes possédant une haute température est la suivante.

L'hydrogène sortant d'un grand générateur en plomb est brûlé dans un chalumeau avec de l'oxygène comprimé. Le chalumeau mesure 3 pouces ([1]) de longueur et a un diamètre extérieur de $\frac{3}{8}$ de pouce. Les substances examinées sont supportées dans la flamme par de petites plaques de cyanite de 2 pouces de long, de $\frac{1}{20}$ de pouce d'épaisseur et de $\frac{1}{4}$ de large.

Ce minéral que l'on trouve en blocs à Donegal, en Colombie, contient 96 pour 100 de silicate d'alumine et est considéré en pratique comme infusible.

Les spectres furent tous photographiés avec l'instrument que j'ai employé dans plusieurs occasions pour la photographie du spectre ultra-violet et dont j'ai publié la description dans le *Chemistry Society Journal* ([2]).

La dispersion de l'instrument était celle d'un prisme de quartz dont l'angle de réfringence mesurait 60°.

J'ai surtout employé les plaques isochromatiques développées à l'hydroquinone. On essayait diverses teintes pour mesurer leur sensibilité et l'on employait différentes substances développatrices. Les spectres étaient mesurés avec une échelle d'ivoire divisée en centièmes de pouce et directement appliquée sur les photographies, la division 20 étant située sur l'échelle de manière à coïncider avec la ligne jaune du sodium qui apparaissait dans chaque photographie. On trouvait convenable d'enregistrer les mesures sur un papier au gélatinobromure reproduisant le négatif agrandi. Quelquefois, lorsqu'on voulait apporter plus de soin à l'opération, on faisait un agrandissement du spectre, l'échelle étant placée dans la position qu'elle devait occuper, mais de cette façon on ne pouvait effectuer les mesures exactement. Il est nécessaire

---

([1]) Le pouce (inch) est de $2^{cm},53$.
([2]) Tome XLI, p. 91; 1882.

d'employer un grossissement considérable et d'avoir un réticule à l'oculaire.

Pour reconnaître les lignes déjà connues, il n'y avait aucune complication, mais pour mesurer les nouvelles lignes et les bandes il était nécessaire de faire usage d'un micromètre et d'un microscope; la vis du micromètre était divisée en 100 filets dans une longueur de 25^{mm} et le grossissement généralement employé était de 10 diamètres.

Caractères et étendue du spectre observé. — Maintenant, comme dans l'emploi ordinaire du spectroscope, nous devons être préparés à voir les lignes du sodium et, dans les flammes d'hydrocarbures, les bandes du carbone; ainsi dans ces spectres on devra reconnaître les lignes relatives au sodium, et les lignes plus fortes relatives au spectre d'émission de la vapeur d'eau peuvent de même être remarquées.

De plus, la cyanite fournit une ligne rouge identique à celle du lithium; ce fait ne présente aucun inconvénient, mais sert au contraire à indiquer l'endroit où commence le spectre.

Les spectres d'un grand nombre de métaux ainsi que de leurs composés, se limitent dans la région des lignes les plus intenses de la vapeur d'eau. Les spectres non métalliques formant un type à part sont ceux du soufre, du sélénium et du tellure : le premier donne un spectre continu avec une série de bandes cannelées d'un très bel effet; le second une série de bandes fines, se suivant à de plus petits intervalles, enfin le troisième est caractérisé par des bandes encore plus rapprochées et voisines de la partie terminale plus réfrangible, dont on voit quatre lignes que l'on retrouve dans le spectre de l'étincelle du tellure obtenu par Hartley et Adeney. L'accroissement dans le poids atomique produit de plus courtes périodes dans le retour des bandes. Dans les lignes du spectre l'effet contraire a lieu; l'accroissement de poids atomique produit de plus grandes périodes dans le retour des lignes. Le charbon et l'oxyde de carbone fournissent respectivement des spectres continus; le dernier, cependant, présente quelques bandes correspondant au carbone. Les hydrocarbures fournissent le spectre bien connu composé de bandes du carbone avec celle que l'on a attribuée au cyanogène. Les lignes spectrales des éléments métal-

liques tels que le nickel, le chrome et le cobalt sont parfaitement accusées. L'antimoine, le bismuth, l'argent, l'étain, le plomb et l'or donnent un spectre formé de très belles bandes (spectre du premier ordre) accompagné de quelques lignes.

Ces spectres sont plus purs que ceux du sélénium et du tellure.

Le fer et le cuivre fournissent des raies et des bandes moins apparentes. Le manganèse possède une belle série de bandes et un groupe de trois lignes voisines très rapprochées.

L'aluminium donne un beau spectre continu avec trois lignes d'origine incertaine; le zinc, un spectre continu sans lignes et le cadmium un spectre consistant seulement en une simple ligne de longueur d'onde λ (3260,2).

Parmi les composés, l'acide chromique forme un spectre continu avec six lignes correspondant au métal; l'oxyde de cuivre, une fine bande spectrale avec deux lignes du métal; le sulfate de magnésie donne un spectre d'oxyde de magnésium consistant en de larges bandes dégradées composées de lignes minces très rapprochées, dont une de longueur d'onde λ. 2852 correspond au métal.

Les sulfates de chaux, de strontium et de baryum donnent tous des bandes d'oxydes et des lignes correspondant à chacun des métaux qui ont servi à les former. L'acide phosphorique donne un spectre continu avec une ligne particulière dont on constate aussi la présence dans le spectre de l'arsenic.

Les chlorures des alcalis fournissent aussi des lignes correspondant aux éléments avec un spectre plus ou moins continu qui, selon l'opinion admise, est dû au métal dans chacun des cas. Le chlorure de lithium ne donne pas de spectre continu.

Volatilité des métaux. — Un des faits les plus intéressants, confirmé par les recherches, est la volatilité de tous les métaux examinés, sauf le platine, et particulièrement l'extraordinaire volatilité du manganèse et à un moindre degré la volatilité d'un métal infusible, l'iridium. De l'iridium, réputé pur, a diminué de volume après avoir subi l'action de la flamme pendant deux heures.

P. DE HEEN. — Variabilité de la température critique (*Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, t. XXIV$_3$, p. 96-101; 1892).

Il s'agit de la variabilité de la température de disparition du ménisque dans les tubes de Natterer.

M. de Heen, ayant introduit dans un même bain une série de tubes identiques, mais renfermant diverses proportions d'éther, a constaté que la disparition du ménisque avait lieu à une température plus élevée pour les tubes plus fortement chargés. Toutefois, les différences sont toujours faibles et ne dépassent pas 1° à 2°. Ainsi, dans un tube dont le liquide occupait la moitié de la capacité à 180°, la disparition avait lieu à 192°,5, alors qu'elle n'avait lieu qu'à 191° dans un tube dont le liquide occupait seulement $\frac{1}{5}$ du volume.

La limite supérieure des températures t_c de disparition du ménisque est la température T_c, appelée par Andrews *température critique,* c'est-à-dire la température à partir de laquelle l'état de saturation ne peut plus exister.

La température t_c serait la température à laquelle la vapeur formée est susceptible de dissoudre la totalité du liquide sous-jacent.

Afin d'éviter toute confusion, M. de Heen propose pour la température t_c le nom de *température de transformation,* le nom de *température critique* étant réservé à la température T_c qui représente la limite supérieure de t_c. J. PIONCHON.

P. DE HEEN. — Sur un état de la matière caractérisé par l'indépendance de la pression et du volume spécifique (*Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, t. XXIV$_3$, p. 267-285; 1892).

Considérons un tube scellé contenant un poids P d'une substance en partie à l'état liquide (volume V_l, densité D_l) et en partie à l'état de vapeur saturée (volume V_v, densité D_v). On a la relation

$$V_l D_l + V_v D_v = P,$$

d'où

$$\frac{D_v}{D_l} = \frac{P}{V_v D_l} - \frac{V_l}{V_v}.$$

$\frac{P}{D_l}$ représente le volume qu'occuperait, dans les conditions de l'expérience, le poids de la substance considéré, s'il était tout entier à l'état liquide. Si ce volume est connu (¹), l'observation de V_l et de V_v permettra de calculer le rapport $\frac{D_v}{D_l}$.

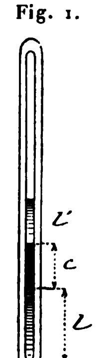
Cette étude a été faite par M. de Heen sur l'éther à l'aide d'une série de cinq tubes contenant des poids différents de cette substance.

Les courbes suivantes, construites en prenant pour abscisses les températures et pour ordonnées les valeurs correspondantes de $\frac{D_v}{D_l}$ fournies respectivement par les cinq tubes employés, représentent les résultats obtenus.

On peut conclure de l'examen de ces courbes qu'*à une température déterminée correspondent une infinité de vapeurs saturées, ayant des densités différentes.*

(¹) Ce volume V_u à chaque température est dans un certain rapport v avec le volume V_θ du liquide à une température déterminée θ. Le rapport v pour chaque température t est caractéristique de la nature de la substance considérée.

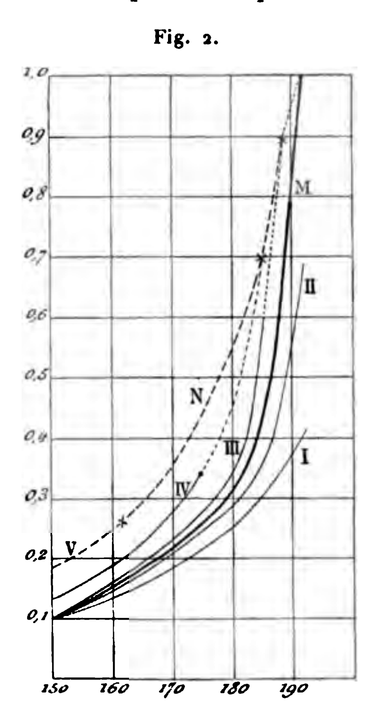
Fig. 1.



On peut le déterminer aisément en étudiant la variation avec la température de la longueur d'une colonne l du liquide en question occupant le fond d'un tube capillaire scellé et surmontée d'une colonne de mercure c et d'une colonne de liquide l', la tension de la vapeur dégagée en l' maintenant le liquide l dans son état normal jusqu'à la température critique.

Si l'on prolonge les courbes III, IV et V respectivement jusqu'aux températures de 189°, 185° et 162° auxquelles les tubes correspondants seraient complètement remplis de liquide, on obtient des points représentant pour ces températures le maximum de densité que la vapeur saturée est capable d'acquérir.

Fig. 2.



La courbe M, intermédiaire entre II et III, correspond à un tube qui serait exactement rempli de liquide à la température critique; il résulte de son tracé que le rapport $\frac{D_v}{D_l}$ est égal à l'unité à cette température et pour ce cas limite.

Les points représentant les valeurs maxima de $\frac{D_v}{D_l}$ trouvés ainsi expérimentalement déterminent une courbe N permettant d'assigner pour chaque température le maximum de densité qu'une vapeur saturée est susceptible d'acquérir.

Soit *ds*S une isotherme présentant une partie rectiligne *s*S, la portion *ds* correspondant à la vapeur détendue. Il suit des faits qui précèdent que la densité de la vapeur saturée va en croissant de

l'état s à l'état S où elle est maxima; et c'est au voisinage de S que la variation de densité est la plus rapide.

Soit A un tube scellé contenant une quantité de liquide telle que, par une élévation de température, le ménisque s'évanouisse à un moment où le volume de la vapeur peut être considéré comme négligeable. Nous venons de voir qu'on a alors, en appelant D_{vc} la densité de la vapeur et D_{lc} la densité du liquide à cette température critique,

$$D_{vc} = D_{lc},$$

la valeur commune de ces deux densités étant la densité moyenne D_m de la substance supposée uniformément répartie dans le volume du tube.

Soit, d'autre part, un tube B contenant une quantité de liquide plus faible, en sorte qu'au moment de la disparition du ménisque le volume du liquide soit négligeable vis-à-vis de celui de la vapeur. On aura alors

$$D'_{vc} = D'_m < D_m,$$

par suite

$$D'_{vc} < D_{vc}.$$

Ainsi la *densité de la vapeur à la température de disparition du ménisque est variable et dépend de la proportion de liquide renfermée dans le tube, bien que la pression soit constante* (¹).

On déduit de l'inégalité précédente

$$\frac{D'_{vc}}{D_{lc}} < \frac{D_{vc}}{D_{lc}} = 1.$$

Donc *la densité de la vapeur prise à la température de disparition du ménisque est toujours inférieure à la densité du liquide, lorsque celui-ci à cette température ne remplit pas complètement le tube.*

Soit un tube scellé AB en forme d'U renversé et renfermant dans l'une de ses branches A une quantité d'éther réglée de façon que la quantité de liquide soit encore notable au moment de la

---

(¹) L'indépendance de la tension de la vapeur saturée et de la quantité de liquide renfermée dans le tube est établie par les expériences de M. Cailletet.

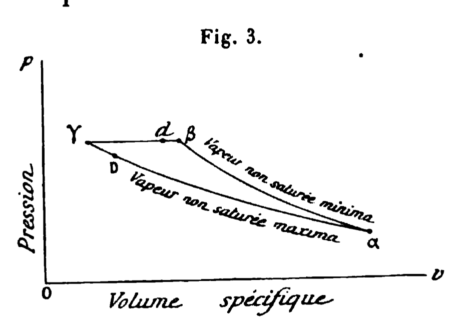
disparition du ménisque. Si, après avoir produit cette disparition, on vient ensuite à refroidir uniformément les deux branches A et B, on constate en B une condensation beaucoup plus faible qu'en A. Ce résultat est conforme aux faits établis ci-dessus d'après lesquels la densité moyenne doit être plus faible en B qu'en A. Désignons par I et D ces densités moyennes.

Soit maintenant un tube identique A′B′ dans lequel la quantité de liquide soit assez faible pour être complètement vaporisée au-dessous de la température critique. Si, après avoir élevé la température de manière à surchauffer considérablement la vapeur, on refroidit uniformément les deux branches, on constate qu'après condensation la quantité de liquide est plus grande en A′ qu'en B′. Il semble donc qu'il y ait aussi des *vapeurs surchauffées maxima* et *minima*.

Supposons que le liquide du tube A′B′ soit complètement évaporé à une température légèrement inférieure à celle de la disparition du ménisque en A, et envisageons les deux tubes A′B′ et AB à cette dernière température. La densité en A′ sera voisine de D; elle sera donc supérieure à la densité d en B. Mais la pression P′ en A′ est inférieure à la pression P en A. On arrive ainsi à cette conclusion que, *malgré la diminution de pression, la densité de la vapeur non saturée est plus grande que la densité de la vapeur saturée, la température étant la même.*

Figurons graphiquement les valeurs correspondantes du volume spécifique et de la pression.

Fig. 3.



Soient αβ la partie de la ligne représentative correspondant à la vapeur non saturée minima et βγ la partie correspondant à la vapeur saturée. La densité d correspond à un état voisin de β, et

la densité D à un état voisin de γ mais non représenté sur $\beta\gamma$. Si l'on isole de son liquide un volume très petit de vapeur saturée maxima dans l'état représenté par γ et si on le détend, le point figuratif ne parcourra pas la ligne $\gamma\beta$, mais une ligne telle que $\gamma\alpha$ figurant une succession de vapeurs non saturées maxima à la température considérée.

M. de Heen voit dans ces faits une confirmation de sa théorie des *molécules liquidogéniques*.

D'après cette théorie, la vapeur, qui jusqu'en β s'était comportée comme un gaz imparfait, serait dans la transformation $\beta\gamma$ le siège d'une polymérisation physique correspondant à la production de molécules liquidogéniques. Parmi ces molécules, qui seraient de masses inégales, les plus aptes à constituer l'état liquide se précipiteraient sous cette forme au fond du tube, tandis que les autres se maintiendraient en dissolution dans la vapeur et deviendraient de plus en plus nombreuses à mesure que le volume occupé par la vapeur diminuerait. Une détente effectuée sur une petite portion de cette vapeur constituerait une transformation ne portant plus sur le nombre des molécules liquidogéniques mais sur leur état de polymérisation qui irait en diminuant pour chacune d'elles en particulier.

Le phénomène de l'évaporation pourrait se produire de deux manières : il se pourrait que la surface du liquide abandonnât simplement des *molécules gazogéniques,* et dans ces conditions la vapeur serait minima; mais il se pourrait également qu'un certain nombre de molécules liquidogéniques fussent projetées comme telles dans la vapeur, donnant alors des vapeurs non minima. Dans une détente, les vapeurs seraient le siège d'une véritable *évaporation interne*. M. de Heen propose de désigner ces vapeurs auxquelles la loi de Van der Waals ne s'appliquerait pas, sous le nom de *pseudo-gaz* ou de *pseudo-vapeur,* suivant que l'on considère des températures supérieures ou inférieures à la température critique. Cet état *pseudogazeux* représenterait le quatrième état de la matière soupçonné par James Thomson. J. Pionchon.

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE;

t. XLV, 1er semestre 1893.

R.-S. WOODWARTH. — Note préliminaire sur la règle à glace fondante de l'appareil pour la mesure des bases du U. S. Coast and Geodetic Survey, p. 33-54.

Afin d'éviter les causes d'erreur provenant de l'incertitude sur la température des règles, on a construit des règles rectangulaires de $5^m,02$ de long, destinées à être plongées dans la glace fondante au moment de la mesure. Une auge en forme d'Y, formée de deux plaques d'acier de $5^m,14$ de long et de $25^{cm},5$ de large, faisant entre elles un angle de 60°, est remplie de glace, et la règle est posée au milieu sur des supports que des vis permettent de régler. On alignera la règle en vérifiant, à l'aide d'un niveau à fourche, que des chevilles implantées latéralement sur la ligne neutre de la règle sont bien dans un même plan horizontal. On a, avec cette règle, comparée à un mètre étalon, mesuré successivement un hectomètre et un kilomètre. La mesure du kilomètre peut se faire en un jour. On a trouvé une erreur probable de $0^{mm},76$ sur la mesure du kilomètre dans une série de mesures et $0^{mm},09$ dans une autre série.

J.-C. GRAHAM. — Quelques expériences avec un geyser artificiel, p. 54.

L'auteur a construit un geyser artificiel analogue à celui de Tyndall, avec la différence que la source de chaleur est au bas de l'appareil, et non en un point intermédiaire. Sur ce geyser il s'est proposé d'étudier surtout l'influence du savon ajouté à l'eau. En jetant des pierres à savon dans certains geysers d'Irlande, il semble qu'on soit arrivé dans quelques cas à hâter l'éruption, à diminuer la période écoulée entre deux jets de vapeur. Les expériences de M. Graham prouvent que, toutes choses égales d'ailleurs, le geyser artificiel à eau de savon a une période plus courte sensiblement que celui qui est à eau pure.

A quoi tient cette action? L'auteur montre qu'elle ne saurait être attribuée ni à une variation de densité, ni à un changement du point d'ébullition, ni à une différence de chaleur spécifique. Il arrive à la conclusion de M. Arnold Hague, qui pense que la vis-

cosité de l'eau de savon empêche la vapeur de se dégager aussi régulièrement. Quand une quantité suffisante de vapeur s'est accumulée dans le réservoir inférieur, il y a explosion et le jet s'échappe : la diminution de pression serait plus brusque et la marche du phénomène serait ainsi accélérée.

C. BARUS. — **Isothermes, isopiestiques et isométriques relatives à la viscosité, p. 87-97.**

Les expériences ont porté sur la glu marine, dont la viscosité est très sensible avec la température. On mesure la viscosité en étudiant la vitesse d'écoulement de la glu marine enfermée dans un corps de pompe terminé par un orifice étroit, et comprimée par un piston. On peut atteindre des pressions de 2000 atmosphères, et faire varier la température de 10° à 30° en plongeant tout l'appareil dans un bain-marie. On admet que la pression à laquelle est soumise la masse de glu qui s'écoule est la moyenne entre la pression intérieure et la pression extérieure, cette dernière étant prise, égale à zéro. La viscosité varie beaucoup plus vite avec la pression qu'avec la température. Les variations de pression nécessaires pour faire varier la viscosité, autant que la fait varier une élévation d'un degré centigrade, dépendent de la pression initiale. Elles sont pour des pressions de

	0^{atm},	500^{atm},	1000^{atm},
respectivement			
	67^{atm},	256^{atm},	280^{atm}.

MENDENHALL. — **De l'emploi des plans et des couteaux dans les pendules pour la mesure de la gravité, p. 144.**

Pour éviter et pour étudier les causes d'erreur provenant de l'incertitude et de la variation de la ligne de contact du couteau et du plan sur lequel il appuie, l'auteur propose d'intervertir leur rôle, de fixer le plan au pendule et de le faire osciller sur un couteau. On pourrait alors, avec un même pendule, étudier l'influence de la forme du couteau, de la largeur de l'arête et de la grandeur de l'angle. La distance des deux plans d'un pendule réversible se mesurerait par la méthode optique de Michelson et Morley.

C. BARUS. — Note préliminaire sur les couleurs de condensation des nuages, p. 150.

En faisant passer un jet d'air saturé d'une haute température à une plus basse, on forme un brouillard qui présente, en lumière transmise, une succession de couleurs déterminée quand la différence des températures va en croissant ; en lumière réfléchie, la même masse d'air chargé de vapeur est toujours d'un blanc incolore. Ces couleurs, prises dans l'ordre inverse, en commençant par le blanc, sont les couleurs des anneaux de Newton, par transmission du premier et du second ordre. L'étude de ces couleurs, dans un brouillard, nous donne une mesure, qui peut être très exacte et qui est instantanée, de la grandeur des globules d'eau qui le constituent.

C. LUDEKING et J.-E. STARR. — Chaleur spécifique de l'ammoniaque liquide, p. 200.

La chaleur spécifique a été déterminée par la méthode des mélanges. On a obtenu des nombres variant entre 0, 863 et 0,897. On a pris une valeur moyenne 0,8857.

G.-W. COLLES. — Distance des étoiles, par le principe de Döppler, p. 259.

Fox Talbot a montré comment la connaissance exacte d'un système de deux étoiles, de leurs orbites et de leurs vitesses données par les mesures spectroscopiques, permet de calculer la distance de ces étoiles. Le présent Mémoire est une extension de ce principe. Une analyse fondée sur le Calcul des probabilités montre qu'on pourra trouver les distances de toutes les étoiles, si l'on en connaît exactement le mouvement apparent, et la vitesse suivant la ligne de visée, d'un grand nombre d'étoiles disséminées au hasard sur la sphère céleste. Un Tableau donne les éléments du calcul pour 95 étoiles.

A.-G. MAYER. — Radiation et absorption de la chaleur par les feuilles, p. 340.

On s'est servi du cube de Leslie sur une des faces duquel a pu être appliquée la feuille à étudier et des appareils ordinaires de

chaleur rayonnante. Les résultats ont varié avec les espèces végétales étudiées.

ALBERT W. WHITNEY. — Réfraction de la lumière sur la neige, p. 359.

Par une après-midi claire et froide d'hiver, on voit parfois sur une vaste étendue de neige deux larges traînées lumineuses en forme de V, dont l'ouverture est tournée vers le Soleil, le sommet étant à six pieds de l'observateur, et l'angle 90° environ pour l'une des deux, le sommet à 15 pieds et l'angle 60° pour l'autre. Sur ces traînées, la lumière est plus vive, et l'on voit des colorations. Ces apparences s'expliquent par la réfraction de la lumière du Soleil à travers les cristaux de neige; et les deux lignes, qui sont des arcs d'hyperbole obtenus en coupant le plan de la neige par des cônes ayant pour axe commun la ligne qui va du Soleil à l'œil de l'observateur, correspondent aux deux angles 60° et 90° des cristaux hexagonaux de neige. Les angles de 120° du prisme hexagonal ne donnent pas lieu à un rayon émergent; pour les angles de 60° et 90°, au contraire, les déviations minimum répondent bien aux deux angles qu'a donnés l'observation.

S. MORELAND. — Valeur de la force exercée par un courant électrique dans un conducteur circulaire sur un pôle magnétique unité placé en son centre, p. 392.

L'auteur indique une façon simple d'obtenir le résultat $\frac{2\pi i}{r}$.

G.-O. SQUIER. — Effets électrochimiques dus à l'aimantation, p. 443.

L'auteur a fait une série d'expériences en employant la méthode de Rowland. Il a d'abord employé un disque circulaire de fer de 5^{mm} de rayon, et en regard un fil de 1^{cm} de long et de 1^{mm} de diamètre, le tout plongeant dans l'acide nitrique étendu. Quand on excite l'électro-aimant, on a, dans ce cas, une impulsion du galvanomètre et dans une direction indiquant que la pointe de fer est protégée par l'aimantation contre l'action chimique et se comporte comme le cuivre dans la pile.

On a obtenu des résultats complexes. Il y a en définitive deux actions de sens opposés. L'une consiste en ce que la partie la plus énergiquement aimantée est protégée contre l'action chimique.

L'autre est due à la concentration des produits de la réaction autour de l'électrode de fer le plus fortement aimantée; cela produit un potentiel plus élevé aux parties les plus aimantées, et crée des courants électriques permanents qui vont dans le liquide des parties aimantées aux parties neutres du fer. Cet effet de la concentration croît rapidement avec la teneur de la solution en sels de fer et avec sa fluidité.

M.-J. PUPIN. — Oscillations électriques de basse fréquence et leur résonance. p. 325-334, 420-430, 503-520.

Le problème que s'est posé d'abord M. Pupin est le suivant : obtenir des résonateurs ne donnant qu'un courant harmonique simple de fréquence constante; une force électromotrice donne naissance dans un circuit secondaire à un courant de même période, mais pour lequel, en général, le courant n'est pas donné en fonction du temps par une fonction sinusoïdale simple : au *son* fondamental se superposent ses *harmoniques* supérieurs.

Le circuit primaire étant par exemple un circuit parcouru par le courant d'une pile, et qu'on interrompt périodiquement, par un contact mobile plongeant dans une coupelle à mercure et fixé à une corde vibrante ; le circuit secondaire comprend un téléphone, un condensateur de capacité variable et une bobine auxiliaire avec un noyau de fer doux. Ce secondaire a une capacité et une self-induction *localisées*, par suite, bien déterminées : il a une *période naturelle* qu'on peut faire varier à volonté. On peut donc, en agissant par exemple sur le noyau de fer doux mobile, le mettre à l'unisson de l'un des harmoniques du *son* fondamental du primaire, son dont la hauteur est donnée par la corde vibrante. Entre le cas où l'on a les harmoniques secondaires et celui où l'on a le son fondamental pur, il y a au téléphone la différence entre le son d'une clarinette et celui d'un tambour qui donnent la même note.

Quand la résonance est établie, il y a, entre l'amplitude maximum E_0 de la force électromotrice et l'amplitude E_1 de la différence de potentiel aux armatures du condensateur embroché sur le secondaire, le rapport

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{10^6}{\frac{2\pi}{T} CR}.$$

C est en microfarads, R en ohms; mais

$$T = \frac{2\pi}{10^3}\sqrt{LC},$$

d'où

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{2\pi L}{TR} = \frac{\text{Inductance}}{\text{Résistance}}.$$

Si donc la self-induction est grande et la résistance faible, on peut rendre considérable E_1.

Le problème des oscillations électriques à basse fréquence (à fréquence assez faible pour qu'il y ait lieu de tenir compte de l'amortissement, sans que cet amortissement influe toutefois sur la durée de la période) est comparable au problème du pendule de torsion suspendu par un fil élastique : le moment d'inertie du barreau suspendu et l'élasticité du fil de suspension répondent à la self-induction et à la capacité du circuit; la résistance de l'air au frottement correspond à la résistance du circuit en ohms, le frottement intérieur dans le barreau et dans la suspension élastique, à l'hystérésis magnétique et diélectrique; le déplacement angulaire du pendule de torsion, à la charge électrique du condensateur, et la réaction de torsion à la différence de potentiel entre les armatures du condensateur. On peut poursuivre l'analogie dans le détail.

Il y a accroissement de potentiel, par le fait de la résonance aux armatures du condensateur, comme il y avait accroissement de la réaction de torsion dans les vibrations résonantes du pendule de torsion. Une expérience grossière peut le mettre en évidence. On met en série deux bobines de réaction et un condensateur Marshall sur le secondaire d'un transformateur. Les noyaux des bobines sont des faisceaux de fils de fer doux qu'on peut retirer. Les bornes du condensateur sont reliées à un voltmètre électrostatique Thomson. La force électromotrice inductrice a 100 périodes par seconde et règle la capacité du condensateur jusqu'à ce que l'enlèvement de la cheville soit accompagné d'étincelles brillautes : alors on n'est pas loin de la résonance. On déplace le noyau de fer doux de la plus petite bobine, peu à peu, de haut en bas, et inversement jusqu'à ce que le voltmètre donne la plus grande élongation. On passe ainsi de 60 volts de force électromotrice, engendrés dans le secondaire et marqués par un voltmètre, à une différence de

potentiel de 900 volts au condensateur. Il y a un changement considérable et rapide du courant quand on est au voisinage de la résonance. Si l'on fait varier la capacité ou la self-induction en suivant les variations correspondantes de la différence de potentiel, on trouve dans la courbe plusieurs maxima successifs. Ces maxima successifs correspondent précisément aux harmoniques de la note fondamentale avec lesquels le circuit se trouve successivement en résonance.

Dans une série d'expériences, on a excité le circuit primaire au moyen d'un alternateur : les résultats observés ont été d'accord avec les prévisions du calcul, sauf toutefois certains effets encore incomplètement expliqués auxquels a donné lieu la présence du fer doux. Citons, entre autres expériences, la suivante :

En introduisant un à un les fils de fer dans le noyau d'une bobine de réaction, quand on a réglé la capacité de manière à être au voisinage d'un maximum de potentiel, on arrive tout à coup à une chute brusque. On élève alors tout doucement, puis on abaisse le faisceau de fils de fer. Le condensateur est à 19 microfarads. On peut alors faire varier sa capacité en enlevant les chevilles, une à une, jusqu'à la diminuer de 6 pour 100 sans modifier en rien la résonance marquée par la valeur élevée du potentiel. Puis on atteint tout à coup une valeur critique, et dès lors la moindre variation de capacité amène une chute brusque dans le potentiel, et l'on a beau remettre les chevilles, on ne rétablit pas la résonance. Pour la reproduire, il faut lever, puis abaisser le paquet de fils de fer comme tout à l'heure.

B. Brunhes.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES;

T. CXIII; 1891 (fin).

H. GILBAULT. — Variation de la force électromotrice des piles avec la pression, p. 465.

D'après la théorie de M. von Helmholtz, si E représente la force électromotrice d'un élément de pile, et q la quantité d'électricité

développée par unité d'accroissement du volume v, l'on a

$$q \frac{\partial E}{\partial p} = dv.$$

M. Gilbault a mesuré $\frac{\partial E}{\partial p}$ pour diverses piles. Dans le cas des piles sans dégagement gazeux, il a trouvé que la variation de E avec p est presque linéaire, conformément à la théorie. Dans le cas des piles à dégagement gazeux, la variation de E est sensiblement proportionnelle à Lp. L'ordre de grandeur des nombres obtenus est conforme aux prévisions théoriques.

H. BECQUEREL. — Mémoire sur les températures observées sur le sol, au Muséum d'Histoire naturelle, pendant l'hiver 1890-1891, p. 483.

Les températures souterraines sont mesurées au Muséum, depuis 1863, au moyen de câbles thermo-électriques, jusqu'à une profondeur de 36^{m}. Les observations actuelles se rapportent à des profondeurs de moins de 1^{m}, pendant une période particulièrement favorable à l'étude de la conductibilité du sol. On a comparé les résultats à cinq profondeurs différentes, sous un sol dénudé et sous un sol gazonné. La grande oscillation hivernale de la température se retrouve à toutes les profondeurs, avec des amplitudes décroissantes et un retard qui atteint finalement sept jours à la plus grande profondeur. Des périodes secondaires d'oscillation embrassant six à vingt jours se répètent aussi aux diverses profondeurs; enfin l'oscillation diurne se propage aussi, mais finit par se renverser. La forme des courbes montre que la présence du gazon équivaut à une épaisseur supplémentaire de terre, d'environ $0^{m},50$. La gelée s'est propagée à plus de $0^{m},73$ sous le sol dénudé, et à $0^{m},30$ sous le gazon.

L'étude approfondie des résultats apporte une confirmation à la théorie de Fourier. Il ressort de cette théorie qu'entre les profondeurs x et x', l'amplitude d'une oscillation supposée de forme harmonique se multiplie par $e^{-2\mu\frac{x-x'}{\lambda}}$, λ s'exprimant par

$$\lambda^2 = 4\pi k T.$$

La vitesse de propagation $2\sqrt{\frac{\pi k}{T}}$ dépend de la durée T de la période.

Le coefficient k a pour valeur

$$k = \frac{K}{CD},$$

K étant la conductibilité calorifique, C la chaleur spécifique et D le poids spécifique. Ce coefficient varie avec le tassement et l'humidité du sol.

On a pu déterminer les valeurs de λ et de k. Cette dernière quantité a été trouvée égale à 0,0066. Les constantes C et D ayant été mesurées directement, on en a déduit

$$K = 0,0040.$$

On peut, comme confirmation, partir des valeurs ainsi trouvées pour calculer l'amplitude des variations à la profondeur zéro. Dans le cas du sol dénudé, on retrouve les variations extérieures. Dans le cas du sol gazonné, on trouve une réduction qui correspondrait, comme plus haut, à $0^m,55$ de terre représentant l'influence du gazon.

H. POINCARÉ. — Sur la théorie des oscillations hertziennes, p. 515.

M. Poincaré établit certaines propriétés des équations qui déterminent les oscillations hertziennes, d'après la théorie de Maxwell, dans le but d'étendre à un excitateur quelconque les résultats de Hertz. Après avoir écrit les équations qui conviennent à l'espace entier, entre les composantes du déplacement électrique, de la force magnétique, du potentiel vecteur, du courant total, du courant de conduction, le potentiel électrostatique et la densité électrique, il écrit les équations convenant au diélectrique et à l'intérieur du conducteur. Il exprime les autres quantités en fonction des courants de conduction. En particulier, les composantes du déplacement s'expriment simplement dans le cas des oscillations périodiques. Les phénomènes peuvent être interprétés par la considération d'une matière fictive répandue dans la couche superficielle du conducteur.

P. DUHEM. — Sur la théorie de la pile, p. 536.

M. Duhem revendique la priorité d'une relation vérifiée par

M. Gilbault (*voir* plus haut) et que ce dernier indique comme conséquence des travaux de M. Helmholtz.

E. GOSSART. — Remarques expérimentales sur une catégorie de phénomènes capillaires, avec application à l'analyse des liquides alcooliques et autres, p. 537.

En opérant sur des plaques métalliques d'argent et d'or parfaitement polies, M. Gossart a obtenu des sphéroïdes caléfiés bien au-dessous du point d'ébullition, par exemple de l'eau sur une plaque à 80°. On peut ainsi supprimer toute inégalité de température entre la goutte et la plaque. Si on laisse tomber dans un liquide, au-dessus d'un support poli, des gouttes plus denses, de plus grande tension superficielle, on obtient des sphéroïdes durables, comme ceux de Leidenfrost (goutte de mercure dans l'eau sur or poli, goutte d'eau colorée par de la fuchsine dans la térébenthine incolore, sur le mercure, etc.).

Le roulement des liquides les uns sur les autres, à la température ordinaire, est attribué par l'auteur à la présence d'un mince matelas de vapeur. On peut ainsi faire rouler un liquide sur lui-même, tandis que deux liquides purs ne roulent jamais l'un sur l'autre, le matelas de vapeur étant absorbé instantanément par le support. Mais, si le liquide-support contient déjà l'autre liquide comme impureté, le matelas ne sera plus absorbé et le roulement sera possible. La production du roulement et l'étendue de sa course dépendront de la dose d'impureté dissoute et de la composition de la goutte, chaque impureté se comportant comme si elle était seule. L'auteur a tiré de là une méthode d'analyse quantitative applicable notamment aux liquides alcooliques.

MASCART. — Sur l'aberration, p. 571.

Bradley, et plus tard Struve, ont cru pouvoir conclure de la constance de l'aberration pour les planètes et les étoiles, que la propagation de la lumière est uniforme dans tout l'espace intrastellaire. M. Mascart fait remarquer que l'aberration ne dépend que du rapport de la vitesse de l'observateur à celle de la lumière dans la région occupée par l'instrument. Elle ne peut donc rien nous apprendre sur les modifications éprouvées par la propaga-

tion des ondes lumineuses entre l'étoile et la Terre. Ses variations d'une étoile à l'autre pourraient seulement nous renseigner sur le transport du système solaire. La comparaison des mesures de vitesse de la lumière faites à la surface de la Terre, avec la durée de propagation à travers l'orbite terrestre et les dimensions de cette orbite connues par des mesures astronomiques, permet d'établir que la propagation de la lumière est uniforme à l'intérieur de l'orbite terrestre. On peut tirer des expériences faites jusqu'ici des résultats directs plus étendus.

J. JANSSEN. — Note sur l'observatoire du mont Blanc, p. 573.

M. Janssen fait connaître à l'Académie qu'on a creusé à 12^m verticaux du sommet du mont Blanc deux galeries horizontales perpendiculaires, de 23^m de longueur chacune. Des échantillons de neige ont été prélevés pour l'étude des poussières minérales; mais on n'a pas rencontré le rocher. Une cabane-abri enfoncée dans la neige a été placée à l'entrée de la galerie.

M. Janssen se propose d'établir sur la neige permanente du sommet une construction munie d'organes rectificateurs destinés à lui rendre sa position primitive, quand elle s'en écartera. Des plans rigides appuyés sur des vis formant vérins supporteraient la construction et présenteraient une résistance de 3000^{kg} par mètre carré. L'édifice comprendrait des pierres en sous-sol et un premier étage à demi enfoui dans la neige. Un édicule provisoire a été construit pour observer après l'hiver l'action des intempéries.

M. MAREY. — Emploi de la Chronophotographie pour l'étude des appareils destinés à la locomotion aérienne, p. 615.

Les composantes de la résistance de l'air ne peuvent être calculées que pour des corps de formes géométriques simples, et le calcul ne peut tenir compte aisément de la flexibilité. La Chronophotographie permet d'étudier dans le détail le mécanisme du coup d'aile fourni par un appareil volant. M. Marey a étudié par cette méthode des appareils donnant des coups d'aile à la façon des oiseaux rameurs et des appareils à vol plané.

J.-A. LEROY. — Un moyen simple de vérifier le centrage des objectifs de microscope, p. 639.

On observe les images d'un point lumineux produites par réflexion sur les faces successives des lentilles de l'objectif. Si le centrage est exact, toutes ces images seront sur une même droite qui sera l'axe du système dans le cas où le point lumineux sera lui-même sur cet axe. Si la ligne des images n'est pas droite, une ou plusieurs lentilles seront décentrées, et il sera facile de les déterminer par éliminations successives en retirant des groupes de lentilles. En particulier, si l'on dévisse d'un ou plusieurs tours une des lentilles, le défaut de centrage ou de serrage de la vis se manifestera par des irrégularités dans la position des images. La fréquence de ces irrégularités montre que la méthode ordinairement employée pour constater le centrage n'est pas exacte, puisqu'elle consiste à vérifier la fixité de l'image dioptrique d'un point, pendant le dévissage partiel de chaque lentille.

D. BERTHELOT. — Sur l'existence des sels acides ou basiques des acides monobasiques en liqueur très étendue, p. 641.

Quand on ajoute des quantités régulièrement croissantes d'une solution alcaline à une solution acide de même titre, la conductibilité électrique du mélange se trouve représentée, en prenant pour abscisses les proportions de l'un des corps, par deux droites correspondant aux mélanges acides et aux mélanges basiques, dans le cas des acides forts et des bases fortes. M. D. Berthelot a constaté, en opérant sur des mélanges d'acide chlorhydrique et de baryte, que ces deux droites se raccordent par une portion de courbe, dont l'existence manifeste la formation, de part et d'autre de la neutralité, de faibles quantités de sels acides et de sels basiques, même dans des liqueurs très étendues.

CHAUVIN et CH. FAVRE. — Sur une application de la Photographie au polarimètre à pénombre, p. 691.

Les auteurs se sont proposé de substituer la Photographie à la visée directe dans l'observation du polarimètre à pénombre. Ils ont employé comme source lumineuse la flamme du chalumeau

oxhydrique projetée sur du sel fondu. La rotation du polariseur est mesurée par le déplacement d'un index sur un cercle gradué. On peut ainsi mesurer l'angle qu'il fait avec l'axe de la lame demi-onde. On peut produire sur une plaque de 9^{cm} sur 12^{cm} quatre-vingts images successives du disque lumineux du polarimètre, pour autant de positions successives. On emploie des plaques au gélatinobromure recouvertes d'une solution d'érythrosine et nitrate d'argent, et l'on développe à l'aide du révélateur à l'iconogène et à la potasse caustique. On a effectué une série de déterminations du zéro avec des temps de pose variables et diverses valeurs de l'angle du polariseur et de la lame demi-onde. Le temps de pose utile minimum peut être réduit en raison inverse de l'accroissement de l'angle. On arrive au temps de pose de dix secondes pour un angle de 24° qui à l'œil fournirait une sensibilité très insuffisante.

RAYET. — Observation de l'éclipse totale de Lune du 15 novembre 1891, à l'observatoire de Bordeaux, p. 733.

A. GAUTIER et JANSSEN. — Remarques à propos de cette Communication, p. 735 et 736.

M. Courty, élève-astronome, a obtenu, par une atmosphère peu transparente, des images photographiques d'une portion notable de la Lune éclipsée, avec des expositions de deux minutes environ. MM. Wolf et Rayet avaient déjà obtenu des photographies des parties les plus voisines de la limite de l'ombre. Il est probable qu'avec un temps de pose de quinze minutes on pourrait photographier toute la portion éclipsée.

M. Gautier rappelle à ce propos qu'il a obtenu l'explosion du mélange de chlore et d'hydrogène au voisinage de surfaces qui depuis plusieurs minutes avaient cessé d'être éclairées par le Soleil.

M. Janssen rappelle que la lumière éclairant encore la Lune éclipsée est due à la réfraction par l'atmosphère terrestre, et pense qu'en faisant varier le temps de pose, on pourrait comparer cette lumière à celle de la pleine Lune. On pourrait chercher dans cette lumière les bandes de l'oxygène dans le bleu, qu'on aperçoit difficilement dans d'autres conditions.

H. DESLANDRES. — Recherches sur le mouvement radial des astres avec le sidérostat de l'Observatoire de Paris, p. 737.

L'observation de la vitesse radiale des astres par le déplacement des raies spectrales donne des résultats incertains avec la visée directe. M. Deslandres a utilisé la Photographie, au moyen du sidérostat de Foucault, muni d'un spectroscope à un ou deux prismes en flint léger. Un dispositif particulier ramène la lumière de l'étoile sur la fente, malgré le mouvement diurne. On compare la photographie du spectre de l'étoile à celles de spectres de comparaison fournis par des étincelles électriques pour trois corps : l'hydrogène, le calcium et le fer. On a pu mesurer ainsi le déplacement radial des principales étoiles. Sirius se rapproche du Soleil de $1^{km},2$ par seconde.

A. COLSON. — Sur l'écoulement des liquides en tubes capillaires, p. 740.

M. Cornu avait observé que l'écoulement des mélanges d'eau et d'acide sulfurique dans les tubes capillaires subit de brusques variations dans le voisinage des hydrates sulfuriques. M. Colson a cherché s'il existe une relation entre la formule chimique et la vitesse d'écoulement. L'influence de la température est très marquée pour les liquides visqueux. En comparant l'écoulement de la benzine pure avec ceux de dissolutions renfermant 5^{gr} de chacun des trois xylènes dans 100^{cc} de benzine, il a trouvé que le retard dans la durée de l'écoulement n'est pas le même, malgré l'isomérie. Il en est de même avec les dérivés bromés. Il n'y a donc pas de relation simple entre la durée et le poids moléculaire.

En comparant l'écoulement aux points d'ébullition, sans correction sur les dimensions du tube, il trouve que, pour des liquides parfaitement mobiles, la durée de l'écoulement est proportionnelle à la racine carrée de la densité. Cette loi ne se vérifie pas pour des liquides imparfaitement mobiles.

PARENTY. — Sur les dimensions et la forme de la section d'une veine gazeuse où règne la contre-pression limite pendant le débit limite, p. 594.

Sur les modifications de l'adiabatisme d'une veine gazeuse contractée, p. 791.

Dans le débit limite, la section où règne la contre-pression li-

mite est sensiblement égale à la section réelle de l'orifice contracté ou non. Dans les orifices contractés il peut exister un col à l'amont de la surface limite adiabatique et de la surface limite réelle. Dans les orifices parfaitement convergents, la section contractée adiabatique se confond avec le col réel, mais la surface aux vitesses limites est à l'amont de ce col.

E. CARVALLO. — Sur la polarisation rotatoire, p. 846.

Dans des Notes antérieures, M. Carvallo a montré que les équations du type Boussinesq-Helmholtz satisfont aux lois de la double réfraction, en même temps qu'à la dispersion. Il cherche à établir qu'elles sont aussi conformes aux lois de la polarisation rotatoire et de sa dispersion. Il suppose que sur chaque particule d'éther s'exerce une force de torsion relative représentée par le vecteur dont les composantes sont les binômes alternés

$$\frac{\partial}{\partial z}(\eta_1 - \eta) - \frac{\partial}{\partial y}(\zeta_1 - \zeta), \quad \ldots.$$

Il étudie par la méthode de Bellavitis le mouvement dans le plan d'une onde perpendiculaire à l'axe du quartz, ou à un axe quelconque, dans le cas d'un corps amorphe. On arrive ainsi à deux vibrations circulaires inverses qui se composent en une vibration rectiligne tournante obéissant aux lois de Biot et de Cornu. La formule de dispersion des pouvoirs rotatoires ω est

$$\omega\lambda^2 = An^2 - B.$$

Cette formule concorde avec les déterminations expérimentales de Soret et Sarrazin.

D. BERTHELOT. — Sur les trois basicités de l'acide phosphorique, p. 851.

M. D. Berthelot trouve qu'en ajoutant à l'acide phosphorique des proportions progressivement croissantes de potasse, ammoniaque ou soude, on obtient une courbe de conductibilités dont les ordonnées décroissent d'abord jusqu'à un point anguleux qui caractérise le sel monobasique très stable. Ensuite l'ordonnée se relève et fournit un nouveau point presque anguleux pour le sel

bibasique qui se dissocie très peu. Enfin la variation de conductibilité est encore linéaire jusqu'aux environs du troisième phosphate tribasique, si la dissolution est concentrée; mais elle cesse d'être linéaire si la dissolution est étendue. Il y a alors une dissociation très accentuée qu'on retrouve par les méthodes thermochimiques. De plus, la conductibilité des sels de potassium et d'ammonium qui reste identique jusqu'à la première combinaison, et peu différente jusqu'à la seconde, diffère beaucoup au delà de cette composition. L'acide phosphorique ne se comporte donc pas comme un véritable acide tribasique, mais comme un acide à fonction complexe.

MASCART. — Sur un réseau oculaire, p. 1001.

Quand on observe dans une lunette l'image d'une étoile brillante, l'œil étant placé latéralement, de façon que la pupille soit en partie cachée par le bord de l'œilleton, l'étoile paraît accompagnée de deux spectres situés de part et d'autre suivant la direction de la tangente au bord de l'écran, le rouge étant en dehors. Un écran muni d'une ouverture en V, ne découvrant qu'un secteur de la pupille, donne une plus grande netteté au phénomène. Ces spectres présentent tous les caractères des spectres de diffraction. En observant un orifice étroit éclairé par un arc électrique, M. Mascart a pu voir les spectres du second ordre. La déviation du premier spectre observée à l'aide d'un verre rouge a paru égale à 3°,6. On en conclut pour les stries qui produisent la diffraction un écart d'environ 10^{μ}. Cet écart varie du reste d'un observateur à l'autre.

Ce phénomène paraît devoir être attribué aux fibres qui constituent les couches feuilletées du cristallin. Ces fibres présentent des directions principales se coupant au centre et inclinées à 60°. Les intervalles sont occupés par des fibres qui se rencontrent en V vers le centre. Chaque système de fibres parallèles donne des spectres de diffraction non concordants. L'éclat de l'un d'eux devient prépondérant quand on utilise seulement un bord de la pupille. La largeur de ces fibres comprises entre $5^{\mu},5$ et 12^{μ} s'accorde bien avec le résultat observé, et le phénomène peut être reproduit artificiellement au moyen de réseaux tracés sur verre.

C. FÉRY. — Sur un nouveau réfractomètre, p. 1028.

Le liquide à étudier est contenu dans un prisme d'angle fixe, dont la déviation est compensée par un prisme solide d'indice connu et d'angle variable. Ce prisme solide est constitué par les faces opposées d'une lentille sphérique, dont l'épaisseur renferme la cuve à liquide d'angle fixe. Le faisceau incident étant parallèle à l'axe principal de la lentille, la compensation s'obtient en rendant le faisceau émergent parallèle à ce même axe par un déplacement de l'appareil perpendiculaire à la direction du faisceau. C'est sur la mesure de ce déplacement qu'est basée la mesure de l'indice. Quelques modifications permettent de mesurer aussi l'indice d'un solide. G. Foussereau.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XXIX; août 1893.

E.-H. Amagat. — *Mémoire sur l'élasticité et la dilatation des fluides jusqu'aux très hautes pressions,* p. 505.

SEPTEMBRE 1893.

TABLE DES MATIÈRES.

SEPTEMBRE 1893.

(*Voir* la suite à la page **3**.)

19309 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : Gauthier-Villars.

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME II. — OCTOBRE 1893.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

11, RUE RATAUD, 11.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les vingt premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, se vendent séparément........................ 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale.............	15 fr.
Autres pays..	17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

SUR DIVERSES MÉTHODES RELATIVES A L'OBSERVATION DES PROPRIÉTÉS APPELÉES « ANOMALIES FOCALES » DES RÉSEAUX DIFFRINGENTS;

Par M. A. CORNU.

8. Les relations existant entre les distances ρ, ρ' des points de convergence des faisceaux incidents ou diffractés, les angles α, α' de leurs axes avec la normale au trait milieu du réseau et les paramètres R, P, e, m, λ définis précédemment (p. 388),

$$(6) \qquad \frac{\cos^2\alpha}{\rho} + \frac{\cos^2\alpha'}{\rho'} = \frac{\cos\alpha + \cos\alpha'}{R} - \frac{\sin\alpha + \sin\alpha'}{P},$$

$$(7) \qquad e(\sin\alpha + \sin\alpha') = m\lambda,$$

se prêtent immédiatement aux vérifications expérimentales : il suffit, dans les observations ordinaires, avec un goniomètre de Babinet, de graduer en millimètres les tubes de tirage du collimateur et de la lunette; la lecture de ces graduations définit les distances respectives xx' des points de convergence des faisceaux aux foyers principaux des deux objectifs préalablement bien déterminés. Les formules suivantes donnent ρ et ρ' :

$$(8) \qquad xy = f^2, \qquad x'y' = f'^2,$$

$$(9) \qquad \rho = y + h, \qquad \rho' = y' + h',$$

en appelant respectivement h et h' la distance du centre du réseau au *point focal principal extérieur* de chaque objectif.

Les constantes e, R, P se déterminent par trois observations préliminaires; on peut alors comparer les valeurs observées avec les valeurs calculées; telle est la méthode, en quelque sorte brutale, de vérification.

Il est plus élégant et surtout plus instructif d'utiliser les équations (6) et (7) de manière à éliminer certaines données et à réduire les vérifications à ce qu'elles ont d'essentiel. On remarquera, en effet, qu'il y a superposition de deux effets : l'un, inhérent à l'action de la courbure de la surface définie par le rayon R; l'autre à l'action du défaut d'équidistance des traits, caractérisé par le paramètre P. Il y a donc intérêt à étudier séparément ces deux influences autant qu'à déterminer isolément la valeur numérique de leurs paramètres.

9. *Construction et propriétés géométriques des courbes focales conjuguées.* — On éclairera la discussion de ces phénomènes (nécessairement un peu complexes en raison du grand nombre d'éléments qu'ils comprennent : ρ, ρ', α, α', R, P, e, λ, m) par la construction des *courbes focales conjuguées* (p. 390) : on obtiendra ainsi, avec une vue d'ensemble, des vérifications qualitatives faciles et beaucoup plus rapides que par discussion numérique.

THÉORÈME I. — *Si la source décrit une des courbes focales, le foyer conjugué (point de la caustique par réflexion) décrit la courbe focale conjuguée.*

Comme la construction par points de la caustique est très simple [1], on peut vérifier ou compléter le tracé de l'une des courbes par l'autre.

Ce théorème se démontre en substituant $\alpha' = -\alpha$ dans l'équation (6); on retrouve alors la formule bien connue (caustiques par réflexion)

$$\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} = \frac{2}{R\cos\alpha}. \tag{10}$$

THÉORÈME II. — *Si, par le centre du réseau, on mène une droite coupant les deux courbes focales conjuguées, la moyenne harmonique des deux rayons vecteurs ρ', ρ'' est le rayon vecteur ρ de la courbe focale principale.*

La démonstration est immédiate; il suffit de prendre la demi-somme des équations (8) et (8 *bis*), p. 390, en substituant $\alpha = \alpha'$ et $\rho = \rho''$ et de l'identifier avec l'équation (9).

Remarque. — La demi-différence de ces deux équations donne encore un résultat utilisable dont je supprime l'énoncé pour abréger.

---

[1] Du centre de courbure on abaisse une perpendiculaire, 1° sur le rayon réfléchi; 2° du pied de cette perpendiculaire sur la normale et l'on obtient le *centre de jonction*. La source, son foyer conjugué et le centre de jonction sont toujours en ligne droite (*voir* A. CORNU, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, t. II; 1863).

Enfin, il reste à indiquer une construction géométrique de ces courbes focales; elle résulte de l'interprétation de l'équation (8), qu'on peut écrire

$$(8\,ter)\quad \rho = \frac{K}{2}\,\frac{\cos^2\alpha}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}+\varphi\right)\cos\left(\frac{\alpha}{2}+\psi\right)}\ (^1)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{1}{K^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{P^2}, \\ &\text{tang}(\varphi+\psi) = \frac{R}{P}, \\ &\text{tang}\,\varphi\,\text{tang}\,\psi = \frac{R-Q}{R+Q}, \end{aligned}\right.$$

Q représentant l'inverse de k (p. 390), pour rétablir l'homogénéité.

L'ensemble de ces propriétés permet donc de traiter *graphiquement* tous les cas relatifs à la formation des foyers des réseaux.

Remarque. — Cette équation représente, en réalité, l'une et l'autre des deux courbes conjuguées; en effet, leur ensemble forme une courbe du sixième degré dont les branches sont algébriquement inséparables.

Nous allons maintenant passer en revue quelques propriétés conduisant à des vérifications simples et caractéristiques.

10. *Séparation des effets de la courbure et de la non-équidistance des traits.* — On séparera immédiatement l'influence de la variation progressive des traits à l'aide de la remarque suivante : le signe de P, paramètre qui la caractérise, est le même que celui du coefficient c dans la formule

$$(11)\qquad s = bt + ct^2 \quad \text{avec} \quad P = \frac{b^2}{2c},$$

qui donne la distance du trait d'ordre t au trait milieu-origine.

Si l'on fait tourner le réseau de 180° autour de sa normale au trait milieu, la loi de succession des traits devient

$$(12)\qquad s' = bt - ct^2,$$

par conséquent P change de signe. On peut donc renverser le signe de P, tandis que celui du rayon de courbure R reste inva-

---

(1) Le paramètre K est représenté par la droite MK (*fig.* 2 p. 392).

riable. De là une méthode d'observation qui permet soit d'éliminer, soit d'isoler l'influence de P, et, d'une manière corrélative, d'isoler ou d'éliminer l'influence de R.

En effet, le faisceau incident restant fixe $(\rho'\alpha')$, l'axe du faisceau diffracté d'ordre m conserve dans cette rotation la même direction α en vertu de l'équation (7) indépendante de P comme de R; mais, comme P change de signe dans la seconde position, la distance primitive ρ devient ρ_2 : elles sont définies par les deux relations

$$(13)\qquad \frac{\cos^2\alpha}{\rho_1}+\frac{\cos^2\alpha'}{\rho'}=\frac{\cos\alpha+\cos\alpha'}{R}-\frac{\sin\alpha+\sin\alpha'}{P},$$

$$(14)\qquad \frac{\cos^2\alpha}{\rho_2}+\frac{\cos^2\alpha'}{\rho'}=\frac{\cos\alpha+\cos\alpha'}{R}+\frac{\sin\alpha+\sin\alpha'}{P}.$$

Ajoutant et retranchant membre à membre, il vient

$$(15)\qquad \left\{\begin{aligned}&\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_1}+\frac{1}{\rho_2}\right)\cos^2\alpha+\frac{\cos^2\alpha'}{\rho'}\\ &\quad=\frac{\cos\alpha+\cos\alpha'}{R}=\frac{2}{R}\cos\left(\frac{\alpha-\alpha'}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\alpha'}{2}\right),\end{aligned}\right.$$

$$(16)\qquad \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)\cos^2\alpha=-\frac{\sin\alpha+\sin\alpha'}{P}=-\frac{2}{P}\cos\left(\frac{\alpha-\alpha'}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\alpha'}{2}\right),$$

relations où les influences caractérisées par R et P sont séparées et qui se prêtent à une méthode expérimentale très simple, qu'on pourrait appeler *méthode par rotation du réseau autour de sa normale* [1].

Remarque. — La méthode ne s'appliquerait pas moins bien si l'on remplaçait la rotation (souvent incommode dans la pratique), par l'observation sous des *incidences symétriques,* c'est-à-dire en dirigeant le faisceau incident dans la direction $-\alpha'$ et observant le faisceau diffracté dans la direction $-\alpha$: la substitution de ces valeurs dans (6) montre que le résultat est identique.

---

[1] M. Cornu met sous les yeux de la Société l'application de cette méthode, en montrant la variation du foyer d'un réseau concave Rowland (de 10 pieds de distance focale) lorsqu'on fait tourner le réseau de 180° autour de la normale. Le dépointement était d'environ $0^m,02$ au deuxième spectre, observé normalement à la surface.

11. *Cas particuliers.* — Il est inutile d'insister sur tous les cas particuliers qui simplifient l'observation : il suffit d'en énumérer quelques-uns.

1° *Faisceau incident parallèle :* ρ' devenant infini disparaît de l'équation (15), ce qui la rend tout à fait symétrique de (16).

2° *Faisceau incident parallèle avec incidence normale :* $\rho' = \infty$, $\alpha' = 0$, l'équation (16) devient particulièrement simple.

3° *Source lumineuse au centre de courbure :* $\rho' = R$, $\alpha' = 0$.

C'est le cas réalisé dans l'observation spectrale à l'aide des réseaux concaves Rowland : les équations (13) et (14) deviennent

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)\cos\alpha = \frac{1}{R}, \tag{17}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)\cos^2\alpha = -\frac{\sin\alpha}{P}. \tag{18}$$

Lorsque P est très grand, c'est-à-dire lorsque l'équidistance des traits est presque parfaite, il se présente une grande simplification : alors les distances ρ_1 et ρ_2 sont peu différentes, et leur moyenne, arithmétique, géométrique ou harmonique, est sensiblement la même; soit ρ cette moyenne, l'équation (17) donnera comme valeur très approchée

$$\rho = R\cos\alpha, \tag{18}$$

Éliminant alors $\cos^2\alpha$ entre (18) et (19), il vient, en remplaçant $\rho_1\rho_2$ par ρ_2, conformément à la remarque ci-dessus,

$$\frac{1}{2}(\rho_1 - \rho_2) = \frac{R^2}{P}\sin\alpha. \tag{19}$$

C'est la loi des anomalies focales d'un réseau Rowland découvertes par M. J.-R. Rydberg (*voir* p. 392) qui se trouve ainsi résulter directement de la présente théorie : c'en est même une vérification précieuse.

4° *Méthode du retour des rayons.* — On peut déterminer expérimentalement, point par point, *la courbe focale principale;* la méthode consiste à observer le faisceau diffracté en coïncidence avec le faisceau incident : $\alpha = \alpha'$, $\rho = \rho'$. L'appareil se

réduit à une lunette fonctionnant aussi comme collimateur : le tirage mobile porte la fente (éclairée par un prisme hypoténuse) et, sur le prolongement de la fente, le réticule. On peut simplifier encore le dispositif et le réduire à l'*oculaire nadiral* lorsqu'on opère avec une source monochromatique. On voit aisément que les équations de condition sont précisément (17) et (18). L'angle α est mesuré par la plate-forme graduée qui contient le réseau.

12. Il resterait à montrer que les formules (6) et (7) conviennent aux faisceaux diffractés aussi bien par *réflexion* que par *transmission*. La discussion serait un peu longue; elle présente le même genre de difficultés que celle des foyers d'une lentille d'un miroir. Dans la pratique, toute difficulté s'évanouit parce qu'on a toujours comme repère le foyer des faisceaux transmis ou réfléchis ($m = 0$); on reconnaît donc sans hésitation la branche de courbe focale où se trouvent les foyers diffractés successifs.

13. *Détermination directe du paramètre* P. — Jusqu'ici le paramètre P [1] n'a été déterminé que par son influence sur la convergence des faisceaux diffractés : il est nécessaire pourtant, à titre de contrôle, d'en obtenir la valeur indépendamment de tout phénomène interférentiel.

1° *Méthode micrométrique*. — Appelons l_1 et l_{-1} les deux demi-largeurs du réseau comptées à partir du trait milieu et T le nombre des traits de chaque côté : on a évidemment

$$l_1 = b\mathrm{T} + c\mathrm{T}^2,$$
$$l_{-1} = b\mathrm{T} - c\mathrm{T}^2,$$

d'où

$$2b\mathrm{T} = l_1 + l_{-1},$$
$$2c\mathrm{T}^2 = l_1 - l_{-1}$$

---

[1] P représente le paramètre relatif à l'accélération de la distance des traits sur *l'arc s développé* : il coïncide avec le paramètre P_v de la vis génératrice (p. 388) si la courbure de l'arc est très faible; sinon, on a sensiblement

$$\frac{1}{\mathrm{P}_v} = \frac{1}{\mathrm{P}} + \frac{\delta}{\mathrm{R}},$$

δ étant l'inclinaison moyenne de l'arc s sur l'axe de la vis pendant le tracé.

et

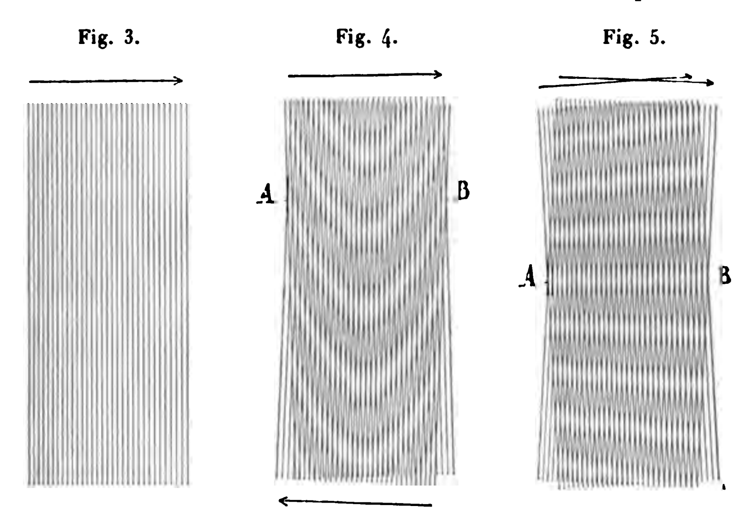
$$\frac{b^2}{2c} = \mathrm{P} = \frac{(l_1 + l_{-1})^2}{4(l_1 - l_{-1})}.$$

Cette méthode exige une machine micrométrique très parfaite.

2° *Méthode du* MOIRÉ. — La méthode suivante dispense de toute machine de haute précision; elle est générale et permet de multiplier d'une manière presque indéfinie l'erreur suivant une loi quelconque d'équidistance des traits. Elle est fondée sur l'observation de *moirés* ou *franges*, produits par la superposition sous un petit angle de deux réseaux identiques. Appliquons-la à l'étude de la loi continue $s = bt + ct^2$. Les trois figures ci-contre permettront d'abréger les explications.

La première (*fig.* 3) représente un réseau grossier dont les intervalles croissent régulièrement de $\frac{1}{240}$ de millimètre à chaque trait dans le sens de la flèche : il a été tracé sur une planche de

Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5.



cuivre, tiré sur papier et reproduit par le procédé Dujardin. La deuxième (*fig.* 4) représente la *superposition de deux tirages successifs* de la même planche sur une même feuille; mais cette feuille, appliquée obliquement sur la planche, a été, au deuxième tirage, retournée de 180° dans son plan; la position des deux flèches en est la preuve. Enfin la troisième (*fig.* 5) représente un autre mode de superposition; la feuille de papier, inclinée

vers la gauche par rapport à la planche, au premier tirage, a été inclinée, au second, du même angle vers la droite; les flèches en font foi.

La *fig.* 4 (où les intervalles de largeur inverse sont superposés) offre un *moiré* formé de courbes dont on trouve aisément les équations; celle qui nous intéresse, AB, et qui est jalonnée par les points de croisement des traits de même ordre, est une *parabole* dont le sommet a pour rayon de courbure $\mathcal{R}$

$$\mathcal{R} = \text{P}\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta},$$

2θ étant l'angle d'inclinaison des deux réseaux ([1]). On peut donc relever directement sur cette parabole la valeur du paramètre P. Au lieu de mesurer $\mathcal{R}$, ce qui serait un peu délicat, on relève la longueur 2X de la corde de l'arc de parabole AB et la flèche Y, et l'on a

$$\text{P} = \frac{\text{X}^2}{2\text{Y}}\,\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}.$$

Grâce à la multiplication de la flèche Y (d'autant plus grande que l'angle θ est plus petit), la mesure n'exige pas d'appareils de haute précision.

La *fig.* 5 offre un contrôle important : la frange claire rectiligne AB prouve l'identité des deux réseaux superposés; la moindre inégalité se traduirait par une altération de la droite résultante.

L'application à la détermination de P dans les réseaux diffrin-

---

([1]) Les coordonnées rectangulaires x, y d'un point de la courbe [l'origine des coordonnées étant l'intersection des deux traits milieux ($t = 0$) et l'axe des y la bissectrice de ces traits] sont

$$x = \frac{s + s'}{2\cos\theta} = \frac{bt}{\cos\theta}, \qquad y = \frac{s - s'}{2\sin\theta} = \frac{ct^2}{\sin\theta},$$

d'où

$$x^2 = y\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}\,\frac{b^2}{c} = \frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}\,2\text{P}y,$$

par élimination de t dans s et s' donnés par (11) et (12).

La demi-corde X s'obtient en substituant dans x $t = \text{T}$ (*voir* ci-dessus) et la flèche Y en faisant la même substitution dans y.

gents est évidente : le resserrement des traits rend plus curieuse encore la production du *moiré* sur un champ en apparence uniforme. Le phénomène apparaît soit avec deux réseaux transparents identiques (tracés avec la même machine), soit sur deux copies d'un même réseau : les copies photographiques sur gélatine bichromatée, suivant le procédé de M. Izarn (*Comptes rendus*, t. CXVI, p. 506), sont particulièrement propres à cette observation. Les franges apparaissent aussi en *moiré* lorsqu'on effectue deux fois le tracé sur la même surface, sous une obliquité convenable; c'est ainsi que j'opère depuis longtemps pour étudier les erreurs continues ou périodiques des vis.

Quel que soit le mode d'application de la méthode, on trouve dans l'observation de ces franges des contrôles très précieux.

Les vérifications numériques relatives aux propriétés focales précitées feront l'objet d'une prochaine Communication.

SUR LE MAXIMUM DE DENSITÉ ET LES LOIS RELATIVES A LA COMPRESSIBILITÉ ET A LA DILATATION DE L'EAU;

PAR M. E.-H. AMAGAT.

L'exposé qui va suivre ayant surtout pour but l'étude du maximum de densité, j'indiquerai très rapidement les principales lois relatives à la dilatation et à la compressibilité de l'eau, ou plutôt les différences que présentent ces lois avec celles relatives aux autres liquides que j'ai étudiés, parce que ces anomalies proviennent du maximum de densité dont elles sont comme la trace dans les limites de pression et de température où elles subsistent. Les limites expérimentales de ces recherches, dont l'exposé complet est inséré aux *Annales de Chimie et de Physique* (juin et août 1893) sont les suivantes : dans dix séries à diverses températures entre 0° et 50°, la pression a été poussée jusqu'à 3000 atmosphères; ces séries ont été faites avec une charge d'eau unique; avec une seconde charge de liquide et par une méthode différente, j'ai fait vingt et une séries entre 0° et 100° dont onze de degré en degré entre 0° et 10° (plus une série à 200°), dans les-

quelles la limite supérieure des pressions a été de 1000 atmosphères; les séries de degré en degré, entre 0° et 10°, ont eu spécialement pour but l'étude du maximum de densité.

1° *Compressibilité*. — Le coefficient de compressibilité de l'eau décroît, dans tous les cas, quand la pression augmente, ainsi que cela a lieu pour tous les autres liquides étudiés.

Ce coefficient, ainsi qu'on le sait déjà, pour les faibles pressions, décroît quand la température croît jusque vers 50°, il passe par un maximum, après quoi il décroît comme pour les autres liquides; ce maximum se retrouve, mais de moins en moins accentué, sous des pressions de plus en plus fortes et finit par disparaître.

2° *Dilatation sous pression constante*. — Contrairement à ce qui a lieu pour les autres liquides, le coefficient de dilatation de l'eau croît d'abord avec la pression; cet effet, de moins en moins prononcé quand la température s'élève, disparaît vers 50°; après quoi la variation a lieu en sens contraire comme pour les autres liquides.

Sous chaque pression (et à partir du maximum de densité pour les pressions sous lesquelles ce maximum existe encore) le coefficient de dilatation croît avec la température, ainsi que cela a lieu pour les autres liquides, d'abord beaucoup plus rapidement; cette variation diminue sous des pressions de plus en plus fortes; elle est cependant sensible jusqu'à 3000 atmosphères.

3° *Dilatation sous volume constant*. — Le coefficient de pression $\left(\frac{dp}{dt}\right)$ croît avec la pression comme pour les autres liquides, mais d'abord beaucoup plus rapidement; le coefficient de dilatation à volume constant décroît dans les mêmes conditions ainsi que cela a lieu aussi pour les autres liquides.

Le coefficient de pression pour un volume constant donné (à partir du maximum de densité tant qu'il existe encore), contrairement à ce qui a lieu pour les autres liquides, croît d'abord très rapidement avec la température; cette variation diminue au fur et à mesure que la pression ou la température s'élèvent et l'eau finit par rentrer dans le cas ordinaire; le coefficient de dilatation à

volume constant, contrairement à ce qui a lieu pour les autres liquides, croît d'abord avec la température, passe par un maximum, puis rentre dans le cas normal.

Maximum de densité de l'eau. Retour aux lois ordinaires sous l'influence de la température et de la pression.

Mes premières recherches sur ce sujet ont été publiées en 1887; j'ignorais à cette époque que plusieurs physiciens s'étaient déjà occupés de la question. Le fait du déplacement du maximum de densité par la pression avait été prévu et vérifié pour de faibles pressions par MM. van der Waals et Puschl; M. Tait avait montré que la température au fond d'un vase rempli d'eau surmontée d'une couche de glace est, sous pression, inférieure à 4°; enfin MM. Marshall, Smith et Osmond avaient trouvé que, sous pression, la température pour laquelle l'eau ne subit plus d'effet thermique sous l'influence d'un faible accroissement de pression est inférieure à 4°.

Ces expériences mettent seulement le fait en évidence. Pour suivre l'ensemble du phénomène, il fallait déterminer les données d'un réseau d'isothermes assez serré entre 0° et 10°; c'est ce que j'ai fait dans cet intervalle de degré en degré jusqu'à 1000 atmosphères.

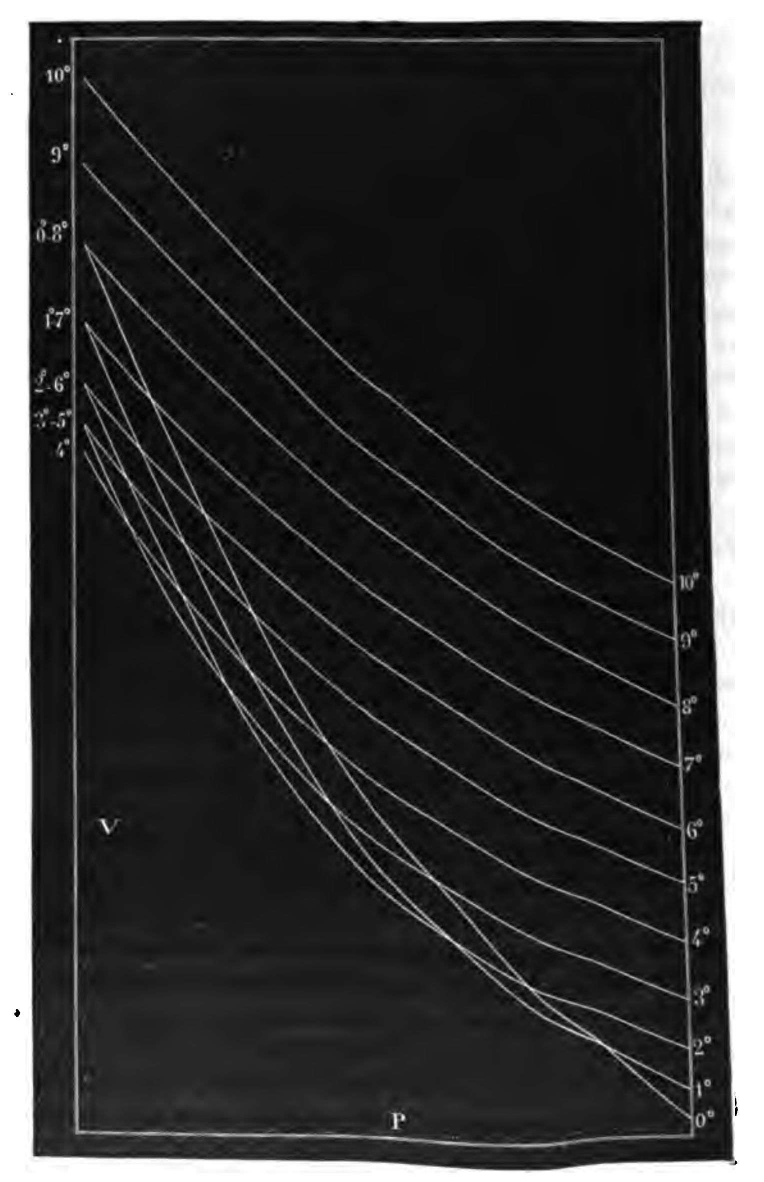
Le réseau de ces isothermes n'a pu être tracé directement, tellement elles sont rapprochées dans certaines parties à cause de la petitesse des angles sous lesquels elles se coupent; cependant, comme il est intéressant de se rendre compte de l'entrecroisement des courbes qui montre de suite l'ensemble du phénomène, voici un diagramme (*fig.* 1) qui est pour ainsi dire l'exagération du fait, grâce à quoi il a pu être dessiné.

Les pressions sont portées sur l'axe des abscisses et les volumes sur celui des ordonnées. Sur chaque isotherme on a inscrit la température à laquelle elle est censée correspondre; il n'a été tenu compte, bien entendu, que de l'ordre des points d'intersection, et nullement de la distance relative ou du rapport de longueur des segments formés et de la forme exacte de l'enveloppe.

On voit que les isothermes forment en s'entrecoupant un étranglement du réseau, à la suite duquel celui-ci va en s'évasant; c'est

le contraire de ce qui a lieu pour les autres liquides dont les ré-

Fig. 1.



seaux vont en convergeant sous des pressions de plus en plus

fortes. Cet épanouissement inverse du réseau, pour l'eau, a encore lieu pour un certain nombre d'isothermes supérieures à 8°, dont les premières, tout au moins, iraient se couper sous des pressions inférieures à une atmosphère; il disparaît au fur et à mesure que la température s'élève; de même pour une température donnée il disparaît, mais très lentement, sous des pressions de plus en plus fortes.

Le diagramme ci-contre (*fig.* 2) qui figure les isothermes pour l'eau et l'éther de 10° en 10° entre 0° et 50° et jusqu'à 3000 atmosphères montre de suite comment, pour l'eau, l'épanouissement du réseau est renversé et disparaît graduellement sous l'influence de la température et de la pression.

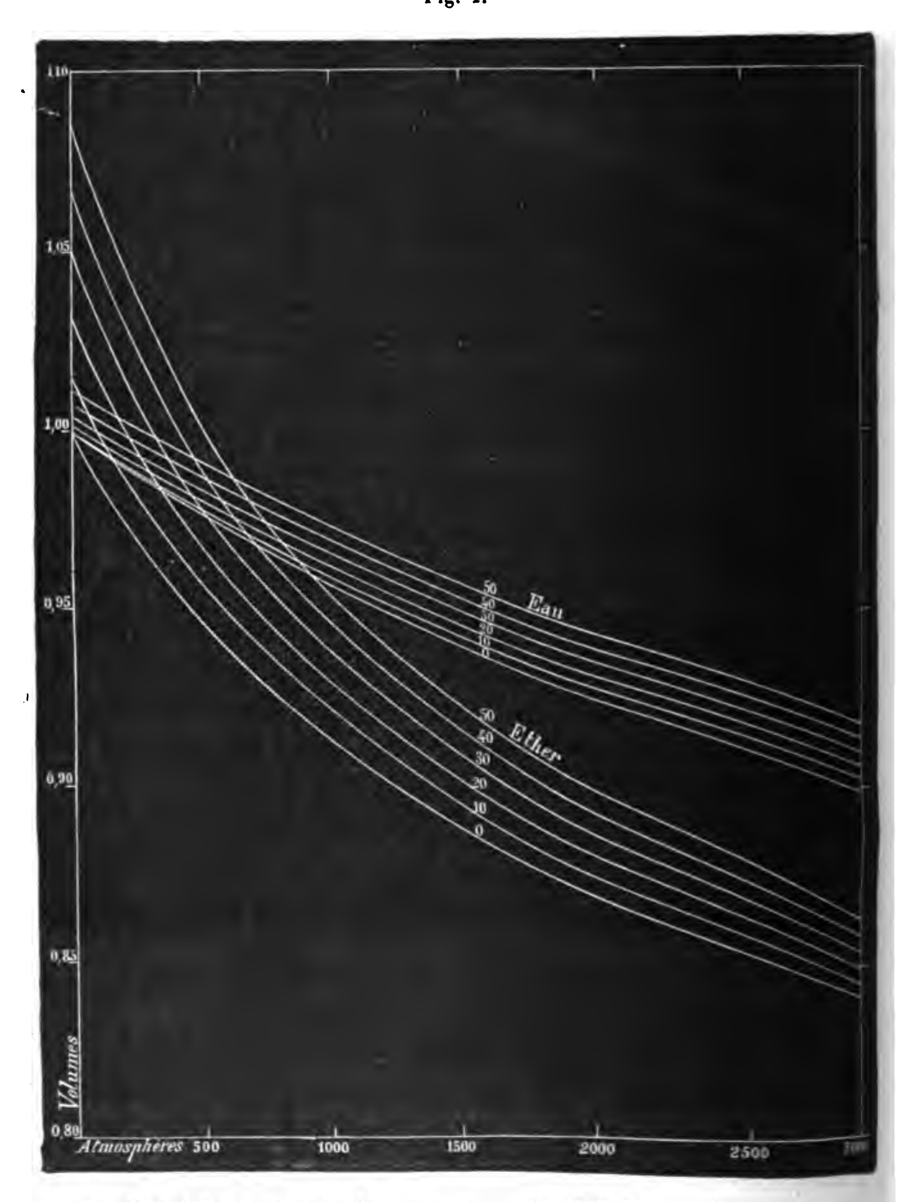
On voit de suite comment résulte de là le renversement de la plupart des lois relatives à l'eau, notamment la diminution du coefficient de compressibilité quand la température croît, l'accroissement du coefficient de dilatation avec la pression, la variation rapide du coefficient de pression avec la température, etc.

Le diagramme montre qu'avant 3000 atmosphères l'épanouissement du réseau de l'eau a disparu; on peut prévoir que, sous des pressions plus fortes, ce réseau irait en se resserrant, ainsi que cela a lieu depuis la pression normale pour les autres liquides étudiés; on voit aussi que le retour aux conditions normales se fait sous de faibles pressions par le fait d'une élévation suffisante de température, de telle sorte que l'eau rentre dans le cas des autres liquides sous des pressions d'autant moindres que la température est plus élevée et à des températures d'autant moins élevées que la pression est plus forte; on peut dire que dans les limites de 0° à 100°, vers 3000 atmosphères, les anomalies dues à l'existence du maximum de densité ont disparu, pour les lois qui avaient été renversées : ou bien l'ordre normal est rétabli, ou bien le renversement n'existe plus et le rétablissement de cet ordre normal apparaît avec certitude.

On remarquera encore que les liquides ne sauraient acquérir un maximum de densité sous l'influence de la pression ainsi que l'avait pensé M. Grimaldi pour l'éther : c'est tout le contraire qui a lieu; il est facile de voir que si les isothermes vont en convergeant quand la pression augmente, et c'est le cas de tous les liquides étudiés sauf l'eau, le maximum de densité, s'il en existe

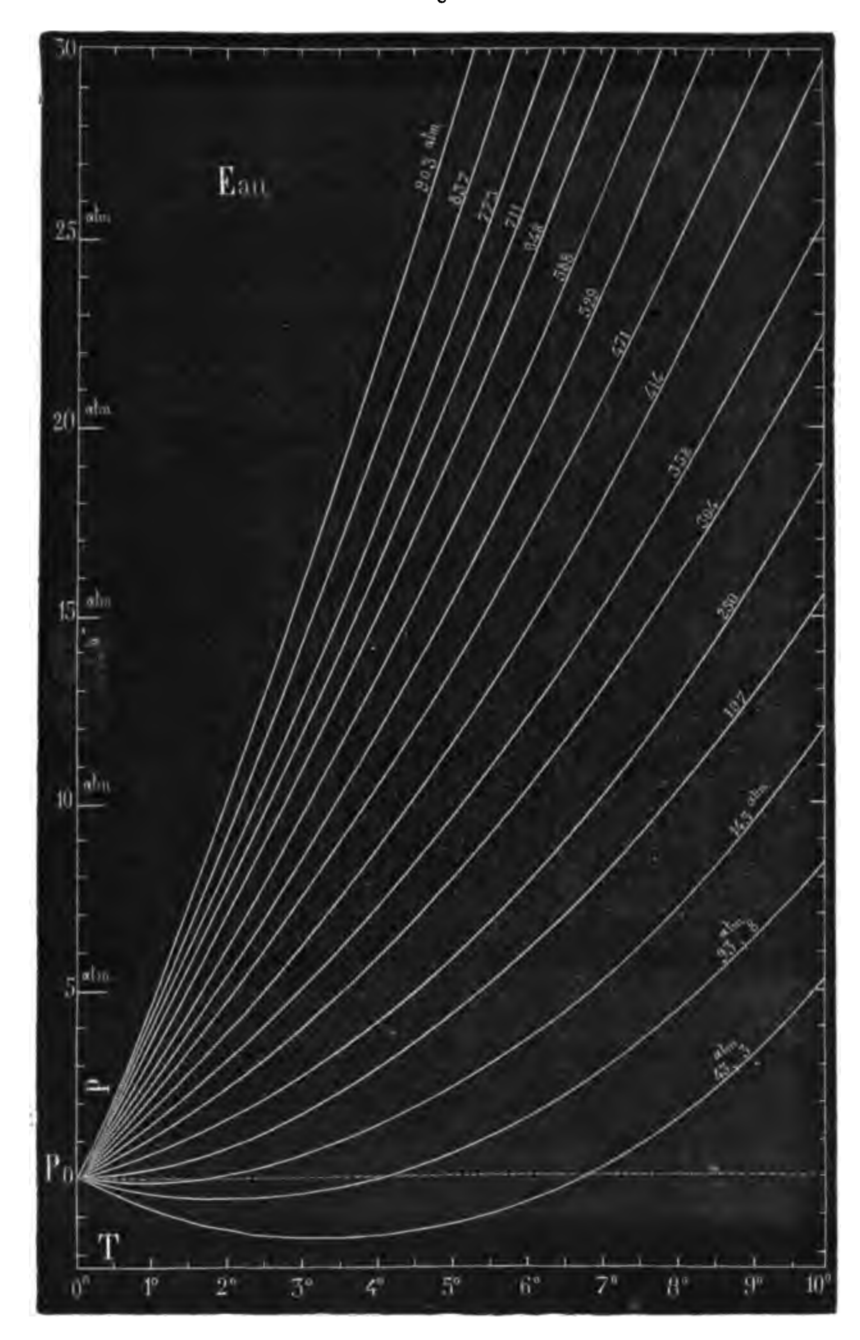
un à cette température, ne peut être que dépassé, c'est-à-dire ne

Fig. 2.



saurait exister que sous des pressions plus faibles.

Fig. 3.


Eau
903 atm
837
775
711
648
588
529
471
416
358
304
250
197
145 atm
93,8 atm
63,3 atm
25 atm
20 atm
15 atm
10 atm
5 atm
P
P0
T
0°
1°
2°
3°
4°
5°
6°
7°
8°
9°
10°

Je reviens maintenant aux résultats fournis par les isothermes entre 0° et 10° et à leur représentation graphique.

J'ai d'abord, en tenant compte de la variation de volume du piézomètre, dressé un premier Tableau des pressions à volume constant; ces résultats ont été ensuite représentés par un diagramme (*fig.* 3) dont chaque courbe a été obtenue en portant les températures en abscisses, et sur les ordonnées les pressions nécessaires pour maintenir constant à ces températures le volume relatif à cette courbe. L'ordonnée à 0° étant d'autant plus grande pour les courbes successives que celles-ci correspondent à des volumes constants plus petits, on a transporté ces courbes de manière qu'elles partent toutes de l'origine, afin d'éviter la hauteur exagérée qu'aurait eue le diagramme, et l'on a inscrit sur chacune d'elles l'ordonnée initiale à 0°, qu'il faut ajouter à chaque ordonnée pour avoir la pression correspondante.

Le tracé régularisé des courbes s'est fait sans difficulté; on en a déduit les résultats consignés au Tableau suivant, qui ne présentent avec les résultats primitifs aucune différence notable.

EAU. — *Pressions à volume constant et coefficients de pression* $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \text{B}$.

VOLUMES.	0°.	B.	1°.	B.	2°.	B.	3°.	B.	4°.	B.	5°.	B.	6°.	B.	7°.	B.	8°.	B.	9°.	B.	10°.
	atm		atm		atm		atm		atm		atm		atm		atm		atm		atm		atm
0,99778...	43,35	$\overline{0,80}$	42,55	$\overline{0,65}$	41,90	$\overline{0,28}$	41,62	0,06	41,68	0,32	42,00	0,6	42,60	0,9	43,50	1,25	44,75	1,75	46,50	2,15	48,65
0,99525...	93,8	$\overline{0,35}$	93,45	$\overline{0,15}$	93,30	0,10	93,40	0,39	93,79	0,71	94,50	0,95	95,45	1,25	96,70	1,50	98,20	1,90	100,1	2,10	102,2
0,99273...	145,1	$\overline{0,15}$	144,95	0,30	145,25	0,47	145,72	0,68	146,4	1,0	147,4	1,3	148,7	1,6	150,3	1,9	152,2	2,3	154,5	2,5	157,0
0,99020...	197,0	0,3	197,3	0,6	197,9	0,9	198,8	1,2	200,0	1,5	201,5	1,6	203,1	1,9	205,0	2,3	207,3	2,5	209,8	2,7	212,5
0,98766...	250,1	0,7	250,8	0,9	251,7	1,1	252,8	1,4	254,2	1,8	256,0	2,0	258,0	2,3	260,3	2,7	263,0	2,9	265,9	3,1	269,0
0,98513...	303,6	1,2	304,8	1,3	306,1	1,6	307,7	1,8	309,5	2,1	311,6	2,4	314,0	2,7	316,7	2,9	339,6	3,1	322,7	3,3	326,0
0,98260...	358,4	1,5	359,9	1,5	361,4	2,0	363,4	2,2	365,6	2,4	368,0	2,7	370,7	3,0	373,7	3,1	376,8	3,6	380,4	3,5	383,9
0,98007...	414,0	1,9	415,9	2,1	418,0	2,2	420,2	2,6	422,8	2,7	425,5	3,2	428,7	3,3	432,0	3,7	435,7	3,9	439,6	4,2	443,8
0,97753...	470,8	2,4	473,2	2,5	475,7	2,8	478,5	2,9	481,4	3,1	484,5	3,4	487,9	3,6	491,5	3,9	495,4	4,3	499,7	4,6	504,3
0,97499...	528,9	2,7	531,6	2,8	534,4	3,1	537,5	3,4	540,9	3,6	544,5	3,9	548,4	4,1	552,5	4,4	556,9	4,6	561,5	4,8	566,3
0,97245...	588,5	3,0	591,5	3,2	594,7	3,5	598,2	3,6	601,8	3,9	605,7	4,3	610,0	4,5	614,5	4,6	619,1	4,9	624,0	5,1	629,1
0,96991...	648,5	3,5	652,0	3,6	655,6	3,9	659,5	4,1	663,6	4,4	668,0	4,6	672,6	4,8	677,4	5,3	682,7	5,3	688,0	5,4	693,4
0,96736...	710,7	3,8	714,5	4,0	718,5	4,1	722,6	4,5	727,1	4,7	731,8	4,9	736,7	5,3	742,0	5,4	747,4	5,7	753,1	5,9	759,0
0,96482...	773,3	4,1	777,4	4,1	781,5	4,3	785,8	4,9	790,7	5,2	795,9	5,3	801,2	5,8	807,0	6,0	813,0	6,2	819,2	6,4	825,6
0,96227...	837,5	4,6	842,1	4,8	846,9	5,0	851,9	5,4	857,3	5,6	862,9	5,8	868,7	6,0	874,7	6,1	880,8	6,4	887,2	6,8	894,0
0,95972...	903,2	5,0	908,2	5,2	913,4	5,7	919,1	5,9	925,0	6,2	931,2	6,3	937,5	6,4	943,9	6,6	950,5	6,8	957,3	7,0	964,3

J'ai intercalé les valeurs des coefficients de pression (B) entre les deux pressions auxquelles ils se rapportent; la rétrogradation du maximum de densité se voit de suite à l'inspection du changement de signe de (B) (les valeurs négatives ont le signe — placé au-dessus d'elles) qui a lieu en même temps que celui du coefficient de dilatation sous pression constante; le phénomène est encore plus facile à suivre sur le diagramme; la température du maximum de densité est, pour chaque courbe, l'abscisse de l'ordonnée minima; en ajoutant à cette ordonnée la pression initiale inscrite sur la courbe on a la pression correspondante.

On trouve ainsi pour température du maximum de densité :

Sous la pression de	41,6 atm	3°,3
»	93,3	2,0
»	144,9	0,6

La forme de la quatrième courbe montre que le maximum de densité a déjà atteint et même un peu dépassé 0° sous la pression de 197 atmosphères; il atteint donc cette température sous une pression un peu inférieure à celle résultant de mes premières recherches, qui n'étaient du reste que des essais préliminaires.

La rétrogradation moyenne entre 4°,0 et 0°,6 serait donc de 0°,235 par atmosphère; elle irait en s'accentuant légèrement avec la pression, mais cette accélération est incertaine, car il suffit d'une bien petite erreur pour déplacer d'une façon notable le point de contact des tangentes horizontales aux courbes.

Les fractions d'atmosphère inscrites au Tableau ci-dessus peuvent, surtout aux pressions élevées, paraître illusoires; cela peut être vrai en valeur absolue, mais non si l'on considère les différences entre les pressions successives; ce sont, du reste, les résultats directement pris sur le diagramme; j'ai conservé deux décimales seulement au voisinage de l'ordonnée minima là où la variation est extrêmement lente.

Il est évident qu'en limitant la pression, par exemple à 200 atmosphères et la température à 10°, on aurait pu fouiller davantage le phénomène et obtenir plus de précision; tandis qu'il s'agit ici d'un travail d'ensemble dans lequel la partie relative au maximum de densité n'occupe qu'une place relativement restreinte; mais j'ai tenu à ce que tous les résultats soient déterminés sur

une charge unique de liquide de manière à avoir un ensemble auquel on pourra toujours raccorder, s'il y a lieu, un travail de détail relatif à un point présentant un intérêt particulier.

J'avais même eu l'intention de reprendre de cette façon l'étude spéciale du maximum de densité, et de l'étendre à des températures inférieures à 0°, au moyen d'un appareil spécialement disposé dans ce but, mais les circonstances ne m'ont point permis de donner suite à ce projet.

ÉTUDE DU QUARTZ COMPRIMÉ SOUMIS A UNE COMPRESSION NORMALE A L'AXE OPTIQUE;

PAR M. F. BEAULARD [1].

Soit une lame de quartz taillée normalement à l'axe et que l'on comprime latéralement. On associe ainsi au pouvoir rotatoire $\frac{\omega}{\pi}$ une double réfraction φ que l'on peut faire varier avec la pression. Si l'on fait tomber normalement sur la lame un rayon de lumière polarisée horizontalement, par exemple, on obtient à l'intérieur du cristal deux vibrations elliptiques privilégiées d'ellipticité k et $\frac{1}{k}$ qui se propagent avec des vitesses différentes, et présentent à la sortie une différence de marche d évaluée en longueur d'onde. Ces deux vibrations interfèrent et donnent une ellipse émergente dont les éléments sont accessibles à l'expérience.

Si l'on considère deux axes de coordonnées, l'un horizontal, l'autre vertical, les composantes principales d'amplitude A et B présentent une différence de phase $2\pi u$ et le grand axe de l'ellipse fait avec la vibration incidente horizontale un angle α. Il s'agit de déterminer α en fonction de φ, de $\frac{\omega}{\pi}$ et de k.

Les composantes principales sont

$$(1) \qquad \begin{cases} X = A \sin\xi, \\ Y = B \sin(\xi + 2\pi u); \end{cases}$$

---

[1] *Voir* p. 393 de ce Volume, la première Partie du Travail de M. Beaulard.

on en déduit l'équation de l'ellipse émergente

$$\frac{X^2}{A^2} + \frac{Y^2}{B^2} - 2\frac{XY}{AB}\cos 2\pi u = \sin^2 \pi u; \tag{2}$$

on trouve facilement la relation

$$\tang 2\alpha = \frac{2AB}{A^2 - B^2}\cos 2\pi u. \tag{3}$$

Posons

$$\tang \psi = \frac{B}{A},$$

il vient

$$\tang 2\alpha = \tang 2\psi \cos 2\pi u. \tag{4}$$

Si l'on pose, ainsi qu'on l'a déjà fait,

$$k = \tang \varepsilon,$$

il faut évaluer ψ et u en fonction des paramètres de la biréfringence elliptique, c'est-à-dire en fonction de d et de ε. On a déjà trouvé [1]

$$\tang 2\pi u = \frac{1 - k^2}{1 + k^2}\tang \pi d$$

ou

$$\tang 2\pi u = \cos 2\varepsilon \tang \pi d; \tag{5}$$

on en déduit l'expression de $\cos 2\pi u$

$$\cos^2 2\pi u = \frac{1 + \cos 2\pi d}{2 - \sin^2 2\varepsilon(1 - \cos 2\pi d)}, \tag{6}$$

qui exprime u en fonction de d et de ε.

Il faut évaluer ψ en fonction des mêmes quantités. On a

$$\tang^2 \psi = \frac{B^2}{A^2},$$

avec

$$A^2 = \left(\frac{k}{1+k}\right)^2 \left[\left(k + \frac{1}{k}\right)^2 - 4\sin^2 \pi d\right],$$

$$B^2 = 4\left(\frac{k}{1+k}\right)^2 \sin^2 \pi d;$$

---

[1] *Voir* p. 395 de ce Volume.

on trouve

$$(7)\qquad \operatorname{tang}^2\psi = \frac{4k^2\sin^2\pi d}{(1+k^2)^2-4k^2\sin^2\pi d} = \frac{\sin^2 2\varepsilon\sin^2\pi d}{1-\sin^2 2\varepsilon\sin^2\pi d},$$

on passe à l'angle 2ψ par la relation

$$(8)\qquad \operatorname{tang}2\psi = \frac{\sin 2\varepsilon\sqrt{1-\cos 2\pi d}\sqrt{2-\sin^2 2\varepsilon(1-\cos 2\pi d)}}{\cos^2 2\varepsilon+\sin^2 2\varepsilon\cos 2\pi d};$$

il suffit, dans l'équation (4), de remplacer $\operatorname{tang}2\psi$ et $\cos 2\pi u$ par leurs valeurs, pour obtenir l'équation

$$(9)\qquad \operatorname{tang}2\alpha = \frac{\sin 2\varepsilon\sin 2\pi d}{\cos^2 2\varepsilon+\sin^2 2\varepsilon\cos 2\pi d}.$$

Or M. Gouy (¹) a donné les relations

$$(10)\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{\omega}{\pi} &= 2d\frac{k}{1+k^2},\\ \varphi &= d\frac{1-k^2}{1+k^2},\end{aligned}\right.$$

qui se transforment en

$$(11)\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{\omega}{\pi} &= d\sin 2\varepsilon,\\ \varphi &= d\cos 2\varepsilon,\end{aligned}\right.$$

en sorte que l'expression de $\operatorname{tang}2\alpha$ peut s'écrire sous la forme suivante établie géométriquement par M. Wiener (²)

$$(12)\qquad \operatorname{tang}2\alpha = \frac{\pi\omega d\sin 2\pi d}{\pi^2\varphi^2+\omega^2\cos 2\pi d}.$$

On voit que l'angle α est une fonction *périodique* de la différence de marche d des vibrations elliptiques et que l'angle α s'annule pour les valeurs de la double réfraction φ qui assignent à d les valeurs égales à *un nombre pair ou impair de demi-longueur d'onde*. L'angle α change de sens, en passant par ces valeurs; il en résulte, en particulier, que, pour certaines séries croissantes de φ, le grand axe de l'ellipse tourne en sens contraire de la rotation ordinaire du milieu.

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. IV, p. 149; 1885.

(²) *Ann. de Wiedemann*, t. XXXV, p. 1; 1888.

C'est une première conséquence à tirer de la théorie des effets simultanés du pouvoir rotatoire et de la double réfraction. Il y a lieu aussi de vérifier si le pouvoir rotatoire $\frac{\omega}{\pi}$ se conserve, et si, conformément à ce qui a été établi par Wertheim ([1]) pour le verre comprimé, la double réfraction φ augmente proportionnellement à la pression.

Il faut aussi, de l'étude de la vibration elliptique émergente, remonter aux paramètres d et k des deux vibrations elliptiques privilégiées qui lui ont donné naissance. Pour analyser la vibration elliptique émergente, on a employé la méthode de de Senarmont ([2]).

Soient : α l'angle du grand axe de l'ellipse émergente, avec la vibration incidente primitive prise comme axe des x; β l'angle de la vibration rectiligne avec ce même axe de l'ellipse. On a (formules de de Senarmont)

$$(13)\qquad \begin{cases} \cos 2\psi = \cos 2\alpha \cos 2\beta, \\ \operatorname{tang} 2\pi u = \dfrac{\operatorname{tang} 2\beta}{\sin 2\alpha}. \end{cases}$$

La méthode du mica quart d'onde permet d'avoir α et β; on en déduit ψ et u.

D'un autre côté, dans un précédent article, on a démontré les relations suivantes

$$(14)\qquad \begin{cases} \cos \pi d = \cos 2\pi u \cos \psi, \\ \operatorname{tang} 2\varepsilon = \dfrac{\operatorname{tang} \psi}{\sin 2\pi u}, \end{cases}$$

qui déterminent d et ε en fonction de ψ et de u, et, par suite, en fonction de α et de β qui sont les données expérimentales.

Les formules (11) permettent de déterminer $\frac{\omega}{\pi}$ et φ puisque

$$(11)\qquad \begin{cases} \dfrac{\omega}{\pi} = d \sin 2\varepsilon, \\ \varphi = d \cos 2\varepsilon. \end{cases}$$

([1]) *Annales de Chimie et de Physique* (3), t. XII, p. 136.
([2]) *Ibid.* (2), t. LXXIII.

On a, en définitive, déterminé les quantités

$$\alpha, \quad d, \quad \varepsilon, \quad \frac{\omega}{\pi} \quad \text{et} \quad \varphi.$$

Discussion. — L'orientation de l'ellipse émergente est donnée par la relation

$$(9) \qquad \operatorname{tang} 2\alpha = \frac{\sin 2\varepsilon \sin 2\pi d}{\cos^2 2\varepsilon + \sin^2 2\varepsilon \cos \pi d};$$

le rapport des axes de cet ellipse est déterminé par

$$(15) \qquad \rho = \operatorname{tang}\beta = \frac{\sin 2\beta}{1 + \cos 2\beta} = \frac{1 - \cos 2\beta}{\sin 2\beta};$$

on transforme en fonction de ε et de d : il suffit de comparer les formules (5) et (13) pour en déduire après simplification

$$(16) \qquad \sin 2\beta = \sin 4\varepsilon \sin^2 \pi d.$$

L'angle α est nul pour

$$\sin 2\pi d = 0;$$

il est facile de voir que la vibration émergente est rectiligne pour les valeurs de d égales à un nombre pair de $\frac{\lambda}{2}$ et qu'elle est elliptique, rapportée à ses axes, qui coïncident avec les axes de coordonnées, pour les valeurs de d égales à un nombre impair de $\frac{\lambda}{2}$.

En effet, la vibration est rectiligne si

$$\operatorname{tang}\psi = 0, \qquad \cos 2\pi u = \pm 1, \qquad \cos \pi d = \pm 1,$$

d'où, pour d, les valeurs (en longueur d'onde)

$$0, \quad 1, \quad 2, \quad \ldots.$$

Si, au contraire, l'ellipse a son grand axe horizontal, la différence de phase des constituants principaux est

$$2\pi u = \frac{\pi}{2};$$

les formules (14) deviennent

$$(17) \qquad \begin{cases} \cos \pi d = 0, \\ \operatorname{tang} 2\varepsilon = \operatorname{tang}\psi, \end{cases}$$

qui sont précisément les relations qui ont été utilisées pour l'étude de la double réfraction elliptique du quartz naturel.

La condition

$$\cos \pi d = 0$$

donne pour d, en longueur d'onde, les valeurs

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2}, \quad \frac{5}{2}, \quad \ldots.$$

Un cas particulier intéressant est celui où la vibration émergente est circulaire; la différence de marche est de la forme précédente

$$d = \frac{2p+1}{2},$$

avec la condition en plus

$$\text{tang}\,\psi = 1,$$

qui entraîne d'après (17)

$$\varepsilon = \frac{\pi}{8}, \qquad k = \text{tang}\,\varepsilon = \text{tang}\,\frac{\pi}{8} = 0,414,$$

ce qui détermine l'ellipticité des vibrations privilégiées dont l'interférence engendre une vibration circulaire.

Les formules (11) donnent alors

$$\frac{\omega}{\pi} = \varphi, \qquad \text{et, par suite,} \qquad d^2 = \varphi^2 + \frac{\omega^2}{\pi^2} = \frac{(2p+1)^2}{4},$$

d'où

$$d = \varphi\sqrt{2} = \frac{\omega}{\pi}\sqrt{2} = \frac{2p+1}{2}, \qquad \text{et} \qquad \frac{\omega}{\pi} = \varphi = \frac{2p+1}{\sqrt{8}};$$

pour $p = 1$ en particulier,

$$(18) \qquad \frac{\omega}{\pi} = \varphi = \frac{3}{\sqrt{8}} = 1,06066,$$

ce qui exige des épaisseurs particulières pour les lames de quartz. Pour la vibration circulaire, la position du mica laisse indéterminée la position des axes, mais l'indétermination n'est que physique. La formule (9) en tenant compte de la formule (11) peut s'écrire

$$(19) \qquad \text{tang}\,2\alpha = \frac{\pi\omega\, d \sin 2\pi d}{\pi^2 d^2 - 2\omega^2 \sin^2 \pi d},$$

qui prend la forme indéterminée pour $\sin 2\pi d = 0$, $\cos 2\pi d = -1$ et $d = \varphi\sqrt{2} = \frac{\omega}{\pi}\sqrt{2}$. Le rapport des dérivées par rapport à d donne

$$\tang 2\alpha = -\omega = -\left(\frac{2p+1}{\sqrt{8}}\right)\pi;$$

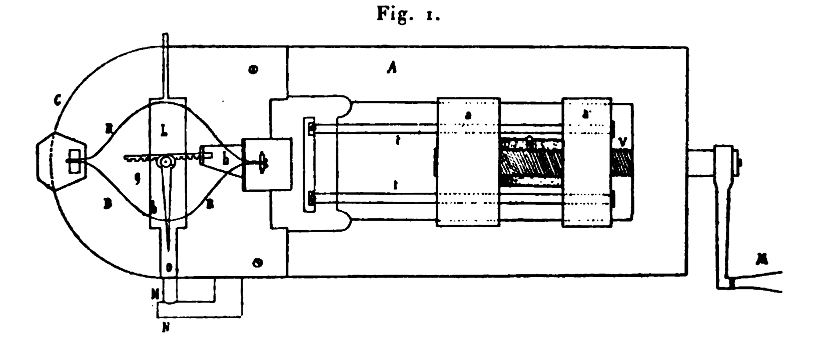
pour $p = 1$

$$\tang 2\alpha = -1,06066\pi.$$

Ceci posé, abordons les vérifications expérimentales; nous étudierons d'abord le cas où l'on opère toujours sous la même incidence, la pression augmentant de plus en plus. La lame de quartz étudiée, taillée normalement à l'axe optique, est comprimée par la disposition particulière que l'on va décrire. La compression s'exerce normalement à l'axe optique. On peut ainsi associer à un pouvoir rotatoire constant une double réfraction croissante.

Les pressions ont été obtenues au moyen d'un dynamomètre de Perreaux, à essayer les tissus (*fig.* 1), modifié pour les besoins de

Fig. 1.



l'expérience. Elles ont varié de 0^{kg} à 530^{kg} par centimètre carré. La pièce principale est un châssis rectangulaire en fonte A portant, à une extrémité, une pièce en forme de fer à cheval B sur laquelle repose un cadran gradué, et à l'autre extrémité une vis à filets carrés. Deux coulisses a et a', s'ajustant dans le châssis A, sont destinées à la compression de la lame de quartz; à cet effet, la coulisse a est dirigée par la vis V et peut, à volonté, être rapprochée ou éloignée de la première a' : celle-ci est réunie par un système de trois barres t rigides et résistantes, à une double équerre h. Le ressort dynamométrique R, fixé sous le cadran, se compose de deux lames métalliques qui représentent, par leur

forme, une courbe à peu près elliptique. Ces deux lames sont recourbées à leur extrémité, elles sont réunies à l'aide de clavettes fortement serrées, d'un bout dans la pièce en forme de fer à cheval et de l'autre à l'une des pièces de l'équerre *h*. Cette équerre *h* porte une règle crémaillère qui commande un pignon denté qui fait tourner l'aiguille. Lorsqu'on agit sur la manivelle, la coulisse *a* appuie sur le bloc de quartz et le presse contre la coulisse *a'* qui, par l'intermédiaire des tringles *t*, bande le ressort R. On lit la pression sur le cadran ; on peut atteindre 500^{kg}. Le dynamomètre est placé sur une double plaque de chêne robuste. La première planche, pouvant tourner autour d'un pivot vertical (le mouvement étant réglé par quatre roulettes), est guidée par un mouvement de translation de la seconde planche de chêne sur deux petits rails qui sont sur la table destinée à supporter tout le système. Enfin, les pieds du dynamomètre, au lieu de reposer directement sur la plaque tournante, y reposent par l'intermédiaire de vis calantes, ce qui permet d'imprimer, si besoin est, un mouvement de bascule à l'appareil. Par la combinaison de ce mouvement de bascule, du mouvement de rotation de la plaque supérieure et du mouvement de translation de la plaque inférieure, il était possible d'orienter, à chaque expérience, la lame de quartz normalement au rayon incident. Il convient, pour avoir une pression exactement répartie sur les parois latérales de la plaque pressée, d'user à l'émeri les arêtes latérales du bloc de quartz, de façon à obtenir deux surfaces de contact avec les mâchoires absolument égales. Il faut aussi intercaler, entre la lame et les coulisses *a* et *a'*, des bandes de carton bien homogène, obtenues au moyen d'une pâte de papier bristol délayée dans de la colle d'amidon bien fine. Les franges d'interférence que l'on obtient avec ces précautions ont alors un aspect bien linéaire. L'ensemble de l'appareil est alors constitué par les pièces suivantes :

1° Le polariseur;

2° Le quartz comprimé par le dynamomètre;

3° Le mica, quart d'onde, mobile dans sa monture, cette pièce se meut sur un limbe gradué, muni d'un vernier;

4° La fente du spectroscope (la fente est munie du quartz à deux rotations;

5° L'analyseur;

6° Le spectroscope, dont la lunette est munie d'une fente oculaire (1).

Les mesures ont porté sur deux lames de quartz taillées normalement à l'axe et d'épaisseurs différentes, environ $0^{cm},89$ pour l'une (quartz vert dextrogyre) et $0^{cm},59$ pour l'autre (quartz rouge lévogyre).

Le Tableau suivant donne les résultats relatifs au quartz droit. L'angle β est affecté du signe + quand l'axe du mica est dans l'angle xOy, et du signe — dans l'angle xOy'.

TABLEAU A.

Quartz D. $e = 0^{cm},8993$, $\frac{\omega}{\pi} = 1,097$.

Pression en kilogrammes par centim. carré. kg	α. ° ′	A. ° ′	d.	k.	$\frac{\omega}{\pi}$.	$\varphi_{obs.}$	$\varphi_{interpolé.}$	$\varphi_{calc.}$	$\varphi_{obs.} - \varphi_{calc.}$	
0...	—16	—16	1,097	1	1,097	0	0	»	»	
50...	—22.15	—20.40	1,126	0,831	1,107	0,207	0,219	0,184	+0,023	
100...	—33. 5	—41.35	1,234	0,679	1,147	0.455	0,439	0,409	+0,045	
240..	mal déterminé	»	1,500	0,414	1,060	1,060	»	0,949	+0,110	Vibration quasi circulaire.
300...	+28	+44.30	1,764	0,406	1,231	1,263	1,317	1,309	—0,046	
360...	+ 8	+ 6.30	1,925	0,339	1,117	1,528	1,580	1,579	—0,051	
380...	+ 0	0	2,000	0,317	1,097	1,672	1,666	1,669	+0,003	Vibration rectiligne.
460...	—15	+ 1.30	2,308	0,238	1,040	2,061	2,020	2,029	+0,032	
505...	+ 0	+26.30	2,500	0,235	1,115	2,237	2,217	2,231	+0,006	Vibration elliptique à axe horizontal.
520...	+3.30	+28.30	2,529	0,224	1,080	2,286	2,283	2,299	—0,013	
530...	+8	+31.31	2,572	0,205	1,096	2,327	admis	2,344	—0,017	

Remarquons que la pression de 240^{kg} donne une vibration à peu près circulaire; pour une telle vibration, on a, en effet,

$$\frac{\omega}{\pi} = \varphi = \frac{2p+1}{\sqrt{8}} = 1,0606,$$

qui diffère peu de $\frac{\omega}{\pi} = 1,097$.

(1) *Voir* le Mémoire original pour le détail du mode opératoire.

Nous nous bornons, pour abréger, à la transcription de quelques résultats relatifs à l'autre lame.

TABLEAU B.

Quartz G..... $e = 0,5982$, $\frac{\omega}{\pi} = 0,719$.

Pression.	α.	A.	d.	k.	$\frac{\omega}{\pi}$.	$\varphi_{obs.}$	$\varphi_{interpolé.}$	$\varphi_{calc.}$	$\varphi_{obs.} - \varphi_{calc.}$	
kg										
0,0...	−51°.00′	+39°.00′	0,719	1,000	0,719	0	0	»	»	
96,0...	−27.18	+22.20	0,833	0,717	0,674	0,447	0,397	0,371	+0,076	Vibration rectiligne.
182,0...	0	0	1,000	0,419	0,719	0,695	»	0,720	−0,025	
255,0...	+21.30	−15.45	1,223	0,345	0,761	0,961	0,997	0,998	−0,037	Vibration elliptique à axe horizontal.
342,5...	0	−26.59	1,500	0,240	0,719	1,316	»	1,356	−0,040	
437,5...	− 6.45	+ 7.45	1,856	0,178	0,639	1,726	1,710	1,721	+0,005	
482,0...	0	0	2,000	0,150	0,719	1,866	»	1,897	−0,031	Vibration rectiligne.

Les résultats des Tableaux A et B ont été traduits par les courbes 2, 3, 4 et 5 ci-après. Les pressions sont portées en ab-

Fig. 2 et 3.

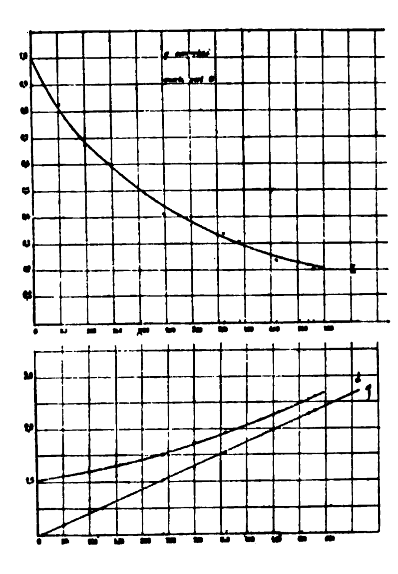
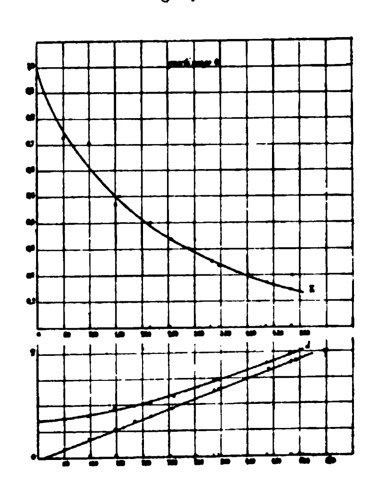


Fig. 4 et 5.



scisses; dans les courbes 3 et 5 on a pris comme ordonnées les valeurs de d et de φ, et dans les courbes 2 et 4 celles de k. Les

courbes qui représentent les différences de marche φ (double réfraction seule) sont rectilignes; on peut les représenter par

Quartz D..... $\varphi = -0,0409 + 0,0045\,P$
Quartz G..... $\varphi = -0,0214 + 0,0049\,P$

Les droites ne passent pas par l'origine à cause de l'inertie des bandes de carton; il y a un retard dans la transmission de la pression, d'environ 10^{kg} pour le quartz D et 3^{kg} pour le quartz G. Le coefficient de proportionnalité de φ avec la pression est alors égal à 0,0045 pour le quartz D et 0,0040 pour le quartz G; c'est-à-dire sensiblement le même pour les deux échantillons.

Nous avons vu que, lorsque l'ellipse émergente a son grand axe horizontal, on a la vérification

$$\frac{\omega}{\pi\varphi} = \tang\psi.$$

En effet,

Quartz D.

$$\frac{\omega}{\pi} = 1,097, \qquad \varphi = 2,237, \qquad \psi = A = 26^\circ 30',$$

$$\frac{\omega}{\pi\varphi} = 0,4304 \qquad \text{et} \qquad \tang\psi = 0,4985.$$

Quartz G.

$$\frac{\omega}{\pi} = 0,719, \qquad \varphi = 1,316, \qquad \psi = A = 26^\circ 59',$$

$$\frac{\omega}{\pi\varphi} = 0,5464, \qquad \tang\psi = 0,5092;$$

la vérification est satisfaisante.

Nous avons encore vu, au commencement de cet article, que l'angle α est une fonction périodique de d et par suite varie avec φ, ou, ce qui revient au même, avec la pression P. Nous donnons ci-après l'angle α du grand axe de l'ellipse avec la vibration primitive et la pression correspondante. Pour une pression nulle, le premier angle donné par le Tableau mesure le pouvoir rotatoire naturel de la lame; il est de 196° environ pour le quartz D et de 129°25′ pour le quartz G.

P.	Quartz D ↘. ρ = rotation.	P.	Quartz G ↘. ρ = rotation.
kg	° ′	kg	° ′ ″
0........	196.00	0,0........	129.25.12
50........	202.15	50,0........	140
100........	213.5	96,5........	152.42
150........	222	147,5........	168.30
300........	332	182,0........	180
325........	339.6	212,5........	191.45
360........	352	255,0........	201.30
380........	360	335,0........	193,50.45
460........	375	342,5........	180
490........	366	437,5........	173.15
505........	360	482,0........	180
520........	356.30	485,0........	185.18
530........	352		
535........	347		

On voit que dans les deux cas l'angle ρ du grand axe avec Ox augmente avec la pression, oscille autour de $2\pi = 360°$ pour le quartz D et autour de $\pi = 180°$ pour le quartz G.

Les courbes 3 traduisent les résultats précédents; à l'inspection de la courbe relative au quartz D, on constate la rapide variation du grand axe de l'ellipse émergente aux environs de l'expérience qui correspond à $P = 240^{kg}$: c'est en effet ce qui doit être, la vibration étant quasi circulaire ([1]).

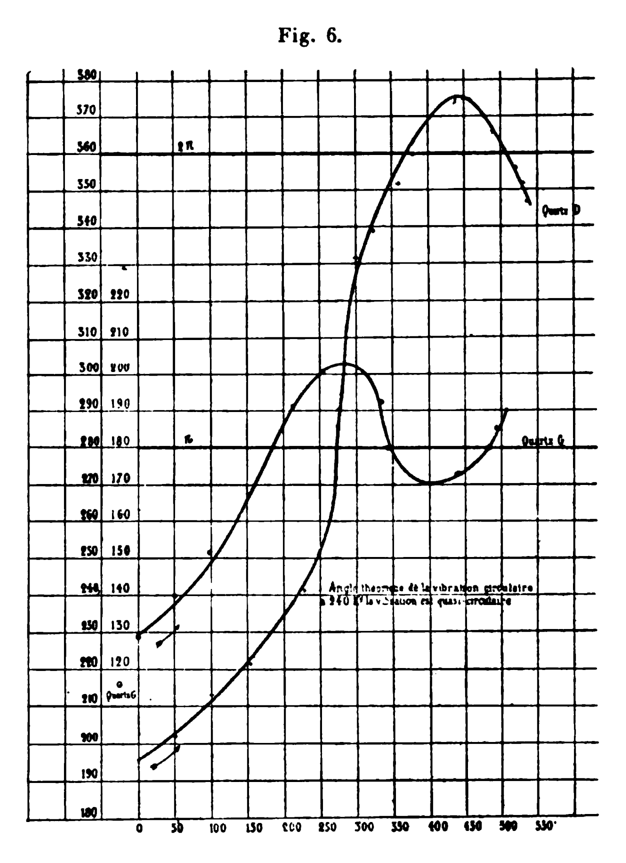
On constate que le grand axe est horizontal (*fig.* 6, quartz D), l'ellipse pouvant du reste se réduire à une droite, quand la pression est telle que la valeur de φ assigne à d une valeur égale à un multiple de $\frac{\lambda}{2}$.

En résumé, on a vérifié, sur deux lames d'épaisseurs différentes, que, lorsqu'on associe à un pouvoir rotatoire constant une double réfraction croissante, le quartz présente, pour un rayon tombant toujours normalement à la lame, les phénomènes de la double réfraction elliptique et que : 1° *Le pouvoir rotatoire reste constant;* 2° *La différence de marche φ due à la double réfraction seule*

([1]) Quand on passe par une vibration circulaire, il y a en effet une variation brusque de $\frac{\pi}{2}$ (MONNORY, *Journ. de Phys.*, 2ᵉ série, t. IX; juin 1890).

est proportionnelle à la pression; 3° *L'angle* α *du grand axe de l'ellipse émergente et de la vibration incidente primitive croît d'abord avec la pression (pour les lames d'épaisseurs données) pour osciller autour de la vibration incidente, et pour*

Fig. 6.



des pressions particulières se confond avec elle; en sorte que, à un moment donné, ce grand axe tourne en sens contraire du pouvoir rotatoire naturel de la lame de quartz; 4° *Pour les directions particulières de l'angle* $\alpha = 0$, *l'ellipticité de l'ellipse émergente est* 0 *ou* $\frac{\omega}{\pi\varphi}$; *le premier cas correspond à une vibration rectiligne, le second à une ellipse à grand axe horizontal.*

SUR LA BIAXIE DU QUARTZ COMPRIMÉ;

PAR M. F. BEAULARD (1).

Le quartz comprimé présente tous les caractères des cristaux biaxes (2). Dans la compression exercée perpendiculairement à l'axe du cristal, le milieu acquiert trois plans de symétrie rectangulaires : l'un perpendiculaire à l'axe; un autre à la direction de compression, et le troisième perpendiculaire au plan des deux premiers. L'ellipsoïde inverse cesse d'être de révolution. Soit n_e l'axe de révolution, et n_0 l'axe équatorial de cet ellipsoïde. Suivant la direction de la pression n_0 diminue et devient $n_0 - \mathrm{D}$. L'axe équatorial normal à la compression devient $n_0 - d$ et l'axe de révolution prend pour valeur $n_e - d'$. Les quantités d et d' sont en général différentes entre elles puisque les élasticités optiques ou mécaniques sont différentes suivant les deux directions : néanmoins d et d' sont inférieurs à D ; et D, d, d' sont des quantités très petites (3). Posons

$$a = \frac{1}{n_0 - \mathrm{D}}, \qquad b = \frac{1}{n_0 - d}, \qquad c = \frac{1}{n_e - d'}.$$

On a, pour le demi-angle des axes optiques désigné par V,

$$\tang^2 \mathrm{V} = \frac{\mathrm{D} - d}{n_e - n_0}.$$

On peut se proposer d'étendre, au quartz biaxe, la théorie de M. Gouy.

Le quartz a été fortement serré au moyen de la pince à compression de Wertheim (*fig.* 1), que l'on plaçait entre les montants M verticaux du dispositif ci-après, qui pouvait se placer sur le limbe gradué de l'appareil déjà employé.

On se donnait une pression, ensuite on opérait sous l'incidence normale; après quoi, on inclinait la pince de façon à opérer

---

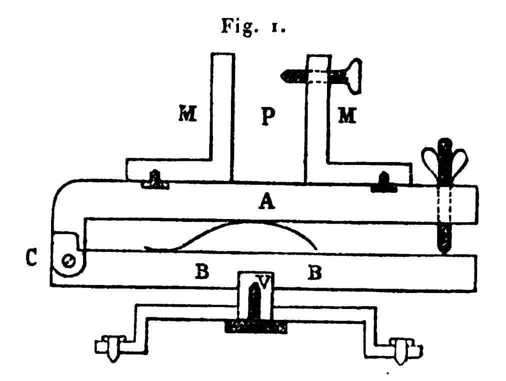
(1) *Voir* p. 393 et 459 de ce Volume, la première et la seconde partie du Travail de M. Beaulard.

(2) BREWSTER, *Edinburg Trans.*, t. VIII, p. 281; 1817. PFAFF, *Annales de Physique et de Chimie*, [3], t. LVII, p. 509; 1859. MOIGNO et SOLEIL, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXX, p. 361; 1850.

(3) Notation de M. Mallard (*Traité de Cristallographie*, t. II, p. 342).

sous une incidence de 1°, 2°, ...; on pouvait aussi chercher les incidences privilégiées, pour lesquelles la vibration émergente est

Fig. 1.



soit une ligne droite, soit une ellipse à grand axe horizontal. Les angles A et M définissent les orientations de l'analyseur et du mica. La lumière incidente a été polarisée horizontalement; il en résulte que A est l'angle de vibration rectiligne rétablie, et que M est l'axe du mica avec la vibration incidente.

On a le Tableau suivant :

Quartz D, $e = 0,899$, $\frac{\omega}{\pi} = 1,097$, $P = 195^{kg}$ (1).

i.	A.	M.	$\frac{\omega}{\pi}$.	φ.	d.	k.
0°.00'.00"...	25°.45'.00"	40°.52'.30"	1,035	0,837	1,332	0,477
1.00.00...	30.15	40.10	1,060	0,751	1,305	0,520
2.00.00...	23	41.24.15	1,092	0,661	1,299	0,574
3.00.00...	25.30	34.30	1,103	0,517	1,218	0,635
6.21.00...	7.27 environ	7.27 environ	1,097	0,000	1,097	1,000
7.24.00...	27.15	30.45	1,070	0,388	1,193	0,722
8.00.00...	28.30	36	1,053	0,668	1,265	0,522
9.00.00...	36	47	1,001	1,039	1,443	0,403
9.14.30...	46.25	0	1,086	1,034	1,500	0,428
10.00.00...	55	66.30	1,091	1,304	1,701	0,364
12.45.00...	25.37.30	0	1,081	2,254	2,500	0,227
15. 7.00...	18	0	1,081	3,328	3,500	0,158
17. 9.00...	13.22.30	0	1,041	4,378	4,500	0,117

(1) La formule

$$\varphi_0 = -0,0409 + 0,0045P$$

pour $\varphi_0 = 0,837$ donne la pression $P = 195$ obtenue par la pince; pression qui n'est pas directement mesurable.

On constate :

1° Que, lorsque l'incidence augmente, d et φ diminuent d'abord pour augmenter ensuite;

2° Que k augmente d'abord pour diminuer ensuite.

Cela résulte de la biaxie du quartz comprimé ; quand i augmente, l'angle du rayon de lumière et de l'un des axes optiques, diminue jusqu'à zéro, quand la propagation de la lumière s'effectue le long de cette direction.

3° On détermine cette direction par la courbe des φ et des d. On voit que, pour $i = 6°21'$, on a $\varphi = 0$ et que la courbe des d est tangente à la direction $d = 1,097$.

4° La courbe des k donne de même pour cette direction $k = 1$. On a donc pour $i = 6°21'$ environ

$$\frac{\omega}{\pi} = 1,097, \qquad \varphi = 0, \qquad d = 1,097, \qquad k = 1,00.$$

Ainsi un biaxe, obtenu par compression d'un uniaxe rotateur, possède le pouvoir rotatoire suivant les axes optiques [1].

5° On vérifie la constance du pouvoir rotatoire $\frac{\omega}{\pi}$; ainsi, conformément aux idées de M. Gouy, on retrouve le pouvoir rotatoire constant dans toutes les directions, et même le long des directions axiales du cristal devenu biaxe.

On peut utiliser les données précédentes pour résoudre un certain nombre de questions accessoires; cherchons, par exemple, l'angle des axes avec la pression. On a la relation [2]

$$\operatorname{tang}^2 V = \frac{D - d}{n_e - n_0}.$$

Or, pour de faibles obliquités, on a la formule [3]

$$\varphi\lambda = e\left[\frac{1}{b} - \frac{1}{a} - c^2\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)\sin^2 i\right],$$

pour $i = 0$

$$\varphi_0\lambda = e\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) = e(D - d),$$

(1) *Voir* VERDET, *Optique physique*, t. VI, p. 326.
(2) MALLARD, *Traité de Cristallographie*, t. II, p. 343.
(3) MASCART, *Optique physique*, t. I, p. 578.

d'où

$$D - d = \varphi_0 \frac{\lambda}{e},$$

pour la pression $P = 195^{kg}$, $\varphi_0 = 0,837$; on en déduit

$$D - d = 0,0000547 \quad \text{et} \quad V = 4^\circ 25' 30''.$$

On en conclut que l'angle correspondant dans l'air est

$$E = 6^\circ 36' 50''.$$

Le même angle déduit de l'inspection des courbes a pour valeur $E = 6^\circ 21'$. On a, de même, calculé le Tableau suivant :

P par centimètre carré.	D − d.	V.
kg 50	0,000013534	2°.12'.15"
100	0,000029749	3.16
195	0,000054700	4.25.30
220	0,000069606	4.58.45
300	0,000082579	5.25.55
360	0,000099906	5.38.20
460	0,000013475	6.55.35
505	0,000014626	7.12.45
520	0,000014947	7.17.25
530	0,000015215	7.21.20

La courbe (2) représente les résultats précédents; les pressions sont portées en abscisses, les V en ordonnées.

On peut aussi calculer le coefficient d'élasticité optique du quartz, le long de la bissectrice aiguë des axes optiques. On a pour ce coefficient

$$C = \frac{e}{\lambda} \frac{\delta P}{\delta \varphi},$$

on a pour l'échantillon D

$$\varphi = -0,0409 + 0,0045 P;$$

on en tire la valeur

$$C = 3,4 \times 10^6,$$

nombre qui est de l'ordre de grandeur du coefficient optique du verre.

On peut enfin calculer, au moins d'une façon approchée, les indices du quartz biaxe.

Pour un rayon de lumière qui se propage suivant une direction

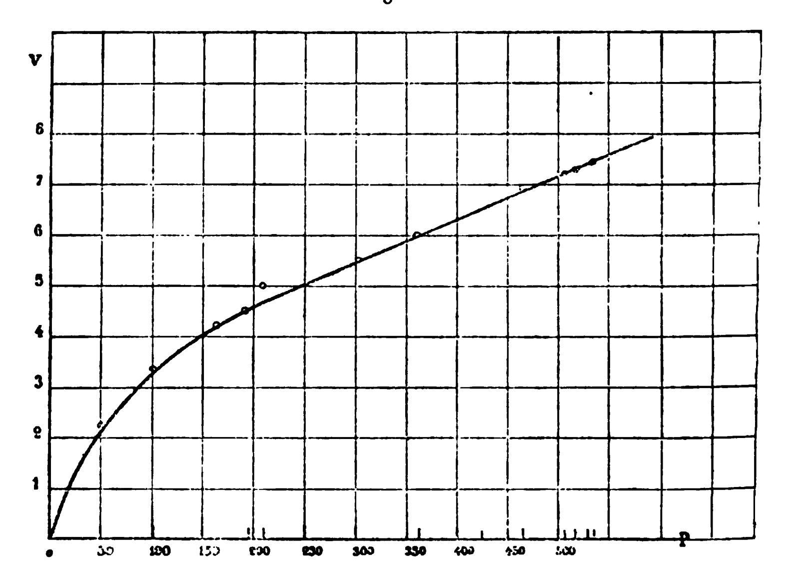
peu inclinée sur la bissectrice aiguë des axes optiques, la différence des marches est donnée par la relation

$$\varphi\lambda = e\left[\frac{1}{b} - \frac{1}{a} - c^2\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right)\sin^2 i\right],$$

pour l'incidence normale

$$\varphi_0\lambda = e\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) = e(D - d);$$

Fig. 2.



or on a (*voir* les figures ci-dessous 3, 4, 5 et 6)

$$\frac{1}{b} = n_0 - d, \qquad \frac{1}{a} = n_0 - D, \qquad \frac{1}{c} = n_e - d'.$$

La valeur de $D - d$ est connue pour une pression donnée, par exemple $P = 195^{kg}$,

$$D - d = 0{,}0000547.$$

Pour l'angle i qui correspond à l'axe optique dans l'air, on a

$$c^2\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right) = \frac{D - d}{\sin^2 i};$$

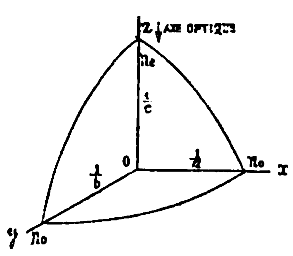
si l'on prend $i = 6^\circ 30'$, on a

$$A = c^2\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right) = 0,0040734 :$$

or

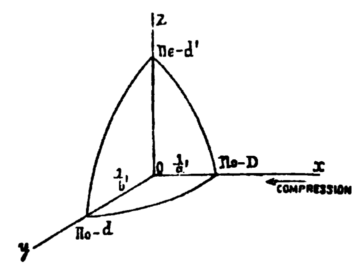
$$A = \frac{n_e - n_0 + D - d'}{(n_e - d')^2}.$$

Fig. 3.



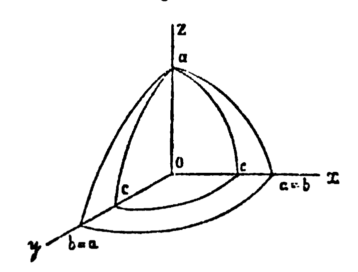
Ellipsoïde inverse avant la compression ($a = b = c$).

Fig. 4.



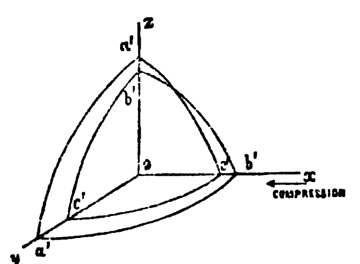
Ellipsoïde inverse après la compression $a' > b' > c'$.

Fig. 5.



Surface des vitesses normales avant la compression.

Fig. 6.



Surface des vitesses normales après la compression.



Si l'on admet que d est peu différent de d', en prenant

$$D - d = D - d' = 0,0000547,$$
$$n_c - n_0 = 0,0091320б,$$
$$A = 0,0040734,$$

on déduit de la relation précédente

$$n_e - d' = 1,50177.$$

En prenant

$$n_e = 1,55339, \qquad n_0 = 1,54426,$$

on a la valeur approchée

$$d = d' = 0,05162,$$

d'où

$$D = 0,0516747.$$

On a en définitive, pour les indices et les vitesses principales du quartz biaxe pour la pression de 195^{kg} les valeurs

$$n_0 - D = 1,49259, \qquad a' = 0,66998,$$
$$n_0 - d = 1,49264, \qquad b' = 0,66995,$$
$$n_e - d' = 1,50177, \qquad c' = 0,66588.$$

L'énergie de la biréfringence est donnée par $\frac{(a-c)^2}{c^2} = 0,000038$. A l'état naturel, elle a pour valeur 0,000034. La biréfringence optique augmente donc par la compression.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES ET ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE; 1892.

Électricité.

ED. BRANLY. — Déperdition des deux électricités par les rayons très réfrangibles (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXIV, p. 68).

M. Branly a montré précédemment (1890) qu'un plateau métallique électrisé et illuminé par des rayons très réfrangibles ne perd pas seulement l'électricité négative, mais aussi, moins rapidement, l'électricité positive. Il reprend cette démonstration en employant comme source lumineuse l'arc voltaïque.

L'appareil de mesures est un électroscope à feuilles d'or, surmonté d'un disque éclairé de 7^{cm} de diamètre. Un isolement parfait est obtenu au moyen d'une enveloppe de soufre. L'électroscope est chargé à un excès de potentiel de 300 volts, et l'on observe, par l'écartement des feuilles d'or, le temps qu'il met à descendre à 270 volts sous l'influence de l'illumination.

Ce temps est de 20 à 40 fois plus grand pour l'électricité positive que pour l'électricité négative. Quand l'arc voltaïque décroît,

la déperdition positive se ralentit plus que la négative. Une lame de quartz interposée absorbe peu les rayons actifs. Le verre et surtout le mica les absorbent beaucoup plus, mais encore incomplètement. La nature du métal qui forme le disque a aussi une influence sensible.

ED. BRANLY. — Nouvelle conductibilité unipolaire des gaz (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXIV, p. 831).

L'auteur étudie la conductibilité électrique singulière que prend un gaz compris entre un métal porté au rouge (fil de platine iridé plusieurs fois replié) et un métal froid (disque métallique relié à un électromètre de Hankel). La conductibilité est beaucoup plus forte si le métal froid est négatif que s'il est positif. Elle ne se manifeste que si le fil atteint la température du rouge. Elle se manifeste encore quand on aspire les gaz chauds qui environnent le platine, au moyen d'un courant gazeux sortant d'un réservoir à 25^{atm}, pour les projeter sur le disque soustrait à l'action directe du platine, même quand on a soin de refroidir ces gaz en les faisant passer dans un serpentin entouré d'eau froide.

On reconnaît de même au galvanomètre que la couche gazeuse comprise entre les deux métaux se comporte comme une couche conductrice, principalement quand le métal froid est négatif.

Enfin la distance explosive pour l'étincelle électrique, entre une lame de platine et un disque de laiton, est à peine modifiée par l'échauffement de la lame quand la boule est positive, tandis qu'elle est beaucoup augmentée si la boule est négative.

ED. BRANLY. — Sur la conductibilité d'un gaz compris entre un métal froid et un corps incandescent (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXIV, p. 1531).

M. Branly confirme les faits qui font l'objet du précédent article, au moyen d'expériences plus précises. Une spirale de platine incandescente et un tube de laiton froid dont elle occupe l'axe communiquent respectivement avec deux électroscopes, dont l'un peut être muni du conducteur latéral de Gaugain. L'un ou l'autre des deux métaux peut être mis à volonté en communication avec

un des pôles d'une pile de 250 éléments, dont le second pôle est au sol. On constate ainsi les faits suivants :

1° Si la spirale de platine a été portée au rouge sombre, l'électricité négative ne passe que du corps froid au corps chaud et l'électricité positive en sens contraire.

2° A mesure qu'on élève la température du platine à partir du rouge sombre, l'électricité continue à passer dans le sens prévu, mais passe aussi de plus en plus facilement en sens contraire.

3° Le platine incandescent peut être remplacé par un corps quelconque porté au rouge, comme un bâton de verre; mais le sens de la conductibilité la plus grande varie avec la nature du corps incandescent. Les effets obtenus dépendent non seulement de la surface du corps, mais de sa structure intérieure (trempe, recuit, etc.).

L. DE LA RIVE. — Application de la théorie des lignes de force à la démonstration d'un théorème d'électrostatique (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXIV, p. 740).

Le théorème suivant a été démontré successivement par Chasles, par Sir W. Thomson et par M. Bertrand.

Si dans le champ d'un système de conducteurs électrisés on leur substitue une ou plusieurs surfaces de niveau entourant respectivement les masses agissantes, avec une densité superficielle égale à $-\frac{1}{4\pi}\frac{d\varphi}{dn}$, *le champ en dehors de ces surfaces reste le même, et le potentiel à l'intérieur est constant et égal à la valeur qu'il prend dans le champ sur ces surfaces mêmes.*

L'auteur en donne une démonstration nouvelle qui est une simplification de celle de Sir W. Thomson.

Soit φ le potentiel en un point quelconque d'un champ dû à un certain nombre de conducteurs électrisés C, et S une surface de niveau entourant les masses agissantes. Considérons les tubes de force allant de la surface d'un conducteur à celle d'un autre conducteur ou à la surface S, et, dans ce dernier cas, faisons croître n de la surface du conducteur vers S.

Pour un point P extérieur à S, l'intégrale

$$\int \frac{1}{r} \frac{d\left(\frac{d\varphi}{dn} dS\right)}{dn} dn$$

pour tous les tubes compris entre C et S, est nulle puisque le flux est constant dans ce volume. r représente la distance du centre de la section dS du tube de force au point P.

En intégrant par parties pour un tube quelconque, on trouve

$$0 = -\frac{1}{r_2}\frac{d\varphi}{dn} dS_2 - \frac{1}{r_1}\frac{d\varphi}{dn} dS_1 - \int \frac{d\varphi}{r^2} dS \cos i,$$

i étant l'angle du rayon vecteur dirigé de dS vers P avec la normale à l'élément dS.

Mais $-\frac{dS \cos i}{r^2} = d\omega$ est l'angle solide élémentaire sous-tendu par dS.

En intégrant pour tous les tubes, une partie des termes dS_2 donne l'intégrale de surface relative à S, dn étant dirigé vers l'extérieur. Les autres termes dS_2 et les termes dS_1 donnent cette intégrale relative aux surfaces des conducteurs, avec le signe —.

L'intégrale $\int d\varphi \, d\omega$ est nulle, puisqu'aux points où le rayon vecteur coupe S, φ reprend la même valeur.

On a donc, en divisant par 4π,

$$-\frac{1}{4\pi}\int_s \frac{1}{r}\frac{d\varphi}{dn} dS = \varphi_P.$$

La marche de la démonstration est analogue pour un point intérieur à S.

CHASSAGNY et H. ABRAHAM. — Sur le mode d'emploi des couples thermo-électriques (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XXVII, p. 355).

Quand on veut utiliser les forces électromotrices thermo-électriques qui ne dépassent guère le millième de volt dans le cas des couples métalliques, il faut éliminer avec soin les perturbations dues à l'imperfection de l'isolement et aux forces électromotrices étrangères.

Les auteurs isolent les diverses parties du circuit par des supports en paraffine. Les métaux sont employés à l'état de fils et

isolés l'un de l'autre au voisinage de la soudure par des tubes de verre mince engagés dans un tube plus large. Les fils sont soudés dans une même capsule de cuivre rouge qui forme le fond de ce dernier. D'autres dispositions permettent de réunir trente soudures par centimètre carré, pour les piles destinées à l'étude de la chaleur rayonnante. On s'est assuré de l'homogénéité des fils par l'absence de courant quand on les chauffe en dehors des soudures. Les raccords de fils nécessaires pour joindre la pile aux appareils de mesure étaient établis au mercure et maintenus deux à deux dans un même bain de mercure, pour éviter toute différence de température. Des précautions ont été prises pour soustraire la boîte de résistances et le galvanomètre à toute variation de température par des enveloppes appropriées. Les coupe-circuits présentent une ingénieuse disposition qui permet d'établir les communications en reliant deux masses de mercure par un bain du même métal.

Le circuit comprenait le couple étudié, un galvanomètre Thomson à faible résistance, une boîte de 100 ohms, le coupe-circuit et une force électromotrice d'opposition empruntée par une double dérivation à un élément Gouy, qu'on avait comparé avec quatre étalons Latimer-Clark. Les lectures de l'échelle, faites à la loupe, permettaient d'apprécier $\frac{1}{20}$ de microvolt, c'est-à-dire d'évaluer une force électromotrice de $\frac{1}{1000}$ de volt avec une erreur de l'ordre des dix-millièmes. Ce degré d'approximation a été constaté par une série de vérifications de la loi des métaux intermédiaires. On a reconnu que des fils de cuivre, fer, argent, platine, empruntés aux mêmes bobines, fournissent des couples plus concordants entre eux que les éléments électrochimiques.

L'étude de l'influence de la température a montré que des couples thermo-électriques employés comme thermomètres permettraient d'évaluer au centième de degré des chutes de température de 100°. Si l'on adopte l'échelle du thermomètre à hydrogène, les couples n'ont pas une marche parabolique et les pouvoirs thermo-électriques sont représentés par des courbes concaves vers l'axe des températures. Une même échelle de températures, convenablement choisie, ramènerait à la fois tous les couples essayés à avoir une marche parabolique. Il serait intéressant de pouvoir rapporter la marche de ces couples à l'échelle thermodynamique qui diffère, comme on sait, de celle du thermomètre à hydrogène.

H. BAGARD. — Sur les phénomènes thermo-électriques au contact de deux électrolytes (*Comptes rendus de l'Acad. des Sciences*, t. CXIV, p. 980).

M. Bagard a trouvé dans son précédent travail que la marche d'un couple thermo-électrique, formé par un amalgame et un électrolyte, est représentée par une parabole tournant sa convexité vers l'axe des températures. Il étend ce résultat à des couples formés de deux électrolytes.

Une masse d'un liquide L_2 est reliée par des siphons à deux masses d'un liquide L_1 qui communiquent elles-mêmes avec des électrodes impolarisables. Les communications entre liquides différents ont lieu à travers des diaphragmes de parchemin végétal. Le vase contenant une de ces jonctions est porté dans un bain-marie à différentes températures, tandis que le reste des appareils est maintenant à 0°. Le liquide chauffé est protégé contre l'évaporation par une couche de paraffine. Dix éléments ainsi constitués sont assemblés en tension.

Le liquide L_1 étant une solution de 115^{gr} de sulfate de zinc dans 100^{gr} d'eau, avec des électrodes de zinc amalgamé, et le liquide L_2 étant une solution d'acide sulfurique au $\frac{1}{1000}$ en poids, le sulfate de zinc froid est positif à l'extérieur, et l'on obtient une force électromotrice croissant avec la température, suivant une parabole convexe vers l'axe des températures. A 76°,6, on atteint 0^{dl},0545.

Le liquide L_1 demeurant le même, on prend pour L_2 une solution de 30^{gr} de sulfate de cuivre dans 100^{gr} d'eau. Le sulfate de zinc froid est négatif aux basses températures, puis devient positif. Le maximum a lieu vers 40° et l'inversion vers 70°, et la courbe affecte encore une forme parabolique. Il y a lieu de remarquer l'analogie de ces phénomènes avec ceux que présentent les couples bimétalliques.

C. REIGNIER et G. PARROT. — Sur une propriété des conducteurs bimétalliques lamellaires, soumis à l'induction électro-magnétique (*Comptes rendus de l'Acad. des Sciences*, t. CXV, p. 310).

Les auteurs substituent aux conducteurs de cuivre, ordinairement employés dans les machines dynamo, des lamelles minces

composées d'un métal très magnétique et d'un métal très bon conducteur superposés en épaisseur. Ces lamelles sont disposées de telle sorte que les lignes d'induction soient perpendiculaires à leur épaisseur. Le flux d'induction se divise en nappes de filets parallèles très rapprochées, qui traversent seulement la portion magnétique des conducteurs bimétalliques. L'énergie disponible augmente avec la hauteur des conducteurs. Les circuits sont courbés en forme de développantes de cercle et assemblés de façon à former des disques superposés qui sont reliés les uns aux autres pour constituer un circuit fermé. A la vitesse de 500 tours, les auteurs ont obtenu une utilisation spécifique de 42 watts par kilogramme de poids de leur machine.

J. MORIN. — Sur une nouvelle forme d'appareil d'induction (*Comptes rendus de l'Acad. des Sciences*, t. CXV, p. 389).

Les appareils d'induction employés en électrothérapie sont ordinairement formés de deux bobines qui glissent l'une sur l'autre, et, au moment où elles achèvent de se séparer, il se produit une chute brusque du courant induit, au lieu d'une diminution progressive jusqu'à zéro. M. Morin propose l'emploi de deux anneaux plats concentriques munis de gorges pour l'enroulement du fil inducteur et du fil induit. L'un de ces anneaux tournant autour d'un de ses diamètres, le courant induit passera progressivement par toutes les valeurs comprises entre son maximum et zéro. Cette disposition permet aussi d'avoir des courants induits alternatifs par l'emploi d'un inducteur continu.

D. KORDA. — Théorie d'un condensateur intercalé dans le circuit secondaire d'un transformateur (*Comptes rendus de l'Acad. des Sciences*, t. CXV, p. 331 et 411).

Si l'on intercale, dans un circuit de courant alternatif de forme sinusoïdale, un transformateur dont le circuit secondaire contient un condensateur, les phénomènes sont exprimés par le système suivant :

Primaire...... $E_0 \sin \omega t - L \frac{\partial i}{\partial t} - M \frac{\partial i'}{\partial t} - R i = 0$

Secondaire.... $- M \frac{\partial i}{\partial t} - l \frac{\partial i'}{\partial t} - e - r i = 0$

Condensateur.. $K \frac{\partial e}{\partial t} - i' = 0.$

$E_0 \sin \omega t$ est la force électromotrice sinusoïdale, L, M, l sont les coefficients d'induction, i et i' les intensités, R et r les résistances, e la différence de potentiel aux armatures du condensateur et K sa capacité. On en tire par élimination l'équation nécessaire

$$(Ll - M)\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + (Rl + rL)\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + \left(Rr + \frac{L}{K}\right)\frac{\partial i}{\partial t} + \frac{R}{K} i$$
$$= E_0\left(r\omega \cos \omega t - \frac{Kl\omega^2 - 1}{K} \sin \omega t\right).$$

Suivant que le discriminant de l'équation caractéristique est ou non plus grand que zéro, la décharge est oscillante ou simple. Quand le régime régulier est établi, on a

$$i = I = \frac{E}{\rho},$$

ρ étant la résistance apparente du primaire donnée par

$$\rho^2 = R^2 + L^2\omega^2$$
$$+ \frac{M^2\omega^2}{r}\left(2R + \frac{M^2\omega^2}{r} - 2\frac{L}{r}\frac{Kl\omega^2 - 1}{K}\right)\left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{rK\omega}{Kl\omega^2 - 1}\right)^2}\right].$$

Ces équations permettent de calculer ou de représenter graphiquement les éléments du problème.

CH. GUILLAUME. — Sur la variation thermique de la résistance électrique du mercure (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXV, p, 414).

Un étalon mercuriel d'environ 1 ohm, amené successivement à diverses températures, est comparé à un autre étalon maintenu à une température invariable. Les deux étalons sont substitués l'un à l'autre dans une même branche du circuit d'un pont de Wheatstone. Pour éliminer les contacts, on fait précéder le premier éta-

lon et suivre le second d'un vase contenant quelques kilogrammes de mercure à la température de l'autre étalon.

Dans un premier groupe de mesures, la différence des étalons est mesurée par l'addition d'une portion de fil de laiton étalonné.

Dans un second groupe de mesures exécutées en même temps que les premières, on introduit entre les prises de contact de la résistance la plus forte une dérivation ramenant le galvanomètre au zéro.

Les étalons étaient formés de tubes assez gros pour contenir environ 30^{gr} de mercure par ohm. Divers modes de contact ont été successivement employés.

L'auteur estime avoir atteint pour la précision de ses mesures l'ordre du $\frac{1}{100000}$. Les deux groupes de mesures ont conduit respectivement pour la variation réelle de la résistance spécifique du mercure, en fonction de l'échelle normale, aux formules

$$\rho_T = \rho_0(1 + 0,00088745\,T + 0,0000010181\,T^2),$$
$$\rho_T = \rho_0(1 + 0,00088879\,T + 0,0000010022\,T^2).$$

VASCHY. — Sur les réseaux de conducteurs électriques. Propriété réciproque de deux branches (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXV, p. 1280).

M. Vaschy démontre le théorème suivant :

Considérons un ou plusieurs réseaux de conducteurs, pouvant même contenir des condensateurs intercalés sur diverses branches. Si une force électromotrice $E = f(t)$ placée dans une branche A produit un courant d'intensité $i = \varphi(t)$ dans une branche B (appartenant soit au même réseau que A, soit à l'un des autres réseaux), réciproquement, la même force électromotrice E, placée en B et variant suivant la même loi $f(t)$, produira dans la branche A un courant i variant suivant la même loi $\varphi(t)$.

D. NEGREANO. — Variation de la constante diélectrique des liquides avec la température (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXIV, p. 345).

L'appareil est constitué par un condensateur à cinq plateaux dont un seul est mobile. Les poteaux extrêmes et celui du milieu sont chargés par une bobine d'induction et les deux autres sont

mis en communication avec un électromètre à quadrants. Le liquide contenu dans une cuvette plate est porté à diverses températures. On a opéré sur la benzine, le toluène et le xylène. L'auteur a trouvé que la constante diélectrique décroît quand la température s'élève, suivant une loi qu'on peut exprimer par une formule parabolique à deux constantes.

A. PÉROT. — Mesure de la constante diélectrique par les oscillations électromagnétiques (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXIV, p. 1528; t. CXV, p. 38 et p. 165).

D'après M. Blondlot, la période, et par suite la longueur d'onde des résonateurs, est proportionnelle à la racine carrée de leur capacité. On aura donc la racine carrée de la constante diélectrique d'une certaine substance, en prenant le rapport des longueurs d'onde d'un même résonateur dans cette substance et dans l'air. L'appareil est composé d'un oscillateur Blondlot relié à une machine de Holtz, d'une ligne en fil de cuivre, d'un pont mobile que l'observateur manœuvre à l'aide d'un ruban gradué et d'un résonateur Blondlot, dont les plateaux, séparés par des cales en ébonite, peuvent être placés verticalement ou horizontalement suivant les cas et plongés dans la cuve où l'on introduit les substances diélectriques. La longueur d'onde se mesure en déterminant les positions du pont pour lesquelles il n'y a pas d'étincelles au micromètre.

M. Pérot a opéré sur la glace au moyen d'un bloc taillé à l'avance. Il achève de remplir l'intervalle des armatures avec de l'essence de térébenthine sur laquelle il a opéré d'abord. La mesure de l'épaisseur de la glace est très incertaine. M. Pérot retrouve pour la glace des résultats voisins de ceux de M. Bouty. Il a opéré encore sur des mélanges de cire et de résine à diverses températures et enfin sur le verre. Dans ce dernier cas il cherche à écarter l'influence des bords en employant une lame diélectrique plus mince que l'intervalle des plateaux.

L'auteur a répété une grande partie de ses mesures en employant d'autres méthodes, notamment la méthode du prisme et celle du galvanomètre balistique. Il a aussi comparé ses résultats avec ceux de MM. S. Thomson et Blondlot. Les valeurs de la constante

résultant de la méthode du prisme présentent un accord satisfaisant avec ceux que donnent les oscillations rapides. M. Pérot considère ces résultats comme donnant la véritable limite de la constante, en admettant que la charge résiduelle est due à la polarisation de cellules électrolytiques réparties d'une manière arbitraire dans toute la masse du diélectrique.

M. RUNOLFSSON. — Sur une relation entre la chaleur moléculaire et la constante diélectrique (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXV, p. 1066).

En comparant les poids moléculaires, les chaleurs spécifiques et les constantes diélectriques pour diverses substances, l'auteur trouve que le produit des deux premières quantités, divisé par la troisième, donne un résultat constant égal à 6,8, pour tous les corps essayés, quel que soit leur état physique. Le défaut de précision dans les mesures de la constante diélectrique pour presque tous les corps rend cette conclusion bien incertaine.

FOUSSEREAU.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, tome XXX; septembre 1893.

B. BRUHNES. — *Étude expérimentale sur la réflexion cristalline interne*, p. 98.

O. CHWOLSON. — *Réponse à M. R. Savélieff*, p. 141.

Octobre 1893.

B. BRUHNES. — *Étude expérimentale sur la réflexion cristalline interne*, p. 145.

MARCEL BRILLOUIN. — *Déformation produite dans un milieu isotrope indéfini par le déplacement d'une sphère solide*, p. 245.

BERTHELOT. — *Sur quelques alliages métalliques connus au moyen âge*, p. 285.

TABLE DES MATIÈRES.

OCTOBRE 1893.

19303 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME II. — NOVEMBRE 1893.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

11, RUE RATAUD, 11.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Par application de la loi du 7 avril 1879, tous les bureaux de poste de France, d'Algérie, de Belgique, de Danemark, de Hollande, d'Italie, de Norvège, de Portugal, de Suède et de Suisse sont autorisés à recevoir les abonnements. Nos lecteurs n'ont qu'à verser la somme de 15 francs au nom de M. Ch. Brisse, *Administrateur du Journal*, rue Vauquelin, n° 18, à Paris. Ils n'ont ni lettre ni mandat à envoyer, ni aucuns frais supplémentaires.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les vingt premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, se vendent séparément .... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale .... 15 fr.
Autres pays .... 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

RÉFLEXION CRISTALLINE INTERNE (1);

PAR M. BERNARD BRUNHES.

1. Je me suis proposé l'étude expérimentale des différences de phase produites par la réflexion à la surface interne d'un milieu anisotrope. On sait qu'un rayon lumineux qui chemine dans un cristal donne lieu, en général, quand il arrive sur une surface limite, à un rayon réfracté et à deux rayons réfléchis. Dans le cas particulier où la réflexion est totale, le rayon réfracté disparaît : y a-t-il alors une différence de phase produite par la réflexion entre les deux rayons réfléchis?

La solution du problème expérimental n'est pas sans présenter quelques complications. A la différence de phase introduite par la réflexion, s'ajoute celle qui est due à la différence des chemins parcourus par les deux rayons réfléchis avant leur sortie du cristal.

Pour que les deux rayons émergents soient parallèles et puissent être amenés à interférer, il faut donner au cristal la forme d'une lame à faces parallèles. Mais on doit éliminer la lumière réfléchie à la face d'entrée, d'où la nécessité de baigner cette face d'entrée par un liquide d'indice voisin de l'indice du cristal; on doit pouvoir comparer la réflexion interne sur différents milieux, d'où la nécessité de ménager, derrière les lames, des compartiments étanches qu'on puisse remplir de liquides variables.

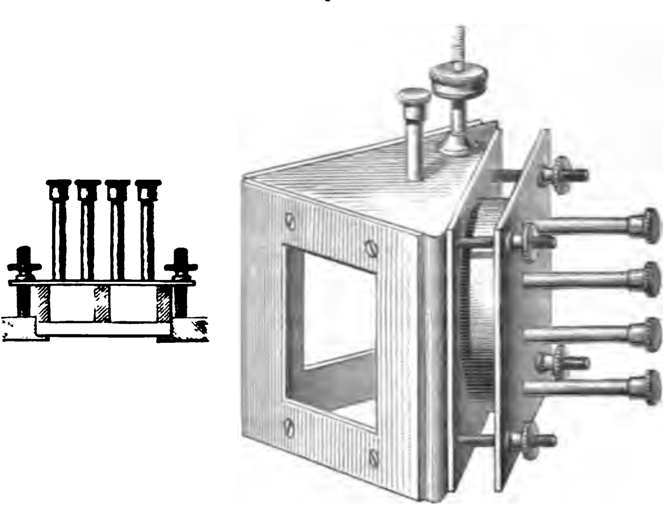
2. L'appareil employé a été un prisme à liquide, rectangle et isoscèle, qui a été construit par M. Pellin (*fig.* 1). La face hypoténuse sera formée par la lame cristalline qu'on veut étudier, en général une lame de quartz; les deux autres sont des glaces de verre. On remplit le prisme d'un mélange de sulfure de carbone et de benzine, dont la réfringence et la dispersion ont été étudiées comme on va le voir : l'indice moyen de ce mélange pour la région la plus lumineuse du spectre est voisin de l'indice ordinaire du quartz.

---

(1) Résumé d'un Mémoire plus étendu publié dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XXX, p. 98 et 145.

La lame cristalline a une forme circulaire, elle appuie sur un rebord intérieur qui avance de 5^{mm}, tout autour d'une ouverture circulaire de 40^{mm} de diamètre ménagée dans la face hypoténuse du prisme. Cette forme a été adoptée afin de pouvoir changer, d'une expérience à l'autre, l'orientation cristallographique de la

Fig. 1.



lame par rapport au plan d'incidence. La lame est toujours moins épaisse que la paroi : au-dessus l'on pose une petite couronne cylindrique qui entre exactement dans le trou circulaire; une cloison diamétrale la divise en deux; au-dessus de la cloison, s'applique une plaque métallique rectangulaire ayant, aux quatre coins, quatre trous dans lesquels on engage quatre petites tiges filetées implantées sur la face hypoténuse du prisme; quatre petits écrous qu'on visse au-dessus de ce couvercle métallique le maintiennent fortement serré et avec lui la pièce en forme de couronne et le cristal. Pour pouvoir pénétrer dans les deux compartiments ainsi ménagés derrière la lame, on a implanté sur le couvercle métallique quatre petites cheminées fermées par des bouchons-écrous, débouchant deux de chaque côté de la cloison diamétrale de la couronne cylindrique. La base supérieure du prisme, dont les arêtes sont disposées verticalement durant l'expérience, est surmontée aussi d'une petite cheminée à bouchon, permettant le

remplissage du compartiment central. Un autre orifice plus large permet l'introduction d'un thermomètre qui donne la température intérieure.

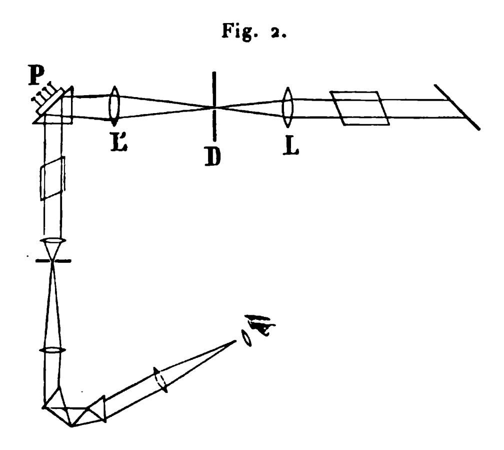
La lame cristalline, la couronne et le couvercle sont collés à la gomme. L'expérience achevée, on dévisse les écrous, on vide de tout liquide, et l'on met le tout dans l'eau chaude jusqu'à décollage complet des diverses pièces distinctes.

Le prisme permet d'étudier la réflexion interne sous l'incidence de 45° : il suffit de faire tomber le faisceau incident normalement à l'une des faces latérales; avec le quartz, il y a pour l'incidence de 45° réflexion totale sur l'air; on étudiera la réflexion sous une incidence différente en changeant l'inclinaison du faisceau incident sur la face d'entrée.

3. Voici la disposition générale de l'appareil.

Les rayons solaires, renvoyés par un héliostat, tombent sur une lentille achromatique L (*fig.* 2) de 25^{cm} de foyer : dans le plan

Fig. 2.



focal de cette lentille on a un cercle lumineux, image du Soleil. Dans ce plan, on dispose un écran mobile D, présentant une série graduée de trous circulaires de divers diamètres. Le plus étroit n'a que 0^{mm},40. Une seconde lentille L', également achromatique, est destinée à rendre parallèle le faisceau divergent issu du petit trou. Sa distance focale est de 33^{cm}. Les rayons lumineux rencontrent alors le prisme à liquide P, et sont renvoyés à angle

droit sur le spectroscope. Un gros prisme de Foucault est installé sur le trajet des rayons incidents, avant la lentille L; et un nicol analyseur, entre le prisme P et le spectroscope.

Le spectroscope est à trois prismes de flint de 53° d'angle. Il donne une dispersion de 6° de la raie B à la raie G. La fente du collimateur a ses deux bords mobiles en même temps : ils se déplacent en sens inverse quand on l'ouvre ou qu'on la ferme, de telle sorte que le milieu reste immobile. L'oculaire de la lunette donne un grossissement égal à 4 environ.

On a une bonne dispersion et un grossissement pas trop fort, ce qui est la condition qui donne de l'exactitude au pointé des franges. Dans le cas de la réflexion totale, j'obtiens aisément des franges dans lesquelles la ligne noire n'excède pas le $\frac{1}{10}$ de la largeur de la frange entière ; et ce rapport est, comme on sait, ce qui donne la mesure de la précision du pointé.

J'ai toujours eu recours à l'oculaire micrométrique. Je trouve qu'en donnant aux deux fils verticaux un écartement tel qu'ils comprennent la ligne noire en laissant de chaque côté un imperceptible liséré lumineux, on arrive à pointer avec plus d'exactitude qu'avec un fil unique bissectant la bande noire.

Pour comparer les spectres cannelés provenant de la réflexion sur les deux compartiments ménagés derrière la lame, je repère successivement la position de quelques franges consécutives dans l'un et l'autre spectre. C'est le procédé indiqué par M. Macé de Lépinay (¹) pour étudier des différences de phase dans le cas général; ici il s'applique de lui-même, le cristal qui produit les franges n'étant autre que la lame même.

Une difficulté se présente. Un spectre cannelé obtenu par réflexion totale et un autre obtenu par réflexion partielle n'auront pas le même éclat. La netteté des bandes dépend d'ailleurs non seulement de la quantité totale de lumière du spectre, mais aussi de l'angle des azimuts d'extinction qui les rendent le plus noires possible. Cet angle n'est pas le même pour les deux spectres. Or, pour faire un pointé qui soit bon, il est indispensable de ramener la bande noire à occuper la même largeur; on y parvient en atté-

(¹) Macé de Lépinay, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. IV, p. 261.

nuant l'éclat du spectre qui donne les bandes les plus déliées. On a une série de verres colorés, et avec un peu d'habitude on arrive à trouver tout de suite un verre ou une combinaison de verres qui, placés entre l'œil et l'oculaire, ramènent la bande noire dans le spectre le plus lumineux à avoir rigoureusement le même aspect entre les deux fils verticaux du réticule micrométrique que la bande voisine du spectre le moins brillant. On peut, sans changer l'écartement des fils du réticule, pointer trois ou quatre franges consécutives dans une région donnée du spectre et les franges de l'autre spectre qui viennent s'intercaler entre celles-là. J'arrive ainsi à pointer les franges avec une incertitude qui ne dépasse pas en général $\frac{1}{200}$ de la distance de deux franges dans le même spectre.

Les lectures se font sur un tambour divisé adapté à la vis de rappel de la lunette. Ce tambour est divisé en 50 parties : on peut apprécier au jugé le $\frac{1}{10}$ de division. Un tour de tambour correspond en moyenne à un angle de 10′. Dans la plupart de mes mesures, deux franges consécutives étaient à une distance atteignant au moins deux tours complets du tambour. Dans ces conditions, l'erreur de lecture est notablement inférieure à l'erreur de pointé.

Comment examiner successivement les deux spectres provenant des réflexions sur les deux compartiments? La plate-forme sur laquelle repose le prisme à liquide, et qui est munie de trois vis de réglage, est portée par une colonne à crémaillère, et peut s'élever ou s'abaisser à l'aide d'un bouton. Je commence par m'assurer dans chaque cas, en laissant un même milieu, liquide ou air, dans les deux compartiments, que ce mouvement vertical n'entraîne aucun déplacement des bandes.

4. La plupart des mesures ont porté sur des lames de quartz. Le liquide employé dans le prisme a été un mélange d'un volume de sulfure de carbone pour deux volumes de benzine, mesurés à une température voisine de 15°. Pour étudier son indice, ou plutôt, son indice par rapport au quartz, on en remplit une petite cuve carrée à glaces parallèles, que l'on place sur la plate-forme du goniomètre Brunner, et dans laquelle on plonge un prisme de quartz : on a réalisé ainsi un spectroscope à vision directe, et l'on a facilement l'indice du quartz par rapport au liquide pour une radiation

quelconque. Un thermomètre plongeant dans le liquide indique la température. J'ai obtenu, pour les indices du liquide par les raies C, D, b et F, les valeurs

$$n_C = 1,5279 - (t - 22)0,00075,$$
$$n_D = 1,5338 - (t - 22)0,00076,$$
$$n_b = 1,5439 - (t - 22)0,00078,$$
$$n_F = 1,5500 - (t - 22)0,00080.$$

Il sera aisé d'en conclure dans chaque cas, quand on connaîtra la température, la valeur exacte de l'incidence intérieure du rayon ordinaire dans la lame de quartz.

5. Le faisceau qui entre dans la lame cristalline doit être polarisé dans un azimut uniradial : sans cette précaution l'on aurait deux rayons arrivant sur la face intérieure du cristal avec un retard l'un sur l'autre; chacun d'eux donnerait deux rayons réfléchis, et l'on aurait finalement un résultat complexe dépendant non seulement des changements de phase par réflexion, mais aussi des rapports des amplitudes entre les deux vibrations réfléchies provenant d'une même incidente.

La simple inspection des franges spectrales fournit immédiatement un procédé de réglage approximatif. Quand le polariseur est dans un azimut uniradial, nous avons au spectroscope les phénomènes que présente une lame cristallisée unique entre deux nicols : en tournant l'analyseur, on ne déplace pas les franges, on en change seulement l'éclat; et, pour deux positions différentes de l'analyseur (qui ne sont pas rectangulaires en général), on a des franges complémentaires. Pour un autre azimut du polariseur, les franges, au contraire, se déplacent par une rotation de l'analyseur : elles sont, d'ailleurs, en nombre double, on a deux systèmes qui n'ont pas leur maximum d'éclat en même temps; le phénomène est celui que présentent deux lames superposées, dont les sections principales font un angle quelconque, placées derrière un polariseur faisant avec la section principale de la première un angle quelconque. On trouve ainsi que, pour deux positions sensiblement rectangulaires du polariseur, on a le phénomène simple des franges fixes.

Mais, si à partir d'une de ces positions du polariseur on le

tourne de 2° ou 3°, l'analyseur étant réglé pour donner des franges bien noires, on voit ces franges se déplacer vers le rouge ou vers le violet, suivant le sens de rotation. Si l'on tourne l'analyseur, ces franges restent fixes, ne faisant que s'atténuer, ou faire place à un système complémentaire.

La comparaison des deux systèmes complémentaires de franges noires va nous donner le moyen de savoir si le réglage est bien fait.

Étudions le spectre produit en plaçant entre deux nicols une lame quelconque, traversée normalement par la lumière. Pour prendre un exemple, je donne les nombres relatifs à la détermination de l'épaisseur optique d'une des lames de quartz que j'ai employées, et que j'appellerai la lame I.

La lame ayant sa section principale à 45° environ de celle de l'analyseur, j'orienterai le polariseur successivement dans les deux azimuts qui donnent des franges noires, et je repérerai ces franges au fur et à mesure. Les nombres de la première colonne indiquent les *nombres de tours* de la vis micrométrique dont le tambour est divisé en 50 parties, les nombres de la seconde colonne sont les *cinquantièmes de tour*. Les Δ_1 sont les distances de deux bandes consécutives évaluées encore en cinquantièmes de tour de la vis (*voir* p. 493).

				Δ_1.	Δ_2.
Raie D_2		21.	26,4		
Bande : nicols	+	22.	6,8		
»	=	23.	4,9	48,1	—0,8
»	+	24.	3,2	47,3	+1,4
»	=	25.	1,9	48,7	+0,6
»	+	26.	1,4	49,3	+1,5
»	=	27.	2,2	50,8	+2,1
»	+	28.	5,1	52,9	+0,4
»	=	29.	8,4	53,3	+1,1
»	+	30.	12,8	54,4	+0,9
»	=	31.	18,5	55,3	+1,5
»	+	32.	25,3	56,8	+1,4
»	=	33.	33,5	58,2	+1,3
»	+	34.	43,0	59,5	+1,1
»	=	36.	3,6	60,5	
Raie =		37.	2,2		+1,9
Bande : nicols	+	37.	15,1	62,5	+1,1
»	=	38.	26,7	63,6	

On voit que les bandes sont *espacées régulièrement,* c'est-à-dire que les différences Δ_1 qui représentent les distances angulaires de deux bandes consécutives varient d'une façon régulière, sans qu'il y ait aucune prédominance des valeurs paires sur les valeurs impaires. Les différences secondes Δ_2 sont sensiblement égales entre elles.

Au contraire, voici ce que donne l'examen du spectre obtenu avec la lame I collée dans la cuve sous un angle de 31°15′ (réflexion sur l'air). Cette lame I est parallèle, à très peu près, à l'axe optique, *et ce qui va suivre s'applique seulement aux lames sensiblement parallèles à l'axe.*

Le polariseur est à + 161° (¹).

L'analyseur sera placé successivement dans les azimuts 80° et 132° (positions **1** et **2**).

			Δ_1.	Δ_2.
1	1	11,0	52,4	
2	2	13,4	48,7	−3,7
1	3	12,1	54,7	+6,0
2	4	17,0	50,4	−4,3
1	5	17,4	57,0	+6,6
2	6	24,4	52,8	−4,2
1	7	27,2		+6,0
Raie D_2......	7	31,1	58,8	
2	8	36,0	55,4	−3,4
1	9	41,4	61,7	+6,3
2	11	3,1	57,1	−4,6
1	12	10,2	63,8	+6,7
2	13	24,0	60,1	−3,7
1	14	34,1	66,3	+6,2
2	16	0,4	62,3	−4,0
1	17	12,7	70,4	+8,1
2	18	33,1	65,9	−4,5
1	19	49,0	73,0	+7,1
2	21	22,0	69,6	−3,4
1	22	41,6	77,2	+7,8
2	24	18,8	74,8	−2,4
1	25	43,6		

(¹) Les nicols que j'ai employés étaient montés dans des bonnettes portant une graduation en degrés soit de 0° à 360°, soit de 0° à 180° et ensuite de 180° à 0°. N'ayant pas à mesurer des azimuts, je ne me suis pas préoccupé de rapporter les indications des graduations à ce qu'elles seraient si la section principale était dans le plan d'incidence quand on est au zéro : l'*origine* à laquelle sont rapportées les indications d'azimuts est donc arbitraire.

On voit qu'il y a prédominance évidente des différences paires sur les différences impaires. Une bande du système 1 est trop rapprochée de la bande 2 qui la précède du côté du rouge et trop éloignée de la bande 2 qui la suit du côté du bleu. Je change l'azimut de polarisation de quelques degrés. Je fais A = 167°.

On obtient pour les mêmes franges :

			Δ_1.	Δ_2.	x.
1..........	1	15,7			
			44,7		
2..........	2	10,4		+10,3	+0,3
			55,0		
1..........	3	16,0		− 8,1	+2,0
			46,9		
2..........	4	12,9		+12,6	+0,5
			59,3		
1..........	5	22,0		−12,4	+1,1
			46,7		
2.	6	18,7		+15,4	+1,3
			62,1		
1	7	31,8		−11,3	+1,2
			50,8		
2..........	8	32,6		+13,2	+1,3
			64,0		
1..........	9	46,6		−11,3	+1,5
			52,7		
2..........	10	49,3		+13,7	+0,6
			66,4		
1..........	12	15,7		−12,0	+1,4
			54,4		
2..........	13	20,1		+15,5	+1,8
			69,9		
1..........	14	40,0		−12,5	+0,9
			57,4		
2..........	15	47,4		+14,0	+1,1
			71,4		
1..........	17	18,8		− 9,8	+1,6
			61,6		
2..........	18	30,4		+10,3	−0,3
			72,9		
1..........	20	3,3		− 6,5	+2,4
			86,4		
2..........	21	19,7		+ 9,3	+0,4
			75,7		
1..........	22	45,4		− 5,6	+3,9
			69,9		
2..........	24	15,3		+ 9,4	+1,0
			79,3		
1........ .	25	44,6			

L'erreur est ici en sens inverse. Il y a donc une valeur intermédiaire de l'azimut de polarisation pour laquelle la succession serait *régulière*, et la différence seconde Δ_2 sensiblement constante. Si Δ_2' est la valeur de Δ_2 pour P = 161° et Δ_2'' la valeur de Δ_2 pour P = 167°, la valeur x de cet azimut est

$$x = \frac{m.161 + n.167}{m + n},$$

m et n étant définis par la condition de rendre sensiblement constante la différence

$$m\Delta_2' + n\Delta_2''.$$

On aperçoit aisément qu'ici la condition est à peu près réalisée

pour $m = 5$, $n = 2$. La suite des quantités

$$\frac{5\Delta'_2 + 2\Delta''_2}{7} = z$$

est indiquée dans la dernière colonne. Pour l'azimut 162° 43′, on aurait ainsi polarisation uniradiale du rayon incident.

Seulement la détermination de cet azimut exigerait une expérience préliminaire et un calcul assez longs. La remarque suivante permettra d'abréger l'expérience.

L'expérience prouve que pour une même rotation du polariseur au voisinage de l'azimut uniradial, *les bandes complémentaires voisines se déplacent de quantités égales en sens inverse.*

Je viserai donc trois franges successives occupant les positions α', β, β', par réflexion sur l'air. En passant d'un azimut à un autre, on les déplace de quantités $\Delta\alpha'$, $\Delta\beta$, $\Delta\beta'$; ces Δ varient d'une région à l'autre du spectre, mais assez lentement pour que la valeur absolue de $\Delta\beta$ puisse être considérée comme la moyenne entre celles de $\Delta\alpha'$ et de $\Delta\beta'$. $\Delta\beta$ est d'ailleurs de signe contraire. La moyenne

$$\frac{\frac{\Delta\alpha' + \Delta\beta'}{2} + \Delta\beta}{2}$$

est nulle.

Si nous avons, s'intercalant entre les franges de ce système, un autre système obtenu par réflexion sur l'alcool, je suppose, soient a', b, b' les positions de ces franges. On a de même

$$\frac{\frac{\Delta a' + \Delta b'}{2} + \Delta b}{2} = 0.$$

La quantité

$$M = \frac{\frac{(a' - \alpha') + (b' - \beta')}{2} + (b - \beta)}{2}$$

est donc constante, quel que soit l'azimut, pourvu qu'il soit voisin de l'azimut de polarisation, et cette quantité mesure la distance vraie de b à β dans le système qu'on obtiendrait avec une polarisation rigoureusement uniradiale.

Voici quelques nombres :

	P = 158°.	P = 163°.	P = 166°.
$a'-\alpha'$	32,4	35,9	38,1
$b-\beta$	39,4	36,4	34,6
$b'-\beta'$	34,7	37,3	38,7
M.............	35,5	36,5	36,6

6. Il importe de connaître l'orientation cristallographique de la lame par rapport au plan d'incidence. Je me borne au cas d'une lame uniaxe. Si elle est taillée obliquement à l'axe optique, il faudra commencer par déterminer cette obliquité; il suffit de la placer entre deux nicols croisés et en faisant tomber sur elle de la lumière normale; l'épaisseur d'une lame parallèle à l'axe qui donnerait les mêmes franges étant ε, et l'épaisseur de la lame mesurée au sphéromètre étant e, l'angle ψ de la normale à la lame avec l'axe est donné par

$$\sin^2\psi\left(1-\frac{3}{4}\frac{b^2-a^2}{b^2}\cos^2\psi\right)=\frac{\varepsilon}{e},$$

b et a étant les vitesses ordinaire et extraordinaire dans le cristal (1).

Il faut ensuite connaître l'angle de la section principale de la lame et du plan d'incidence, c'est-à-dire du plan contenant les deux normales à la lame et à la face latérale B du prisme à liquide par où entre la lumière.

La mesure se fera ainsi : Le couvercle et la couronne cylindrique enlevés, on placera le prisme de façon que la lame cristalline soit rencontrée à 45° par le faisceau incident : la seule différence avec l'expérience définitive est que le prisme présente ici la lame de cristal en avant. En outre, le prisme est vide de liquide. Une partie de la lumière arrivée sur la lame, sous l'incidence de 45°, se réfléchit à la face d'entrée. Une autre partie pénètre, se réfléchit à la face intérieure et ressort. Le polariseur est vertical, l'analyseur horizontal. On a un phénomène déterminé au spectroscope.

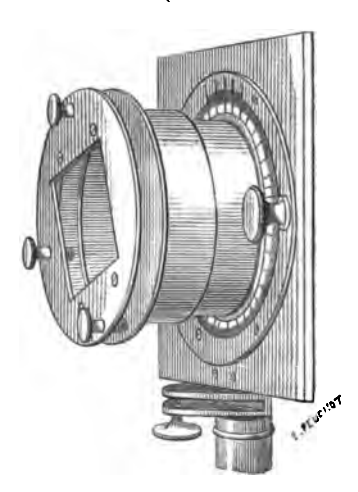
(1) La méthode est évidemment inapplicable dans le cas d'une lame *presque parallèle;* on aurait recours dans ce cas à un procédé spécial qui sera indiqué dans un prochain article.

Supposons que l'on puisse faire tourner tout le prisme de façon que la lame cristalline tourne simplement dans son plan. On la met d'abord dans une position telle que le faisceau incident qui la traverse aille ensuite rencontrer normalement la face B. Le plan des normales à la face B et à la lame coïncide alors avec le plan d'incidence. La section principale de la lame fait un angle θ avec ce plan.

Quel que soit l'aspect observé au spectroscope, cet aspect redeviendra le même quand on aura fait tourner la lame de 2θ, de façon à amener la section principale dans une position symétrique de la position précédente par rapport au plan d'incidence.

L'appareil qui sert à cette mesure (*fig.* 3) est un cercle divisé,

Fig. 3.



porté sur un pied vertical; ce cercle est divisé en 360 degrés et un vernier permet d'apprécier les deux minutes. En manœuvrant un bouton, on déplace, par rapport au vernier fixe, le cercle gradué qui tourne dans son plan, emportant une douille où l'on peut introduire une bonnette. Contre cette bonnette viendra s'appliquer un disque plan portant le prisme. C'est un disque circulaire percé au centre d'une large ouverture rectangulaire, autour de laquelle sont quatre petits trous correspondant à autant de trous de vis disposés sur la face hypoténuse du prisme. On visse ainsi

le disque contre le prisme, la lame cristalline étant en avant et à découvert.

Il faut que la lame reste bien dans le même plan pendant la durée de la rotation. Le disque plan qui s'applique contre la bonnette ne vient la toucher qu'en trois points. Trois vis à large tête et à longue tige traversent, en effet, le disque et viennent se visser en trois points sur le pourtour de la bonnette; entre celle-ci et le disque, est disposé un petit ressort à boudin entourant la tige de la vis et dont l'effet est d'écarter le disque dès qu'on dévisse. Le disque est fixé ainsi par l'intermédiaire de trois vis réglables, et on commence par ce réglage préliminaire, aisé à imaginer.

7. Les mesures ont porté sur une lame de quartz perpendiculaire à l'axe sur une série de lames de quartz parallèles à l'axe, sur une lame de quartz oblique, sur un spath parallèle, et sur une topaze.

Un résultat général, vrai pour les biaxes aussi bien que pour les uniaxes, est le suivant : si on passe d'un rayon incident intérieur au rayon incident conjugué, c'est-à-dire donnant les deux mêmes directions de rayons réfléchis, la différence de phase produite par la réflexion totale entre les deux vibrations réfléchies reste constante.

Le polariseur P (*fig.* 2) ayant été réglé dans un des deux azimuts de polarisation uniradiale, on a pour deux azimuts déterminés de l'analyseur, deux systèmes de franges noires complémentaires. Si l'on tourne le polariseur P de 90°, c'est-à-dire si l'on passe au second azimut de polarisation uniadiale, on obtient les mêmes systèmes de franges, aux mêmes places, pour deux azimuts de l'analyseur qui diffèrent en général des précédents. Ou plutôt, si l'on n'a pas réalisé exactement, par cette rotation de 90°, la polarisation uniradiale, les franges se trouvent légèrement déplacées, mais les franges des deux systèmes complémentaires sont déplacées en sens inverse, et de quantités rigoureusement égales.

Dans la réflexion métallique, au contraire, cette égalité ne subsiste plus.

Les deux systèmes de franges complémentaires sont déplacées dans le même sens et d'une quantité qui peut être très notable quand on tourne de 90° le polariseur, réglé dans un azimut unira-

dial. L'expérience de comparaison a été faite en mettant du mercure dans un des compartiments derrière la lame cristalline et laissant de l'air dans l'autre. Voici les nombres obtenus avec la lame I, collée de manière que la section principale fasse avec le plan d'incidence un angle de 38°15′.

P = 162°.				P = −107°.			
Air.		Mercure.		Air.		Mercure.	
11.48,6 14.13,2	12.49,5	12.8,9 14.22.3	13.9,2	11.48,9 14.12,9	12,49	12.0 14.13,1	13.1,7

On peut rendre compte de ce résultat en partant de la théorie générale de la réflexion cristalline. On a pris pour point de départ de tous les calculs la relation de Mac Cullagh généralisée par M. Potier, et les quatre équations de continuité à la surface sous la forme que leur a donnée M. Potier ([1]).

8. La double réflexion est le cas général. Mais il y a réflexion simple dans certains cas particuliers. Avec une lame uniaxe perpendiculaire à l'axe, le rayon ordinaire incident ne donne qu'un rayon ordinaire réfléchi, et de même le rayon extraordinaire ne donne qu'un extraordinaire. Dans ce cas, si l'on polarisait le faisceau incident dans l'un des azimuts uniradiaux on aurait toujours un spectre continu sans franges. En polarisant dans un azimut quelconque, on a un spectre cannelé. Tant que la réflexion est partielle, les franges du spectre occupent toujours la même place, quel que soit le milieu qui baigne la surface réfléchissante; ou bien elles forment un système de franges complémentaires. Les spectres cannelés obtenus par réflexion sur deux liquides différents sont concordants ou alternés suivant que l'incidence est comprise entre les incidences de polarisation sur les deux liquides, ou extérieure à ces incidences.

Avec une lame uniaxe parallèle, fixe par rapport au plan d'incidence, il existe une valeur de l'incidence et une seule, telle qu'un des deux rayons incidents donne un réfléchi unique. Il donne toujours dans ce cas un réfléchi d'espèce différente, le rayon or-

([1]) *Journ. de Phys.*, 2e série, t. X, p. 349.

dinaire donne un extraordinaire. Cette incidence singulière de réflexion uniradiale est comprise entre l'incidence de polarisation et l'angle limite. L'autre rayon incident continue d'ailleurs à donner deux rayons réfléchis. D'un côté de cette incidence singulière, les spectres correspondant aux deux azimuts uniradiaux sont concordants; de l'autre côté, ils sont alternés.

Le passage par l'*incidence de polarisation* ne présente, au contraire, rien de particulier. Ce qui caractérise cette incidence, c'est que les deux polarisations uniradiales donnent lieu exactement aux mêmes spectres. Le polariseur étant réglé à l'un des azimuts uniradiaux, on tourne l'analyseur de façon à avoir des bandes noires; si l'on est à l'incidence de polarisation, l'analyseur ainsi réglé reste réglé quand on amène le polariseur à l'autre azimut uniradial. Il reste encore réglé, et l'on a toujours des bandes noires si l'on donne au polariseur une orientation quelconque, et même si on le supprime et si on laisse tomber sur le cristal de la lumière naturelle.

Pour l'incidence de polarisation, on a donc, comme dans la réflexion entre milieux isotropes, la propriété d'obtenir de la lumière totalement polarisée en partant de la lumière naturelle. Mais on n'a plus, en traversant cette incidence, une variation brusque de phase pour un des rayons réfléchis. Ce phénomène se produit pour une autre incidence, variable avec l'orientation cristallographique, l'*incidence singulière de réflexion uniradiale*. C'est en la traversant qu'on aurait un phénomène analogue à celui que présente le passage par l'incidence principale.

9. Lorsqu'il y a réflexion partielle sur deux milieux différents, les spectres ont leurs bandes coïncidentes ou exactement complémentaires. La théorie indique entre les deux vibrations réfléchies une différence de phase égale à 0° ou à 180°. Pour avoir la différence de phase introduite par la réflexion totale, il suffira donc d'étudier le déplacement relatif d'un spectre cannelé obtenu par réflexion partielle sur l'alcool.

Aux valeurs mesurées des différences de phase on a comparé les valeurs déduites dans chaque cas des équations de la réflexion cristalline. Une même lame a pu servir à plusieurs mesures, en la collant dans divers azimuts : l'angle θ désigne toujours l'angle du

plan d'incidence et de la section principale de la lame. Les différences de phase δ sont évaluées en nombres

Lames étudiées.	θ.	Radiation étudiée.	δ observé.	δ calculé.
Quartz parallèle I.....	28°,46′	C	0,346	0,342
»	»	D	0,341	0,340
»	»	»	0,338	»
»	»	»	0,342	»
»	»	F	0,337	0,334
»	15.47	D	0,433	0,484
»	»	F	0,426	0,430
»	31,15	C	0,311	0,315
»	»	D	0,317	0,312
»	»	F	0,307	0,306
»	44,50	D	0,142	0,143
»	»	F	0,140	0,142
Quartz parallèle II....	53,18	b_1	0,092	0,096
»	»	F	0,093	0,097
Quartz parallèle III....	68,50	C	0,063	0,066
» ...	»	D	0,062	0,067
» ...	»	F	0,063	0,071
Spath parallèle	22,48	D	0,408	0,404
»	»	b_1	0,400	0,400
Quartz oblique	41,11	D	0,087	0,091
$\psi = 51°45'$...........	»	F	0,089	0,094

PHOTOMÈTRE A ÉCRAN BUNSEN A TROIS TACHES;

PAR M. N.-A. HESEHUS.

On donne plus de sensibilité au photomètre Bunsen en inclinant l'écran par rapport à la ligne qui joint les deux sources de lumière et en y faisant trois taches grasses au lieu d'une. L'égalité d'éclairement s'apprécie en réglant l'appareil de façon que la tache centrale disparaisse complètement et que les deux taches latérales apparaissent l'une en clair, l'autre en sombre.

L'*espace mort,* c'est-à-dire l'espace dans lequel on peut déplacer l'écran sans apercevoir de changement d'aspect apparent a été réduit de 11,4 pour 100 à 7 pour 100 quand on a substitué l'écran

à trois taches à l'écran à une tache, lorsque l'expérience a été faite par M. N.-P. Kolomitcheff, qui a une mauvaise vue, et de 16,6 pour 100 à 0,7 pour 100 quand l'expérience a été faite par M. Hesehus.

L'écran est disposé à 45° dans l'axe d'un tube de laiton; à l'un des bouts est une lampe-étalon qu'on peut déplacer à l'aide d'une crémaillère; à l'autre bout, une glace à 45° renvoyant la lumière de la source à étudier; on peut en particulier étudier très aisément la lumière du jour. Un petit tube implanté perpendiculairement au premier permet l'observation de l'écran.

SUR LA FORMATION DES GRÊLONS;

PAR M. N. HESEHUS.

(EXTRAIT.)

En étudiant des dessins de grêlons annexés à la *Revue météorologique* pour 1890-1891, publiée par M. Klossowski, nous fixâmes involontairement notre attention sur certaines formes coniques et sphériques avec saillies; ces formes, il y a plusieurs années, nous réussîmes à les reproduire artificiellement. Nous nous sommes intéressés jadis à confirmer, par une expérience, cette simple conclusion relativement à l'aspect des gouttes d'eau congelées que, « s'il se formait une cavité sur une goutte de stéarine quand elle se fige, il devait se former une saillie dans certaines conditions de congélation d'une goutte d'eau, car l'eau possède la propriété de se dilater en se solidifiant ».

Pour faire ces expériences, on exposait à la gelée des gouttes d'eau placées sur des verres de montre couverts de suif ou de lycopode en poudre. Dans peu de temps on pouvait remarquer sur chaque goutte une saillie dont la grandeur et l'aspect dépendaient des dimensions de la goutte et de sa vitesse de congélation. Cette saillie apparaissait subitement comme en déchirant l'enveloppe extérieure congelée plus tôt. Parfois les gouttes prenaient en se congelant la forme de cônes réguliers.

L'intérêt éveillé par la variété des formes de grêlons, repré-

sentées sur le Tableau cité plus haut, nous a fait faire récemment. avec le concours de M. Terechine, une nouvelle série d'expériences dans l'espoir de reproduire quelques nouvelles formes de gouttes solidifiées outre celles que nous avions obtenues jadis. Pour obtenir le plus de résultats possible dans un temps relativement court et pour les conserver en vue d'autres travaux, l'idée nous vint de remplacer l'eau par l'antimoine, possédant, aussi bien que ce liquide, la propriété de se dilater en se solidifiant.

On faisait fondre l'antimoine dans des cuillères en fer et puis on le plongeait dans l'eau; là il se solidifiait très vite et prenait différentes formes selon la façon dont on le faisait plonger dans l'eau. Exposées à l'air, les gouttes d'antimoine se solidifiaient d'une façon égale et lente, gardant pour la plupart leur aspect extérieur. Quelques gouttes se solidifiaient dans l'eau sans quitter la cuillère, d'autres pendant qu'elles coulaient au fond d'un vase assez haut.

Sur la surface supérieure de presque toutes ces gouttes figées et surtout sur les bords, on pouvait remarquer des raies concentriques; sur quelques-unes d'entre elles, on put voir à l'aide d'un microscope des raies radiales; sur d'autres, une surface à structure granulée. Quelques-uns des grêlons naturels présentent une remarquable analogie avec ces grêlons artificiels d'antimoine.

Les conditions dans lesquelles les un set les autres se sont formés doivent sans doute être les mêmes. Quand une goutte se refroidit assez lentement et également partout, elle garde en se solidifiant sa forme de sphère ou d'ellipsoïde de révolution; mais, quand elle se refroidit vite et que toutes ses parties ne se solidifient pas également, il se forme une croûte d'inégale épaisseur, qui se rompt dans ses parties les moins épaisses; il se forme alors des saillies de différents aspects, coniques, cylindriques ou quelquefois cristallines.

Des observations directes prouvent que pendant la formation de la grêle les conditions indispensables à nos explications peuvent effectivement se réaliser, c'est-à-dire qu'il peut se produire une congélation successive qui forme simultanément, à un moment donné, une enveloppe solide sur un noyau liquide. Ainsi, M. Pchichichowski, après sa description dans la *Revue météorologique* des formes de grêlons observés par lui, ajoute : « Ce qui est le plus remarquable, c'est que plusieurs grêlons fendus avec un

couteau représentaient dans les deux parties des cavités remplies d'eau. On ne peut pas supposer que pendant l'opération le noyau ait disparu sans qu'on y prît garde; du reste, la quantité d'eau dans les cavités s'oppose tout à fait à cette hypothèse ».

Des observations nouvelles, faites en 1891 dans le sud-ouest de la Russie confirment parfaitement cette manière de voir. On a trouvé de nouveaux grêlons au centre desquels était de l'eau non gelée. On a trouvé dans quelques-uns des cavités en forme d'entonnoir atteignant parfois l'espace occupé par l'eau : pendant la solidification, la masse liquide, déchirant l'enveloppe solide déjà durcie, a pu produire une crevasse ou un canal à travers cette croûte solide et s'écouler à l'extérieur.

Alfred M. Mayer. — Studies of the phenomena of simultaneous contrast-color; and a photometer for measuring the intensities of lights of different colors (Études sur les phénomènes de contraste simultané des couleurs; et photomètre pour la mesure des intensités de lumières de différentes couleurs); *American Journal*, t. XLVI; 1893.

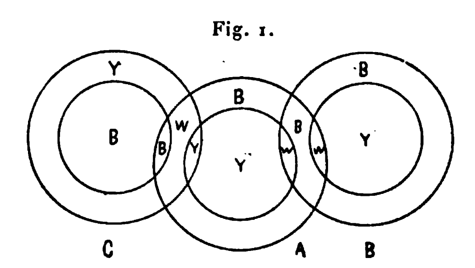
L'expérience capitale consiste à mettre en évidence la différence de teinte entre deux lumières données, par exemple, la lumière du jour et la lumière d'une lampe à pétrole.

On découpe dans un disque de carton blanc de 22^{cm} de diamètre une ouverture centrale de 12^{cm}. Entre deux couronnes de carton ainsi obtenues, on place un disque de papier blanc translucide de 35^{cm} de diamètre. L'écran ainsi constitué est placé entre une lampe à pétrole et une fenêtre ouverte. On s'arrange pour que chaque face de l'écran ne soit éclairée que par l'une des deux lumières. Si l'on place l'écran au point où devrait être mis le disque à tache d'huile du photomètre Bunsen pour obtenir l'égalité d'éclairement, on voit que, du côté qui regarde la lampe, l'anneau de carton paraît jaune orangé, le disque translucide sur lequel il se détache étant bleu et, du côté de la fenêtre, on a l'aspect inverse.

L'expérience suivante permet de vérifier que les couleurs d'une même partie de l'écran sur ses faces opposées sont complémentaires et que les couleurs des parties voisines d'un même côté sont complémentaires aussi. A côté de la lampe à pétrole on dispose

un miroir d'argent, l'œil placé entre l'écran et la fenêtre verra à la fois la face tournée vers la fenêtre et l'image dans le miroir de la face tournée vers l'écran. En observant avec un analyseur biréfringent, il pourra dédoubler chacune de ces deux images; en tournant le spath, on pourra obtenir l'aspect suivant (*fig.* 1).

Fig. 1.



A et B sont les deux images de la face de l'écran qui regarde la fenêtre, C l'une des deux images qui regarde la lampe, vue par réflexion dans le miroir.

La figure se comprend d'elle-même ([1]).

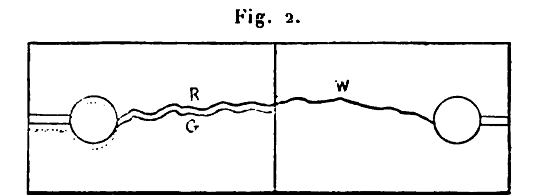
L'auteur a appliqué cet appareil, un peu modifié, à des mesures photométriques. En découpant dans un disque de carton opaque des secteurs et en recouvrant le disque d'une feuille de papier translucide, on aura dans l'expérience précédente une suite de secteurs teints de nuances complémentaires. En faisant tourner ce disque très vite, on obtient une couleur résultante qui est du blanc grisâtre si les secteurs pleins et les secteurs vides sont en proportion convenable. Pour vérifier que l'on obtient bien du blanc incolore, on a soin de peindre sur un cercle pris au centre du disque tournant des secteurs avec des couleurs connues, les rapports des surfaces étant choisis de manière à donner du blanc par rotation rapide. Ce disque tournant remplacera l'écran du photomètre Bunsen. On a ainsi, avec deux sources de couleurs différentes, des surfaces éclairées ayant la même teinte, et la comparaison est possible. Dans une série de mesures d'intensité d'une lampe Welsbach, l'écart, à la moyenne, pour 60 mesures, a été en

([1]) Les régions blanches, obtenues par superposition de couleurs complémentaires, sont marquées W (white), les régions bleues B, et les régions jaunes Y (yellow).

moyenne 1,49 pour 100, en se servant du disque photométrique tournant; il a été de 5,22 pour 100 avec le photomètre Bunsen.

M. Mayer s'est proposé de chercher une limite du temps nécessaire pour la perception du contraste simultané des couleurs. On a soutenu, en effet, que le contraste simultané provenait d'une erreur de jugement; quand on recouvre d'un papier translucide un carton rouge sur lequel on a placé un petit cercle blanc, si le cercle apparaît coloré en vert, c'est que, d'après certains auteurs, tels que von Bezold, l'esprit « divise entre les deux régions colorées la différence de couleur qui existe réellement entre elles ». M. Mayer prétend montrer que la perception du contraste simultané est immédiate, qu'il ne saurait admettre une première perception d'une différence de couleur, laquelle serait suivie d'un jugement et seulement ensuite de la perception des couleurs complémentaires. L'expérience suivante, à quelque discussion qu'elle donne lieu, est intéressante. En regard d'une glace argentée dans une chambre noire, on fait éclater une longue étincelle d'une machine de Holtz. Sur la glace qui a 4^{cm} de large sur 12^{cm} de long, on place un verre vert de 4^{cm} sur 6^{cm}, qui en couvre exactement une des moitiés. Au moment où l'étincelle éclate, on la voit par réflexion dans la glace sur le miroir d'argent; la ligne lumineuse dessinée par la décharge est blanche (W, *fig.* 2). La

Fig. 2.



continuation de cette ligne sur la surface recouverte du verre vert apparaît en rouge (R) bien qu'elle soit blanche en réalité. En avant de cette ligne et parallèlement à elle, on voit une ligne verte (G) produite par la lumière réfléchie à la surface de l'argent et qui a traversé deux épaisseurs de verre vert. La durée de la décharge est certainement inférieure à $\frac{1}{1000000}$ de seconde. Ce temps suffit pour qu'on voie, colorée en rouge, une ligne lumineuse blanche uniquement dans la région où elle est voisine d'une ligne verte.

Citons une autre expérience, faite encore avec l'éclairement instantané donné par une étincelle de machine de Holtz. On plaçait un anneau gris sur un disque bleu d'outremer devant la machine, et l'on demandait à un observateur ayant pleine confiance dans la sincérité de l'expérimentateur, de décrire aussi minutieusement que possible la nuance exacte de rose ou de rouge qu'il verrait sur un fond vert au moment de la décharge. Chacun des observateurs a répondu : « ce n'est pas du rose, c'est du jaune qui apparaît sur un fond bleu ». Par le mensonge, excusable en ces matières, de l'expérimentateur, l'observateur était préparé à voir rouge ou vert. Ce n'est pas ce qu'il voit; il voit du jaune sur du bleu, là où il y a du blanc. Cette expérience suffit à renverser l'explication qui attribue la perception du jaune à un jugement inconscient par lequel on se serait dit qu'on ne *doit* voir que du jaune. B. Brunhes.

A. BATTELLI. — Sulle isobare dei vapori (Sur les isobares des vapeurs); *Atti della R. Accad. dei Lincei*, t. II[s], p. 171-179; 1893.

A l'aide des données récentes fournies par M. Amagat sur l'acide carbonique, M. Battelli a eu l'idée de construire, pour cette substance, un certain nombre de lignes d'égale pression ou *isobares*, au sujet desquelles il présente les remarques suivantes :

Toutes les isobares qui correspondent à des pressions inférieures à 70^{atm} commencent par une partie rectiligne légèrement inclinée sur l'axe des abscisses (axe des températures), puis présentent une partie verticale et enfin prennent l'allure d'une courbe tournant sa concavité vers l'axe des abscisses, cette courbe tendant, à mesure que la température s'élève, à se convertir en une ligne sensiblement droite.

La première partie rectiligne correspond à l'état liquide, la partie verticale représente le passage de l'état liquide à l'état de vapeur, enfin la courbe qui suit est relative à l'état gazeux.

Vers la pression de 72^{atm} la partie verticale commence à disparaître et est remplacée par une courbe à inflexion, qui, à mesure que la pression s'élève, s'incline de plus en plus vers l'axe des abscisses. Aux pressions considérables de 400^{atm}, 500^{atm}, etc., les

parties extrêmes des isobares tendent de plus en plus à égaliser leurs inclinaisons et finalement ces lignes offrent l'aspect de courbes ne présentant plus qu'un point de très faible inflexion.

Si l'on joint, d'une part, les extrémités supérieures des parties rectilignes des isobares de la première catégorie et, d'autre part, les points d'inflexion des isobares de la seconde catégorie, on obtient deux courbes régulières qui se raccordent assez bien l'une avec l'autre.

Si la substance considérée à l'état gazeux suivait la loi de Gay-Lussac, les isobares relatives à cet état devraient être rectilignes. D'un seul coup d'œil, le diagramme montre que la loi réelle s'écarte de cette simplicité théorique, et l'on peut très facilement en déduire les lois auxquelles l'auteur a été conduit, dans son étude sur les propriétés thermiques des vapeurs, touchant le coefficient de dilatation sous pression constante.

Ce coefficient augmente lorsque la température diminue et d'autant plus rapidement que la vapeur est plus voisine du point de liquéfaction. D'ailleurs, pour une même température, la valeur du coefficient est d'autant plus grande que la pression à laquelle se trouve la vapeur est plus grande. Le diagramme montre clairement que les remarques sont encore applicables aux isobares qui n'ont pas de partie verticale, c'est-à-dire aux isobares représentant des états de la matière au-dessus du point critique, si à la considération du point de liquéfaction on substitue celle du point d'inflexion de chaque isobare.

Si, en prenant comme abscisses les températures, on construit, d'une part, la courbe des tensions maxima ayant pour ordonnées les pressions relatives aux points d'inflexion de toutes les isobares qui se trouvent au-dessus de la pression critique, on trouve que la seconde courbe se dispose exactement sur le prolongement de la première et conserve la même allure. L'auteur donne à l'ensemble de ces deux lignes le nom de *courbe de liquéfaction*.

On sait que Wroblewski, à la suite de la courbe des tensions maxima, avait, au lieu de la courbe dont il vient d'être question, construit la courbe obtenue en prenant pour ordonnées les pressions correspondant aux valeurs minima du produit pv. Cette courbe a, au-dessus de la température critique, une allure nettement différente du prolongement de celle des tensions, si bien que

les deux courbes, après s'être notablement écartées, deviennent ensuite sécantes. Bien plus, avant la température critique, dès 20° environ, les deux courbes commencent déjà à se séparer l'une de l'autre. Faute des données étendues que nous avons maintenant grâce à M. Amagat, Wroblewski n'avait pu apercevoir ces particularités. Pour démontrer que sa courbe faisait suite à celle des tensions, il calcula les quotients $\frac{d_1 - d}{p_1 - p}$ (les d représentant les densités et les p les pressions) et il lui parut que ces quotients qui, avant la température critique, avaient leur maximum sur la courbe de liquéfaction, l'avaient ensuite sur la seconde courbe. Mais c'est là une erreur : ainsi l'ordonnée représentant le maximum relatif à la température de 40° C. doit se terminer dans le diagramme de Wroblewski entre les isopicnes 0,40 et 0,45 et, par suite, nécessairement au-dessous de ladite courbe. Il est difficile d'attribuer une signification physique à la courbe de Wroblewski.

Les isocares (¹), tracées sur le même diagramme que la *courbe de liquéfaction* définie plus haut, permettent d'avoir une représentation claire des divers états présentés par une substance dans des conditions diverses de température et de pression. Toutes les isocares coupent la courbe de liquéfaction et le point de rencontre définit le moment de liquéfaction.

Il faut s'entendre sur ce qu'il convient d'appeler *liquéfaction* et *état liquide* au-dessus de la température critique. Naturellement, il ne s'agit pas de la formation d'un fluide se portant au fond des récipients comme les liquides ordinaires ; il ne peut être question que de la formation d'agrégats, de groupes moléculaires de vapeur possédant assez de force vive pour que la cohésion soit impuissante à les tenir rassemblés, leur formation toutefois ayant lieu de la même façon que lors de la liquéfaction ordinaire. C'est dans ce sens qu'il faudrait entendre la proposition énoncée par Jamin, comme conséquence de ses considérations sur la compressibilité des gaz, savoir que l'hydrogène à la température ordinaire et sous une pression de 3^{atm} ou 4^{atm} est déjà liquide.

L'éthylène et l'eau, dans les limites des données expérimentales

(¹) Courbes représentant la relation entre p et t à volume constant.

que nous possédons actuellement à leur égard, se comportent comme l'acide carbonique.

Le fait auquel paraissent conduire les expériences de MM. Cailletet et Mathias et celles toutes récentes de M. Amagat, savoir que les courbes des densités de la vapeur saturée et du liquide se raccordent au point critique, serait une grande objection aux considérations précédentes. Mais les données fournies par les isobares aussi bien que par les isothermes montrent que, dans le voisinage du point critique, la densité du liquide va en diminuant avec une grande lenteur et que, d'autre part, l'augmentation de la densité de la vapeur saturée a lieu aussi d'une façon très lente, si bien que les deux courbes qui les représentent tendent à se rencontrer un peu au-dessus de la température critique.

L'auteur définit comme température critique [1] celle à laquelle la cohésion entre les particules liquides est diminuée au point de leur permettre de se répandre dans tout l'espace qui leur est offert.

J. Pionchon.

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

Tomes XLV, XLVI et XLVII; 1892.

Actions moléculaires. — Acoustique.

F. AUERBACH. — Sur la mesure de la dureté, notamment pour les corps plastiques, t. XLV, p. 262-276.

Nous avons déjà indiqué dans ce Recueil [2] la méthode employée par M. Auerbach pour la mesure de la dureté de corps tels que le verre ou le quartz.

Si l'on veut appliquer la même méthode à des corps doués d'une certaine plasticité, comme le spath fluor ou le sel gemme, on est arrêté tout d'abord par une difficulté, c'est qu'il ne se produit pas

---

[1] *Sullo stato della materia sul punto critico* (*Atti del R. Istit. veneto*, 7 agosto 1892).
[2] Voir *Journal de Physique*, 3e série, t. I, p. 528.

de rupture; mais on reconnaît qu'à partir d'une certaine limite de charge, la surface de contact croît proportionnellement à la pression totale, c'est-à-dire que la pression par unité de surface ne peut dépasser une certaine limite que l'expérience permet de déterminer avec précision. Cette limite servira alors à fixer la dureté et l'on pourra d'une manière générale définir cet élément de la manière suivante :

La dureté est la résistance à la pénétration (pression par unité de surface) *pour laquelle les corps fragiles se brisent et les corps plastiques se déforment continûment.*

M. Auerbach résume les résultats de ses recherches antérieures et présentes par le Tableau suivant :

Substances.	*n*.	H.	E.
Quartz (perpendiculaire à l'axe)......	7	295	10164
Verre n° III........................	6	239	7531
» n° II........................	6	226	6751
» n° I........................	5	214	5424
» n° IV........................	5	190	5200
Spath fluor (faces de l'oct.)..........	4	106	9102
Spath d'Islande (faces de cliv.).......	3	96	8320
Sel gemme (faces du cube)..........	2,5	20	4110

n désigne la place du corps dans l'échelle de dureté (ancien système); H la dureté évaluée par M. Auerbach; E le coefficient d'élasticité.

Contrairement à ce que M. Auerbach avait cru pouvoir déduire de ses premières recherches, les valeurs de H ne varient pas toujours dans le même sens que celles de E.

F. AUERBACH. — Plasticité et fragilité, t. XLV, p. 277-291.

Il n'y a ni corps absolument fragiles, ni corps absolument plastiques, mais seulement des corps plus ou moins plastiques. M. Auerbach propose de prendre pour mesure de la plasticité : soit 1° la différence F — V de la force F appliquée à l'unité de surface pour laquelle le corps considéré atteint sa limite d'élasticité parfaite, c'est-à-dire commence à éprouver des déformations permanentes, et de la force V pour laquelle il se rompt (*module de*

plasticité); soit 2° le quotient $\frac{F-V}{F}$ (*plasticité*); soit enfin 3° la grandeur relative de la déformation que le corps plastique éprouve entre les valeurs F et V de la force appliquée à l'unité de surface (*plasticité pratique*).

Par exemple, s'il s'agit de la traction, les forces F et V sont pour le cuivre respectivement de 12^{kg} et de 40^{kg} par millimètre carré. Le module de plasticité est 28, la plasticité $\frac{28}{40} = 0,7$; enfin la plasticité pratique est égale à 0,003.

M. Auerbach applique les notions précédentes au cas spécial des déformations produites par la pénétration d'une surface sphérique dans une surface plane (*dureté*). Il trouve que, pour le verre et le quartz, F et V sont trop voisins l'un de l'autre pour qu'on puisse assigner une valeur bien définie à la plasticité : ce sont des corps pratiquement fragiles. Pour le sel gemme, V est trop petit pour être mesuré avec précision : le sel gemme est éminemment plastique. Enfin, pour le spath fluor, la plasticité $\frac{F-V}{F}$ est sensiblement égale à $\frac{2}{3}$.

W. VOIGT. — Sur le frottement intérieur des corps solides et particulièrement des métaux, t. XLVII, p. 671-693.

Le problème du frottement intérieur dans les corps solides n'avait pas encore été soumis à une étude théorique et expérimentale régulière. Dans un grand Mémoire qu'il a inséré aux *Mémoires de la Société royale des Sciences de Göttingen* (1) et qu'il se borne à résumer dans les *Annales de Wiedemann*, M. Voigt a essayé de combler cette lacune.

Il traite d'abord le problème théorique pour un corps cristallisé quelconque. Dans le cas le plus général ce problème comporte l'introduction de 36 constantes qui se réduisent à 20 pour le système monoclinique, à 12 pour le système rhombique, à 7 ou à 9 pour le système quadratique, à 6, 8 ou 11 pour le système hexagonal, à 3 pour le système cubique, enfin à 2 pour les corps isotropes. C'est à ce dernier cas seulement que se rapportent les expériences de M. Voigt.

(1) T. XXXVI et XXXVIII.

Ces expériences consistent à produire : 1° des oscillations de flexion; 2° des oscillations torsionnelles d'un même prisme métallique et à observer les décréments logarithmiques correspondants. On associe le prisme à des masses de moment d'inertie assez considérable pour que la durée d'oscillation du prisme lesté soit très grande par rapport à la durée de propagation d'un ébranlement élastique quelconque dans toute sa longueur; et l'on fixe ces masses au prisme de telle sorte que la déformation produite soit uniforme. Dans ces conditions, des formules très simples permettent de déduire les deux coefficients de frottement intérieur de l'observation des deux sortes de décréments logarithmiques et des durées d'oscillation correspondantes.

Pour produire les oscillations de flexion on emploie un disque de laiton du poids de 1200^{gr} et de 20^{cm} de diamètre, mobile autour de son axe constitué par un couteau. Le petit prisme à étudier, disposé verticalement, est fixé par sa base inférieure sur un support rigide; sa partie supérieure est attachée invariablement en un point du disque de telle sorte que l'axe du prisme, dans la position d'équilibre, coïncide avec un rayon et que son milieu soit sur l'axe du disque. Si l'on imprime au disque un petit mouvement, le prisme fléchit en arc de cercle, et le système continue à osciller suivant les conditions imposées.

Pour produire les oscillations torsionnelles, le prisme, invariablement fixé par son extrémité supérieure, porte à son extrémité inférieure un disque métallique horizontal dont l'axe coïncide avec l'axe du prisme; quand on fait tourner le disque dans son plan on obtient les vibrations torsionnelles.

La première chose dont il convient de s'assurer pour reconnaître si la théorie est admissible, c'est de voir si les expériences fourniront des valeurs constantes des coefficients de frottement, indépendamment des dimensions du système oscillant. Si l'on désigne par l le décrément logarithmique corrigé de l'effet de la résistance de l'air et réduit pour une amplitude infiniment petite, par T la durée d'oscillation, enfin par α le coefficient de frottement intérieur, la théorie de M. Voigt fournit la relation

$$(1) \qquad \alpha = \frac{l\mathrm{T}}{2\pi},$$

qu'il s'agit de soumettre au contrôle de l'expérience, en variant les dimensions et notamment l'épaisseur des barreaux d'une même substance.

D'une manière générale la formule (1) n'est pas vérifiée. Parmi les métaux étudiés par M. Voigt, le nickel et le cuivre ont seuls fourni des valeurs sensiblement constantes pour les deux coefficients de frottement. Le laiton et le bronze paraissent aussi vérifier la formule (1), mais seulement pour les oscillations de flexion.

En ce qui concerne les oscillations torsionnelles, la manière la plus simple d'interpréter les résultats fournis par le laiton et le bronze consisterait à admettre qu'en dehors du frottement intérieur, tel qu'il est défini par M. Voigt, il y a encore un *résidu élastique*.

D'après la théorie de ce dernier phénomène, proposée par M. Boltzmann [1], le décrément logarithmique des oscillations torsionnelles dû au résidu élastique serait pour chaque corps une constante caractéristique. M. Voigt vérifie que, pour les oscillations torsionnelles du laiton et du bronze, on peut poser

$$\alpha = \frac{l_0 T}{2\pi^2} + \alpha_0,$$

l_0 et α_0 étant deux constantes, ce qui correspondrait bien à la superposition d'un frottement intérieur et d'un résidu élastique.

Mais la complication des phénomènes ne paraît pas s'arrêter là.

Le cadmium fournit, aussi bien pour les oscillations de flexion que pour les oscillations torsionnelles, des valeurs sensiblement constantes du décrément logarithmique, conformément aux idées de M. Boltzmann (résidu élastique pur).

Enfin, la plupart des métaux étudiés par M. Voigt donnent, pour les décréments logarithmiques, des valeurs qui croissent avec la durée d'oscillation, en opposition aussi bien avec la théorie de M. Voigt qu'avec celle de M. Boltzmann. L'idée de la superposition d'un frottement intérieur proprement dit et d'un résidu élastique est donc tout à fait insuffisante pour rendre compte de l'ensemble des phénomènes observés.

---

(1) L. Boltzmann, *Pogg. Ann.*, Erg.-Bd. VII, p. 636; 1876.

C. BRODMAN. — Recherches sur les coefficients de frottement des liquides, t. XLV, p. 159-184.

L'espace compris entre deux sphères ou deux cylindres concentriques est rempli de liquide. On imprime à la sphère ou au cylindre intérieur un mouvement de rotation uniforme et on détermine le couple qu'il faut appliquer au vase extérieur pour le maintenir en équilibre.

Les équations qui déterminent le coefficient de frottement k au moyen des données ne sont intégrables, dans le cas des sphères, qu'en négligeant les termes du second ordre; elles sont directement intégrables dans le cas des cylindres.

Les expériences de M. Brodman confirment un résultat obtenu d'abord par M. Élie [1], à savoir que la méthode fondée sur l'emploi des sphères concentriques donne pour k des valeurs croissantes avec la vitesse de rotation, contrairement aux hypothèses sur lesquelles les équations ont été établies. Il n'en est pas de même dans le cas des cylindres. M. Brodman conclut de là que, dans le cas des sphères, il n'est pas légitime de négliger les termes du second ordre dans les équations différentielles.

Le coefficient de frottement de l'eau déduit des expériences de M. Brodman se rapproche plus de celui que l'on déduit des expériences de Poiseuille que tous ceux qui ont été obtenus auparavant, soit par la méthode des disques oscillants ou par les méthodes même employées par l'auteur.

Conformément à ce que Helmholtz avait déduit des expériences de Piotrowsky [2], les expériences faites par M. Brodman au moyen de cylindres tendent à établir que l'adhérence de l'eau par rapport à des parois données a une valeur finie.

Les valeurs numériques de k fournies par l'auteur pour divers liquides sont les suivantes (système C.G.S.).

Eau à 15°	0,01228
Alcool	0,01459
Glycérine	2,3395
Huile d'olive	0,9860

[1] Elie, *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 224; 1882.
[2] Helmholtz et Piotrowsky, *Wiener Berichte*, t. XL, p. 607; 1860.

R. COHEN. — Influence de la pression sur la viscosité des liquides, t. XLV, p. 666-684.

Voici les conclusions du Mémoire de M. Cohen :

1° Ainsi que l'ont déjà observé MM. Röntgen ([1]), Warburg et Sachs ([2]), jusqu'à 40° la pression diminue la viscosité de l'eau.

2° Jusqu'à la température de 25° et à la pression de 900 atmosphères on ne constate pas de minimum de la viscosité, mais la variation de la viscosité croît plus lentement que la pression.

3° L'influence de la pression sur la viscosité de l'eau est surtout marquée au voisinage de 0°;

4° Pour les dissolutions concentrées de chlorure de sodium ou d'ammonium, la viscosité croît avec la pression et presque proportionnellement à celle-ci. L'influence de la température est faible;

5° Plus une dissolution de chlorure de sodium est étendue, plus l'influence de la pression et de la température se rapproche de ce qu'elle est dans le cas de l'eau pure. De 5 pour 100 à 10 pour 100 de $NaCl$ il y a, pour chaque concentration, une température comprise entre 2° et 22°,5 pour laquelle l'influence de la pression sur la viscosité est nulle jusqu'à 600 atmosphères.

6° Pour l'essence de térébenthine, la variation de la viscosité par la pression est vingt fois supérieure à celle qui correspond à la dissolution saturée de chlorure de sodium; elle a lieu dans le même sens et à peu près proportionnellement à la pression. L'influence de la température est petite et en sens inverse de celle qui correspond au chlorure de sodium.

G. de Metz. — Sur la compressibilité absolue du mercure, t. XLVII, p. 706-742.

Les expériences de M. de Metz ont été exécutées avec quatre piézomètres de verre, par la méthode de Regnault et par la mé-

([1]) Röntgen, *Wied. Ann.*, t. XXII, p. 510; 1884. — *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 519.

([2]) Warburg et Sachs, *Wied. Ann.*, t. XXII, p. 518; 1884. — *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 519.

thode de Jamin (corrigée par M. Guillaume). Les formules employées pour le calcul des variations de volume du piézomètre sont celles de Lamé, M. de Metz ayant vérifié, par des expériences directes sur ses piézomètres, que la constante de Poisson qui leur convient est très voisine de $0,25$.

La valeur du coefficient de compressibilité déduit par M. de Metz de ses propres expériences est $37,4.10^{-7}$. Ce résultat s'écarte peu de celui de M. Amagat et aussi des résultats des anciennes expériences convenablement corrigées de l'effet de l'enveloppe. Voici en effet le Tableau fourni à cet égard par M. de Metz :

Colladon et Sturm (1)	$35,2.10^{-7}$
Aimé (2)	$39,0.10^{-7}$
Regnault (3)	$35,2.10^{-7}$
Amaury et Descamps (4)	$38,6.10^{-7}$
Tait (5)	$39,0.10^{-7}$
Amagat (6)	$39,0.10^{-7}$
De Metz	$37,4.10^{-7}$
Moyenne	$37,9.10^{-7}$

W.-C. RÖNTGEN. — Méthode pour produire des surfaces d'eau pure ou de mercure pur, t. XLVI, p. 153-157.

M. Röntgen obtient une surface d'eau pure, à l'aide de deux entonnoirs fixés concentriquement : un courant rapide d'eau des fontaines publiques pénètre de bas en haut par le tube de l'entonnoir intérieur et se déverse par la partie évasée dans l'entonnoir extérieur d'où l'eau s'écoule. Il suffit de fermer le robinet d'admission au bout de quelques minutes pour obtenir dans l'entonnoir intérieur une surface d'eau tranquille et présentant les propriétés décrites par lord Rayleigh (7).

(1) COLLADON et STURM, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. XXXVI, p. 137-139; 1827.

(2) AIMÉ, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. VIII, p. 268-270; 1843.

(3) REGNAULT, *Mémoires de l'Institut*, t. XXI, p. 438-442; 1847.

(4) AMAURY et DESCAMPS, *Comptes rendus*, t. LXVIII, p. 1564; 1869. — DESCAMPS, *Études sur la compressibilité des liquides*. Thèses de doctorat, Paris; 1872.

(5) TAIT, *Beiblätter*, t. XIII, p. 442; 1889.

(6) AMAGAT, *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 203; 1889.

(7) Lord RAYLEIGH, *Phil., Mag.*, t. XXXIII, p. 1; 1892.

Pour le mercure, on opère d'une manière analogue, en faisant pénétrer le liquide sous pression et de bas en haut par le tube de l'entonnoir intérieur. Il importe peu que le mercure employé soit plus ou moins souillé, les surfaces fraîchement obtenues présentant toujours le même caractère : une goutte d'eau s'y étale en couche très mince.

Le contact de l'air suffit à salir une surface fraîche de mercure, de telle sorte qu'au bout d'un petit nombre de minutes une goutte d'eau que l'on y dépose prend la forme d'une lentille fortement convexe. L'air libre agit plus activement que l'air confiné d'une chambre, la fumée de tabac beaucoup plus activement encore. Un faible courant de gaz d'éclairage, le contact de la flamme d'un bec Bunsen salissent aussi la surface du mercure.

Si l'on touche d'une manière répétée des surfaces fraîches de mercure avec la même portion d'une lame de verre, celle-ci cesse de salir une surface fraîche de mercure, et cependant le verre n'a pas été complètement nettoyé par ces contacts, car l'eau refuse encore de s'étaler à sa surface.

Un courant d'air chargé de vapeurs acides salit fortement le mercure, comme on devait s'y attendre. Dans ce cas, il se forme à la surface salie une pellicule que l'on peut déchirer de façon à mettre à nu une surface propre sur laquelle l'eau s'étale : il s'agit donc ici d'une véritable action chimique.

Les vapeurs d'alcool éthylique, d'éther ne salissent le mercure que temporairement. Une feuille de papier à filtre, prise au milieu d'un paquet, ne le salit pas, mais si elle a été longtemps exposée à l'air, elle le salit. Une goutte d'eau qui s'est étalée à la surface du mercure le laisse sali après son évaporation.

Le camphre déposé sur une surface propre de mercure présente les mêmes mouvements que sur l'eau.

M. CANTOR. — Sur les constantes capillaires, t. XLVII, p. 399-423.

1. L'angle de raccordement d'un métal solide et d'un électrolyte dépend-il de la polarisation? Pour résoudre expérimentalement cette question, M. Cantor emploie un anneau métallique horizontal baigné par l'électrolyte et il détermine d'une part la hauteur k à laquelle le point le plus bas de l'anneau se trouve relevé au-dessus

de la surface libre du liquide, d'autre part la valeur correspondante de la traction P exercée sur l'anneau. Les quantités P et k se sont montrées parfaitement indépendantes de l'état de polarisation de l'anneau, ce qui, d'après la théorie développée par M. Cantor, indique que l'angle de raccordement est constamment égal à 180°. La variation de la constante capillaire relative à la surface métal-électrolyte, laquelle doit décroître en vertu de la polarisation, reste donc constamment supérieure à la constante capillaire de la surface électrolyte-air.

2. Dans une dernière partie de son travail, M. Cantor détermine la pression maximum à l'intérieur d'une goutte ou d'une bulle à l'extrémité d'un tube capillaire taillé à angle droit, ou aiguisé en mince paroi. Cette méthode permet de déterminer la constante capillaire α d'un liquide par rapport à l'air ou par rapport à un autre liquide (*voir* le Mémoire original). Les résultats suivants sont exprimés en prenant pour unité de force le milligramme-poids et pour unité de surface le millimètre carré.

Surface.	Température.	α.
Mercure-air..............	21°	46,6
»	85	44,15
Mercure-benzine..........	20	34,83
»	72	28,45
Mercure-alcool amylique...	25	26,67

Des expériences ont été réalisées par ce procédé pour la surface mercure-eau acidulée par l'acide sulfurique à 5 pour 100.

Expérience I (à 21°).

Différence de potentiel en volts.	α.
0,0	32,57
0,2	37,28
0,4	39,92
0,8	43,108
1,0	42,51

Expérience II (à 20°).

0,0	32,41
0,8	42,49
0,9	42,89

Expérience III (à 75°).

Différence de potentiel en volts.	α.
0,0	31,63
0,8	41,44
0,9	41,92
1,0	41,51

Le maximum de α correspond à peu près à une différence de potentiel de $0^{volt},9$, comme l'avait déjà observé M. Lippmann. L'influence de la température est très faible.

3. M. Cantor a déterminé la variation de la constante capillaire de quelques liquides avec la température.

Eau.

	α.	ε.
19,0	7,64	
20,0	7,63	0,0021
70,0	6,83	

Alcool amylique.

	α.	ε.
21,0	2,38	0,0029
75,0	2,00	

Benzine.

	α.	ε.
22,5	2,995	0,0039
72,5	2,408	

On admet d'ordinaire à titre de première approximation que la variation de α avec la température est linéaire

$$(1) \qquad \alpha = \alpha_0(1 + \varepsilon t).$$

L'application des principes de la Thermodynamique montre que, si la formule (1) est rigoureuse, la capacité calorifique de la couche superficielle doit être identique à celle de la masse profonde.

D'après Laplace, le coefficient de variation ε devrait être les $\frac{7}{3} = 2,333$ du coefficient de dilatation γ du liquide. Le Tableau suivant utilise les observations de Timberg (T) et de Jäger (J) pour les coefficients ε. Les coefficients de dilatation sont empruntés aux Tables de Landolt et Börnstein.

	γ.	ε.	$\frac{\varepsilon}{\gamma}$.
Alcool méthylique......	0,00143317	0,0036 J	2,5
Alcool éthylique........	123717	36 T	2,9
»	»	35 J	2,8
Alcool amylique........	108893	29	2,7
Éther..................	214967	59 T	2,8
»	»	53 J	2,5
Acétone...............	172459	47 J	2,7
Chloroforme...........	139929	44 J	3,1
Sulfure de carbone.....	14689	40 J	2,8
Benzine................	13846	43 T	3,2
»	»	39	2,8
Mercure................	018077	059	3,3
Moyenne...........................			2,834

Les valeurs de $\frac{\varepsilon}{\gamma}$ oscillent non autour de 2,333, mais autour d'une autre valeur moyenne 2,834 dont, à la vérité, elles ne s'écartent guère.

G. BERTHOLD. — Pour servir à l'histoire du phénomène de Leidenfrost, t. XLVII, p. 350-352.

Le phénomène dit de Leidenfrost (caléfaction) paraît avoir été décrit pour la première fois par Boerhaave ([1]), vingt-quatre ans avant les expériences de Leidenfrost ([2]).

L'expérience inverse a été réalisée pour la première fois par Socquet ([3]) dans une manufacture de glaces de Venise, où il a vu une masse de verre incandescente de quatre livres environ, plongée dans un grand bassin de marbre plein d'eau froide, ne produire aucune ébullition, tandis que l'eau bouillait au contact de la pince plus froide avec laquelle on soutenait cette masse de verre.

F. NIEMOLLER. — Sur la mesure des coefficients de diffusion des liquides, t. XLVII, p. 694-705.

Un tube étroit terminé par un ballon contenant une électrode

([1]) BOERHAAVE, *Elementa Chemiæ*, Lugd. Bat., 1732, t. I, p. 2, exp. XIX, p. 258.

([2]) LEIDENFROST, *De aquæ communis nonnullis qualitatibus*. Duisburgi, 1756, p. 30, etc.

([3]) *Journal de Physique*. Paris, 1799, t. VI, p. 441.

est rempli d'une dissolution très faible d'un sel (de sel marin par exemple). Ce tube plonge dans un réservoir contenant une dissolution connue du sel dont on veut étudier la diffusion dans l'eau (sel ammoniac). Une deuxième électrode plonge dans ce réservoir. La mesure du coefficient de diffusion se déduit de l'observation des variations de la résistance électrique.

W.-C. RÖNTGEN. — Sur la constitution de l'eau liquide, t. XLV, p. 91-97.

Toutes les anomalies constatées jusqu'ici dans les propriétés de l'eau liquide s'expliquent en admettant que l'eau contient deux sortes de molécules isomères dont la proportion varie avec la température. La transformation des molécules de la première espèce, plus abondantes aux basses températures, dans celles de la seconde est accompagnée d'une contraction qui l'emporte sur la dilatation thermique au-dessous de 4°; au-dessus de cette température la contraction est inférieure à la dilatation, d'où le maximum de densité, etc.

W.-C. RÖNTGEN. — Influence de la pression sur quelques propriétés physiques, t. XLV, p. 98-107.

La pression diminue la vitesse d'inversion du sucre de canne par l'acide chlorhydrique; elle augmente la quantité d'eau absorbée osmotiquement par une dissolution de sulfate de zinc; elle augmente la dureté de la glu marine.

CH. WIENER. — Unité de sensation pour la mesure de l'intensité des sensations, t. XLVII, p. 659-670.

M. Wiener se fonde sur la loi logarithmique de Weber, plus connue en France sous le nom de *loi de Fechner,* dont il fournit d'ailleurs une nouvelle vérification expérimentale.

Soient I_0 l'intensité arbitrairement attribuée à la sensation correspondant à un certain éclat i_0 d'une surface lumineuse observée par l'œil, α un autre coefficient arbitraire, et posons

$$i = i_0\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)^n;$$

l'intensité l de la sensation correspondant à l'éclat i est une fonction linéaire de n. M. Wiener écrit

$$l = l_0 + n.$$

Pour déterminer les coefficients l_0 et α, M. Wiener fixe expérimentalement : 1° le plus faible éclat qu'il faut donner à une surface éclairée pour que l'œil la distingue du fond obscur sur lequel elle se détache; la sensation correspondante sera égale à 1, $l = 1$; 2° la plus faible variation d'éclat nettement perceptible à l'œil : ce sera $\frac{1}{\alpha}$. Ces deux éléments changent d'un observateur à l'autre et aussi, pour un même observateur, suivant l'état de fatigue de l'organe visuel. M. Wiener prend la moyenne des valeurs correspondant à son œil considéré soit à l'état ordinaire, soit après une station prolongée dans l'obscurité complète. Il trouve ainsi $\alpha = \frac{1}{10}$; $i_0 = 0,0001$. L'unité choisie pour i_0 est l'éclairement produit à un mètre de distance par une bougie stéarique.

F. MELDE. — Mesure de la vitesse de propagation du son dans les corps membraneux, t. XLV, p. 568-588 et 729-750.

Les corps membraneux étudiés par M. Melde sont taillés sous forme de bandes que l'on tend verticalement et que l'on fait vibrer longitudinalement comme des cordes, de manière qu'elles rendent leur son fondamental. On détermine le nombre de vibrations en comparant le son rendu par la membrane à celui d'un tonomètre qui fournit une octave entière par échelons de quatre vibrations; ou encore en produisant les figures de Kundt dans un tube de verre dont l'air est mis en vibration longitudinale par la bande membraneuse. Nous renverrons le lecteur au Mémoire original pour la description du dispositif très ingénieux que M. Melde a imaginé à cet effet.

L'auteur divise les corps qu'il a étudiés en huit classes.

1° *Papiers sans enduit*. — Dans les corps de ce groupe la vitesse du son varie de 1600^m à 2700^m. La plus grande vitesse a été obtenue avec du papier de soie jaune, la plus faible avec du papier de paille.

2° *Papiers préparés* (papiers avec enduit, papiers-parchemin, papiers huilés). — Les vitesses obtenues sont du même ordre de grandeur que pour la classe précédente (de 1400^m à 2600^m). Les papiers avec enduit (papiers à copier, par exemple) donnent les plus faibles vitesses; l'enduit se comporte donc comme une charge inerte.

3° *Étoffes de soie, de lin, de coton ou de laine.* — Vitesse de 760^m à 2000^m. — Les fibres transversales du tissu jouent le rôle de charges inertes.

4° *Étoffes avec enduit* (toiles cirées, etc.). — L'effet de la charge inerte est si grand que la vitesse du son peut se réduire presque à la valeur de la vitesse du son dans l'air.

5° *Caoutchouc, gommes.* — Il a été impossible de faire vibrer ces corps longitudinalement de manière à obtenir un son bien déterminé.

6° *Membranes végétales.* — Vitesses de 3000^m à 4000^m.

7° *Membranes animales.* — Vitesses de 470^m à 1860^m.

8° *Membranes métalliques.* — Une membrane de magnésium a donné une vitesse de 4600^m. E. Bouty.

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ PHYSICO-CHIMIQUE RUSSE.

Vol. XXIV, nos 6, 7, 8, 9; 1892.

B. ROSING. — Sur le mouvement magnétique de la matière, p. 105-145.

L'auteur a essayé d'introduire dans les formules de la théorie moderne du magnétisme l'hypothèse d'un certain mouvement magnétique de la matière elle-même, mouvement qu'il laisse provisoirement indéterminé. Le résultat de ses calculs est conforme aux suppositions qui en forment la base.

A.-S. POPOFF. — Expériences de cours sur l'accroissement progressif du courant dans un circuit de grande self-induction et de résistance insignifiante p. 150-151.

Le circuit de trois grands accumulateurs est fermé par deux branches parallèles, d'égale résistance : l'une contient un grand

électro-aimant, dont le circuit magnétique est fermé, et l'autre un fil en manganine, de résistance égale à celle des bobines de l'électro-aimant. Chaque branche contient en outre trois petites lampes de quatre volts. Les lampes de la deuxième branche s'allument instantanément quand le circuit est fermé, mais celles de la première demandent quelques secondes pour arriver à leur éclat maximum. Le retard est beaucoup moins accentué quand le circuit magnétique de l'électro-aimant est ouvert.

N. HESEHUS. — Appareil de démonstration pour la conductibilité thermique relative des métaux, d'après Ingenhousz, p. 153-155.

Les cylindres de l'appareil sont fortement inclinés, chacun porte une forte boule en paraffine sur laquelle une bande de cuivre, pliée en deux, est placée à cheval. Quand la paraffine commence à fondre au contact du métal échauffé, le poids de la bande de cuivre fait descendre la boule le long du cylindre, ce qui rend le phénomène visible à tout l'auditoire.

N. HESEHUS. — Conditions de réussite de l'expérience sur l'interférence du son, démontrée à l'aide de la flamme sensible de Govi et de l'appareil de Quincke, p. 156-157.

On doit employer pour produire le son un sifflet, donnant une note assez haute; pour assurer le réglage de la flamme sensible, on l'alimente de gaz emmagasiné dans un sac de caoutchouc, car la pression dans les conduites de gaz de la ville est sujette à varier irrégulièrement. L'entonnoir de l'appareil de Govi doit être enlevé et remplacé par le tube de l'appareil de Quincke, dont l'autre bout reçoit l'entonnoir pour mieux rassembler les vibrations sonores.

J. WOULF. — Sur l'erreur systématique dans la mesure des diamètres des anneaux de Newton, p. 161-162.

Cette erreur, signalée par M. A. Cornu, provient de la non-coïncidence du milieu géométrique de chaque bande avec son milieu optique, c'est-à-dire avec le lieu de l'intensité maximum ou minimum. En appelant R le rayon de courbure du verre, C le rayon de l'anneau, λ la longueur d'onde et θ une fraction moindre

que o, 5 et qui dépend de la largeur de la bande annulaire, l'auteur a calculé la valeur δ de cette erreur :

$$\delta = \frac{\theta^2 R^2 \lambda^2}{C^2}.$$

La valeur vraie C du rayon cherché est donnée par la formule

$$C^2 = c^2 + \delta^2.$$

A. SOKOLOFF. — Discussion de la méthode de Winkelmann-Stschegliaeff pour la mesure des constantes diélectriques, p. 179-190.

L. SMIRNOFF. — Expériences à l'appui de la discussion précédente, p. 191-195.

La méthode proposée par M. Winkelmann en 1889 et modifiée un peu par M. Stschegliaeff ([1]) est basée sur l'emploi d'un condensateur double, à air, dont on remplace une partie par le diélectrique étudié. M. Sokoloff remarque que le raisonnement et les calculs employés ne restent valides que pour des corps isolants; et la concordance des nombres obtenus par M. Stschegliaeff avec ceux que d'autres observateurs ont déterminés par des méthodes différentes en est la preuve. Mais, si l'on introduit une couche de liquide conducteur contenu dans une auge en verre, on n'a plus affaire à un condensateur double, mais bien à un condensateur triple. Après avoir fait les calculs relatifs à un condensateur de ce genre, M. Sokoloff a trouvé que les nombres que M. Stschegliaeff prenait pour mesure des constantes diélectriques sont proportionnels à l'épaisseur de la couche du diélectrique, inversement proportionnels à sa capacité, et augmentent quand sa position entre les deux autres armatures du condensateur devient non symétrique. Les expériences de M. Smirnoff, faites avec de l'eau distillée et le benzol, confirment en tout point les calculs de M. Sokoloff.

N. KASTERINE. — Sur la tension superficielle de l'éther éthylique aux hautes températures, p. 196-210.

L'auteur a mesuré entre + 16° et + 193° C. la différence des as-

---

([1]) Voir *Journal de Physique*, 3e série, t. I, p. 259.

censions $h_1 - h_2$ de l'éther dans trois ou quatre tubes, dont le rayon r variait de $0^{mm},052$ à $0^{mm},3$, et qui étaient scellés dans un gros tube de verre en partie rempli par ce liquide ; l'ascension capillaire, h, peut être calculée d'après h_1, h_2, r_1, r_2 par la formule

$$h = \frac{h_1 - h_2}{r_2 - r_1} r_1 r_2,$$

donnée par la méthode de Gay-Lussac, généralisée par M. Piltschikoff. Le tube scellé, contenant les tubes capillaires, divisés sur verre, et l'éther, était placé dans une étuve de Magnus, dont les parois latérales furent chauffées aussi bien que le fond pour obvier à la condensation de l'éther dans les bouts supérieurs des tubes et à la formation des chapelets de Jamin.

La hauteur d'ascension h dans un tube de un millimètre de rayon à diverses températures peut être exprimée approximativement par la droite $h = 5,4553 - 0,02794\,t$; mais, en réalité de 16° à 70° et de 158° à la limite supérieure des observations, la convexité de la courbe est tournée vers l'axe des abscisses, et entre 70° et 158° du côté opposé ; ces déviations surpassent notablement les erreurs des observations de l'auteur. La surface du liquide prenait une forme convexe au moment de la disparition de la limite entre le liquide et sa vapeur, à la température critique, mais la dépression du niveau, signalée par M. Wolf, n'a été observée qu'une seule fois par l'auteur, quand la température s'élevait trop brusquement.

Pour déterminer l'angle de raccordement i, l'auteur a mesuré à diverses températures la flèche du ménisque, h', dans des tubes de $0^{mm},08$ et $0^{mm},25$ de rayon, enfermés dans un tube scellé ; cette quantité permet de calculer i par la formule

$$i = \frac{\pi}{2} - 2 \operatorname{arc\,tang} \frac{h'}{r},$$

si l'on admet que la forme de la surface capillaire est une sphère. Le Tableau suivant contient les résultats, ainsi que les valeurs de la tension superficielle S, calculés par la formule

$$S = \frac{1}{2} h \frac{d - \delta}{\cos i},$$

les valeurs de la densité de l'éther *d* et de sa vapeur saturée à diverses températures étant celles de M. Avenarius.

$t°$C.	*i*.	$d-\delta$.	S $\frac{mgr}{mm}$.	$t°$C.	*i*.	$d-\delta$.	S $\frac{mgr}{mm}$.
16,2	6,5	0,714	1,745	141,6	23,4	0,485	0,406
20,7	6,7	0,710	1,684	144,4	24,1	0,475	0,373
41,8	8,2	0,683	1,424	148,3	25,2	0,460	0,336
69,8	10,8	0,632	1,116	151,0	26,1	0,452	0,321
89,0	13,2	0,620	0,980	157,2	28,1	0,426	0,243
92,5	13,7	0,610	0,941	158,5	28,4	0,418	0,247
98,9	14,7	0,594	0,859	163,2	30,4	0,400	0,191
107,4	16,1	0,579	0,789	169,0	32,9	0,368	0,138
118,5	18,1	0,557	0,682	171,0	33,9	0,356	0,121
124,0	19,2	0,542	0,586	178,0	39,0	0,325	0,079
125,5	19,5	0,540	0,575	182,2	41,3	0,255	0,043
133,9	21,5	0,527	0,492	187,5	(50,7)	0,186	0,022
138,4	22,6	0,494	0,430				

A. SIGSON. — Photographies de flocons de neige, p. 211-213.

M. Sigson, photographe professionnel à Rybinsk, a fait une série d'excellentes photographies de flocons de neige par les moyens suivants. Un microscope de Zeiss, muni de son aplanat et d'une chambre noire à long tirage, a été disposé dans le grenier d'une maison, non loin d'une fenêtre, dans une position fortement inclinée. Pour recueillir les flocons séparés, on disposait du gros drap dans une partie du grenier où il ne tombait que de rares parcelles de neige. Après avoir choisi un flocon à l'aide de la loupe, on le faisait tomber sur un réseau formé de fils de cocon, collés à travers un trou pratiqué dans une carte, et l'on plaçait cette carte sur le porte-objectif du microscope. L'éclairage doit être latéral et réglé d'avance de manière qu'une moitié du champ de vision soit éclairée uniformément et l'autre en dégradé. Pour un grossissement de 15 fois, l'exposition durait de 2 à 5 secondes avec des plaques de M. Lumière. Pour que l'haleine du photographe ne fasse pas fondre le flocon, il doit respirer pendant toute l'opération de l'ajustement à l'aide d'un tube recourbé. LERMANTOFF.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON;

T. L, 1891-1892.

O.-J. LODGE. — Recherches sur la décharge des bouteilles de Leyde, p. 2.

L'auteur résume ses communications antérieures sur la décharge des bouteilles de Leyde et indique de nouvelles expériences qu'il a faites sur le même sujet.

Il a trouvé notamment que la vitesse d'une onde électrique le long d'un fil mince de cuivre bien isolé est pratiquement égale à la vitesse de la lumière.

J.-H. POYNTING. — Détermination de la densité moyenne de la Terre et de la constante de la gravitation au moyen de la balance ordinaire, p. 40.

Principe de la méthode. — Si deux sphères de masse M et M' ont leur centre à une distance d, elles exercent l'une sur l'autre une force f qui est, d'après la loi de la gravitation,

$$f = G\frac{MM'}{d^2},$$

formule dans laquelle G désigne la constante de la gravitation.

Pour déterminer G, l'auteur calcule la valeur de f lorsque M, M' et d ont des valeurs connues.

Lorsque G est déterminé, on en déduit facilement la valeur de la densité moyenne Δ de la Terre. En effet, si l'on regarde celle-ci comme une sphère de rayon R, le poids d'une masse M' à sa surface est

$$G \times \frac{4}{3}\pi R^3 \times \Delta \times M' \times \frac{1}{R^2} = \frac{4}{3} G\Delta\pi RM'.$$

Mais, si g représente l'accélération de la pesanteur, le poids de la masse M' est aussi $M'g$. En égalant ces deux valeurs, on obtient

$$\Delta = \frac{3}{4}\frac{g}{G\pi R}.$$

L'auteur suspend aux deux extrémités du fléau d'une balance deux masses sphériques de plomb et d'antimoine, pesant environ 21^{kg} chacune, de manière que leurs centres se trouvent à 30^{cm}

environ au-dessus du centre d'une masse attirante considérable. Cette masse attirante consiste en une sphère de plomb et d'antimoine pesant environ 153^{kg} et placée sur un plateau tournant de manière à pouvoir être mise en mouvement au-dessous de l'une des deux masses suspendues à la balance.

Les quantités à mesurer sont les variations des poids des masses attirées provenant du déplacement de la masse attirante.

En répétant les observations lorsque la distance entre la masse attirante et les masses attirées est doublée, on élimine l'attraction exercée sur le fléau, les fils de suspension, etc. La position du fléau est déterminée par la réflexion d'une échelle dans un miroir; une division de l'échelle correspond à un angle de déplacement du fléau d'environ $0'',013$.

M. Poynting a obtenu les valeurs suivantes :

Constante de la gravitation............. $G = \frac{6,6984}{10^8}$

Densité moyenne de la Terre........... $\Delta = 5,4934$

W.-H. DINES. — Pression du vent sur les surfaces courbes des girouettes, p. 42.

Dans un Mémoire précédent [1] l'auteur a donné les résultats de ses expériences sur la pression exercée par le vent sur les surfaces obliques à sa direction. Il rapporte dans la précédente Communication quelques résultats nouveaux obtenus en soumettant des surfaces courbes à l'action du vent.

W.-E. AYRTON, J. PERRY et W.-E. SINNPNER. — Électromètres à quadrants, p. 53.

On a signalé en 1886 que, lorsqu'on augmente constamment la charge de l'aiguille d'un électromètre à quadrants et à suspension bifilaire de Sir W. Thomson tout en maintenant la même différence de potentiel entre les quadrants, la déviation de l'aiguille, et par conséquent la sensibilité de l'instrument, au lieu de s'accroître constamment, va d'abord en augmentant, puis en diminuant. Des

---

(1) *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. XLVIII, p. 233; *Journal de Physique*, 2e série, t. X, p. 385.

expériences poursuivies pendant plusieurs années par MM. Ayrton et Perry ont permis de déterminer les causes de cette particularité. Les résultats de ces recherches peuvent être résumés comme il suit :

1° L'électromètre à quadrants, tel qu'il est construit par MM. White à Glasgow, quoique très symétrique, n'obéit pas d'ordinaire, même approximativement, à la loi reconnue des électromètres à quadrants, lorsque le potentiel de l'aiguille varie;

2° Les particularités observées sur l'électromètre White sont dues principalement aux actions électriques qui se produisent entre le tube de garde et l'aiguille ainsi qu'à une légère inclinaison de l'aiguille qui a lieu à des potentiels élevés;

3° Par certaines dispositions spéciales des quadrants on peut rendre la sensibilité de l'instrument presque indépendante du potentiel de l'aiguille, ou directement proportionnelle à ce potentiel, ou bien enfin on peut la faire s'accroître plus rapidement que le potentiel de l'aiguille;

4° En modifiant, comme l'indiquent les auteurs, la construction de l'instrument, on peut obtenir un électromètre soumis à la loi conventionnelle.

Au cours de leurs expériences MM. Ayrton et Perry ont fait une nouvelle détermination de v. Ils ont trouvé

$$v = 2,98 \times 10^{10} \text{ centimètres par seconde.}$$

W. CROOKES. — Sur l'évaporation électrique, p. 88.

On sait que, lorsqu'un tube vide est muni d'électrodes de platine, le verre adjacent se noircit rapidement au voisinage du pôle négatif par suite d'un dépôt de platine. Cela est dû, comme l'a démontré le Dr Wright, à ce que les molécules de platine superficielles sont poussées hors de la sphère d'attraction de la masse métallique et se fixent sur les objets voisins. Cette propriété ressemble d'une manière frappante à l'évaporation ordinaire due à la chaleur. M. Crookes lui donne le nom d'*évaporation électrique*.

La vitesse propre des molécules liquides ou solides augmente avec la chaleur et diminue avec le froid. Si donc on élève la tem-

pérature d'un liquide sans augmenter sensiblement celle de l'air ambiant, la tendance des molécules superficielles à sortir de la sphère d'attraction des molécules voisines s'accroît; on dit alors que l'évaporation est facilitée.

Le but principal des expériences de M. Crookes a été de déterminer l'action exercée par l'électricité sur l'évaporation des différentes substances.

Pour l'eau, M. Crookes a constaté que, lorsqu'elle est électrisée négativement, elle perd en une heure et demie $\frac{1}{1000}$ de son poids de plus que l'eau isolée.

Pour étudier l'évaporation électrique des métaux, l'auteur les plaçait dans des tubes vides d'air de formes particulières. Il a constaté que, dans tous les cas, la couche déposée était la plus grande au pôle négatif.

Pour le cadmium, par exemple, placé dans un tube en U vide d'air et maintenu à la température de 230° C., au moyen d'un bain de paraffine, le courant agissant pendant trente minutes, les résultats obtenus furent les suivants :

	Pôle positif.	Pôle négatif.
	gr	gr
Poids du cadmium avant l'expérience......	9,34	9,38
» après »	9,25	1,86
Cadmium volatilisé en trente minutes.....	0,09	7,52

M. Crookes a déterminé la volatilité relative d'une série de métaux soumis aux mêmes conditions de température et de pression ainsi que l'influence de l'électricité sur le phénomène. Il a pris l'or comme terme de comparaison, sa volatilité électrique étant supposée égale à 100. Le Tableau suivant résume les résultats :

Palladium........................	108,00
Or...........................	100,00
Argent........................	82,68
Plomb........................	75,04
Étain........................	56,96
Laiton........................	51,58
Platine........................	44,00
Cuivre rouge....................	40,24
Cadmium........................	31,99
Nickel........................	10,99
Iridium........................	10,49
Fer...........................	5,50

Dans ces expériences, on exposait au courant des surfaces égales de chaque métal. En divisant les nombres ainsi obtenus par le poids spécifique de chaque métal, on obtient l'ordre suivant :

Palladium	9,00
Argent	7,88
Étain	7,76
Plomb	6,61
Or	5,18
Cadmium	3,72
Cuivre	2,52
Platine	2,02
Nickel	1,29
Fer	0,71
Iridium	0,47

Il semble n'exister aucune relation simple entre les volatilités électriques et les autres constantes connues, physiques ou chimiques.

En plaçant au pôle négatif une brosse de fils d'or et en faisant passer le courant pendant quatorze heures et demie, M. Crookes a obtenu une feuille d'or brillante pesant environ 3^{gr} et qu'il a pu enlever des parois du tube. Avec une brosse en platine, il obtient un dépôt friable et poreux.

H.-E. ARMSTRONG et G.-H. ROBERTSON. — Étude chimique de la pile Planté au plomb, à l'acide sulfurique et au peroxyde de plomb, p. 105.

M. Robertson, en étudiant les couples secondaires de Planté, est arrivé aux conclusions suivantes :

1° Il n'y a aucune raison d'ordre chimique ou électrique pour supposer qu'il se produit dans les réactions dont la pile est le siège d'autre sulfate que le sulfate blanc ordinaire SO^4Pb;

2° Si l'abaissement soudain de la force électromotrice était causé par un changement dans la nature des composés chimiques qui se forment sur les lames, il serait très difficile de s'expliquer la rapidité avec laquelle cette force électromotrice reparaît dans une pile qui semble déchargée;

3° Les *peroxydes* se retrouvent en quantités appréciables dans l'électrolyte pendant la charge et la décharge;

4° L'influence de ces peroxydes ne doit pas être négligée si l'on veut se rendre compte du fonctionnement de la pile Planté.

MM. Armstrong et Robertson, dans une recherche faite en commun sur le même sujet, se sont occupés spécialement des changements chimiques qui se produisent dans la pile.

Ils sont arrivés aux résultats suivants :

1° Le refroidissement observé dans la pile de Planté ne peut s'expliquer que comme le résultat de la dissociation de l'acide sulfurique dilué;

2° La diminution d'action que l'on observe ne peut être due aux variations de température, car ces variations proviennent de réactions qui se produisent hors du circuit;

3° Il est difficile, en comparant les valeurs observées de la force électromotrice avec les valeurs calculées, d'arriver à une conclusion définitive sur la nature exacte des changements qui se produisent dans la pile;

4° Une force contre-électromotrice de $0^{volt},5$ rendrait compte de l'écart observé avec la plus haute valeur calculée. Comme des peroxydes se trouvent toujours dans l'électrolyte, on peut concevoir l'existence d'une pareille force contre-électromotrice; cependant il est aussi possible qu'il faille tenir compte de l'influence du support de plomb;

5° La diminution d'action observée doit être attribuée à la formation de peroxyde dans l'électrolyte et à la production excessive de sulfate, principalement sur la lame peroxydée, dans le circuit local qui existe entre le support et la pâte.

H. WILDE. — Influence de la température sur l'aimantation du fer et d'autres substances magnétiques, p. 109.

L'auteur a porté à une température élevée des cylindres de fer de 6 pouces de long sur 0,6 de diamètre et a évalué pendant le refroidissement, soit l'action qu'ils exercent sur une aiguille aimantée suspendue par un fil de soie sans torsion, soit l'attraction exercée sur ces cylindres par un électro-aimant placé verticalement au-dessous d'eux.

Le barreau froid étant placé dans la direction de l'aiguille d'inclinaison, l'aiguille aimantée était déviée de 20°.

On chauffait alors le barreau au rouge clair et on le replaçait dans sa position primitive; la déviation, d'abord nulle, augmentait rapidement pendant le refroidissement jusqu'à 43°, puis diminuait graduellement jusqu'à 20°.

Quant à l'attraction produite par l'électro-aimant, elle augmentait en allant du rouge blanc à la température de — 76°C.

Des expériences comparatives sur l'attraction exercée par un électro-aimant actionné par un courant de 20 ampères, sur des cubes de fer, de nickel et de cobalt ont montré que, pour le cobalt comme pour les deux autres métaux, l'aimantation diminue quand on passe d'une température de — 76°C. à une température où ils prennent une couleur qui correspond à λ6141. L'aimantation du cobalt croît cependant de — 76° à + 442°C. et ce n'est qu'au-dessus de cette dernière température que commence sa décroissance régulière jusqu'aux températures les plus élevées.

L'auteur a montré que la *masse* du fer et du nickel employée a une influence sur les résultats obtenus et que l'action d'une force peu intense peut ne se faire sentir que dans une petite profondeur au delà de la surface du métal tant qu'il est froid, l'action s'étendant à l'intérieur lorsque la température s'élève.

Le Tableau suivant renferme les résultats des expériences faites sur de petits cylindres de fer, de nickel et de cobalt de 0,06 pouce de long et de 0,05 pouce de diamètre :

	Température.	Force attractive. Courant de 5 ampères.	Force attractive. Courant de 20 ampères.	Force attractive. Par pouce carré avec un courant de 20 ampères.	Rapport de la force attractive au poids du métal.
		livre	livre	liv	
Fer	442°C...........	0,390	0,547		
	13°C...........	0,437	0,601	305	17000
Nickel	442°C...........	0,001	0,003		
	13°C...........	0,064	0,127	64	3300
Cobalt	Couleur λ 6496....	0,109	0,172		
	442°C...........	0,156	0,296		
	13°C...........	0,140	0,304	154	8000

J. HOPKINSON. — **Note sur la densité des alliages de nickel et de fer, p. 121.**

L'auteur a observé que des alliages de nickel et de fer renfermant 25 et 22 pour 100 du premier métal deviennent aimantables par un refroidissement considérable et que la densité est d'environ 2 pour 100 plus faible dans l'état aimantable que dans l'état non aimantable. Il a trouvé :

	Nickel 25 pour 100.		Nickel 22 pour 100.	
	Densité.	Tempér.	Densité.	Tempér.
Après échauffement, non aimantable	8,15	15,1	8,13	16,5
Après refroidissement, aimantable	7,99	14,5	7,96	15,6
Chauffé de nouveau, non aimantable	8,15	18,0	8,12	18,2
Nouveau refroidissement, aimantable	7,97	22,0	7,95	21,8

M. Hopkinson employait des anneaux qui étaient refroidis chaque fois à une température variant entre —100°C. et —110°C. obtenue par de l'acide carbonique et de l'éther dans le vide.

F. CLOWES. — **Appareil destiné à éprouver la sensibilité des lampes de sûreté, p. 122.**

L'appareil de M. Clowes consiste en une boîte de bois de forme cubique, d'une capacité de 100^{lit} environ, rendue imperméable aux gaz par un enduit de paraffine; cette chambre est munie de deux tubes, l'un en haut pour l'entrée des gaz, l'autre en bas pour leur sortie. Une fenêtre garnie d'une glace permet d'observer la lampe placée à l'intérieur. La lampe est introduite par une ouverture pratiquée dans la paroi inférieure; cette ouverture peut être close par une fermeture à eau consistant en une petite auge de zinc portée sur des supports et contenant de l'eau dans laquelle plongent les rebords de l'ouverture.

Les gaz contenus dans la chambre peuvent être mélangés au moyen d'une planche mince suspendue à l'intérieur et que l'on peut faire mouvoir à l'aide d'une poignée placée sur le devant de la boîte.

M. Clowes n'a pas encore publié les résultats complets de ses recherches; il indique cependant que parmi toutes les formes de lampes qu'il a essayées, la seule qui ait répondu à la double condition d'éclairer suffisamment et d'être sensible à la présence d'une petite quantité de gaz est la lampe de Ashworth (système Hepplewhite-Gray).

C.-I. BURTON et W. MARSHALL. — Mesure de la chaleur produite par la compression des solides et des liquides, p. 130.

La première partie du Mémoire de MM. Burton et Marshall renferme les résultats des expériences exécutées par le premier de ces auteurs en 1888, particulièrement sur les deux variétés allotropiques du phosphore.

Mais les mesures n'étant ni assez nombreuses, ni assez complètes, pour en tirer des conclusions générales, MM. Burton et Marshall ont repris la question avec des méthodes perfectionnées et en opérant sur un plus grand nombre de substances.

Ils ont employé un appareil analogue à celui qui servait précédemment à MM. Creehman et Crocket ([1]). La mesure de la pression se faisait au moyen d'un manomètre décrit par Tait dans ses expériences sur les thermomètres *Challenger*. Le couple thermo-électrique qui servait à déterminer l'élévation de température était formé de platine et de platine iridié.

En opérant sur des métaux durs et leur appliquant des pressions d'environ 388 atmosphères, l'élévation de température était suffisante pour être appréciée exactement avec le couple thermo-électrique. Les auteurs donnent cependant les nombres suivants :

	Élévation de température.
Aluminium	0°,181
Magnésium	0,181
Zinc	0,062
Argent	0,047
Étain	0,125

([1]) *Edinburg Roy. Soc. Proc.*, t. XIII, p. 311.

Les recherches effectuées sur les liquides sont plus concluantes. Voici quelques résultats :

	Élévation de température
Alcool méthylique	6°,54
» éthylique	4,60
» propylique	6,23
» isobutylique	5,90
» butylique tertiaire	»
» amylique	3,41
» caprylique	4,28
» allylique	4,65
Aldéhyde	8,98
Paraldéhyde	5,86
Aldéhyde benzoïque	5,00
Acétate de méthyle	7,13
» d'éthyle	7,11
» de propyle	6,58
» d'isobutyle	6,65
» d'amyle	5,91
Acétone	7,36
Anhydride acétique	5,38
Sulfure de carbone	8,27
Eau	0,303
Acide sulfurique	1,96
Mercure	0,829

Dans la plupart des séries homologues, l'échauffement avec la pression diminue lorsque le poids moléculaire augmente, mais il est impossible de formuler une loi générale.

La paraldéhyde et l'alcool butylique tertiaire présentent un phénomène remarquable. En appliquant la pression, l'aiguille du galvanomètre indique une élévation brusque de température, puis, lorsque la pression est maintenue constante, l'aiguille, au lieu de revenir au zéro comme pour les autres substances, continue à être déviée, indiquant une nouvelle élévation de température. La compression produisait dans ce cas, comme on s'en est assuré en ouvrant le tube de compression, une congélation de la substance à une température inférieure à son point de fusion normal.

W.-E. AYRTON et H. KILGOUR. — Émissivité thermique des fils fins dans l'air, p. 166.

Les auteurs ont étudié comment varie le pouvoir émissif d'un fil avec son diamètre.

Ils ont employé neuf fils de platine ayant des diamètres de 1.2 à 14 millièmes de pouce anglais. (Le fil de 0,001 pouce = $0^{mm},025$ est le plus fin que l'on trouve dans le commerce.) Les longueurs des fils étaient choisies de manière à pouvoir négliger les pertes de chaleur aux extrémités lorsque ces fils étaient chauffés par un courant électrique.

Le pouvoir émissif de ces fils, cylindriques et polis, dans l'air à la pression ordinaire (c'est-à-dire le nombre de petites calories perdues en une seconde, par rayonnement et convection et pour un excès de température de 1°C., par un centimètre carré de surface), fut trouvé d'autant plus grand que le fil était plus fin.

Ce pouvoir émissif augmente, pour un même fil, avec la température et plus rapidement pour les fils fins que pour les fils gros.

Les auteurs représentent le pouvoir émissif e par les formules suivantes :

A 100°.......... $e = 0,0010360 + 0,0120776\, d^{-1}$
A 200.......... $e = 0,0011113 + 0,0143028\, d^{-1}$
A 300.......... $e = 0,0011353 + 0,016084\, d^{-1}$

d étant le diamètre des fils évalué en millièmes de pouce anglais.

G.-J. BURCH. — Sur les rapports de temps des mouvements de l'électromètre capillaire et méthode à employer pour utiliser cet instrument à l'étude des changements de courte durée, p. 172.

Ce Mémoire fait suite à un autre Mémoire du même auteur (1).

Les rapports entre les mouvements du ménisque de l'électromètre capillaire et le temps peuvent être représentés par la formule

$$y = ae^{-ct}.$$

(1) *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. LVIII, p. 89, analysé dans le *Journal de Physique* (2), t. X, p. 294.

Plus l'excursion du ménisque est grande pour une petite différence de potentiel donnée, plus l'action de l'instrument est lente. Dans la plupart des électromètres capillaires, l'étendue du mouvement diminue à mesure que le ménisque s'approche de l'extrémité du tube capillaire. D'autre part, plus la longueur de l'acide dilué est courte, plus la résistance est faible et plus le mouvement est rapide. Il en résulte que dans ces instruments la rapidité tend à augmenter à mesure que le ménisque s'approche de l'extrémité du tube.

L'auteur a imaginé une méthode nouvelle pour photographier les excursions du ménisque et l'a appliquée à l'étude des variations électriques du muscle.

H.-I. CALLENDAR. — **Sur un thermomètre à air compensé, p. 247.**

L'auteur étudie un thermomètre à air à pression constante construit de manière que les variations de température des tubes qui relient le manomètre au réservoir n'ont aucune influence sur les lectures et peuvent être négligées dans les calculs. Pour arriver à ce résultat, il emploie deux systèmes de tubes de connexion d'égal volume et toujours à la même température, disposés de telle sorte que leurs actions se compensent.

La masse d'air, renfermée dans le réservoir thermométrique et dans un autre réservoir contenant du mercure et où l'air peut se dilater, est maintenue égale à la masse d'air contenue dans un troisième réservoir. Dans ce dernier l'air, de densité convenable, exerce une pression constante lorsqu'il est maintenu à une température fixe, celle par exemple de la glace fondante. Ce réservoir communique avec un jeu de tubes de connexion égaux en volume à ceux du réservoir thermométrique et semblablement placés.

L'instrument étant ainsi compensé, on gradue en degrés l'un des tubes du réservoir à pression constante; on peut lire sur cette graduation la température du réservoir thermométrique et les indications sont aussi aisées à lire que celles d'un thermomètre à mercure ordinaire. R. Paillot.

(*A suivre*).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Wiedemann's Annalen.

T. L, n° 10; 1893.

A. Raps. — *Sur les vibrations de l'air*, p. 193.

H. Ebert et E. Wiedemann. — *Phénomènes lumineux dans des espaces remplis de gaz raréfiés et dépourvus d'électrodes sous l'influence de champs électriques rapidement intervertis*, p. 221.

H. Ebert. — *La chaleur de dissociation dans la théorie électrochimique*, p. 255.

R.-J. Holland. — *Sur le changement de la conductibilité électrique d'une dissolution par l'addition de petites quantités d'un corps non conducteur*, p. 261.

H. Kayser et C. Runge. — *La dispersion de l'air*, p. 293.

E. v. Lommel. — *Lignes équipotentielles et lignes de force magnétiques*, p. 316.

E. v. Lommel. — *Lignes équipotentielles et lignes de force magnétiques. Applications au phénomène de Hall*, p. 320.

E. v. Lommel. — *Production objective du phénomène d'interférence dans les couleurs spectrales*, p. 325.

P. Czermak. — *Sur les courants d'air ou de liquides chauds*, p. 329.

E. Wiechert. — *Lois du résidu élastique pour des températures constantes*, p. 335.

R.-G. Holland. — *Sur la conductibilité électrique de solutions de chlorure cuivreux*, p. 349.

R. Reiff. — *Propagation de la lumière dans des milieux en mouvement, d'après la théorie électro-optique*, p. 361.

F. Schulze-Berge. — *Pompe à air rotative*, p. 368.

W. Voigt. — *Réclamation*, p. 377.

P. Drude. — *Sur la théorie de la lumière*, p. 381.

G. Kummell. — *Remarque sur un Mémoire de M. G.-H. Zahn*, p. 383.

TABLE DES MATIÈRES (*suite*).

NOVEMBRE 1893.

TABLE DES MATIÈRES.

NOVEMBRE 1893.

(*Voir* la suite à la page 3.)

19309 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME II. — DÉCEMBRE 1893.

PARIS,
AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,
11, RUE RATAUD, 11.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 36 feuilles, avec figures dans le texte. Les vingt-deux premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, 1893, se vendent séparément .... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale .... 15 fr.
Autres pays .... 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

FOUR ÉLECTRIQUE. — LUMIÈRE ET CHALEUR DE L'ARC;

Par M. J. VIOLLE.

L'arc voltaïque est la source la plus puissante de chaleur et de lumière dont nous puissions actuellement disposer. Aussi, les patientes et méthodiques investigations qui ont amené M. Moissan à la magnifique expérience de la fabrication du diamant exigeant un foyer intense, M. Moissan s'est trouvé nécessairement conduit à employer l'arc. De là est né un four électrique, qui, de l'École de Pharmacie, son berceau ([1]), après avoir passé par l'École Normale, est venu grandir au Conservatoire des Arts et Métiers ([2]).

L'arc voltaïque n'est qu'une puissante étincelle jaillissant d'une façon non interrompue entre deux charbons. Comment se produit cette décharge continue? Tout le monde sait que le passage de l'électricité à travers un corps conducteur (métal ou charbon) l'échauffe, et que l'échauffement produit est d'autant plus fort que le courant est plus intense et le conducteur plus résistant. Si donc entre deux morceaux de charbon taillés en pointe et se touchant seulement par cette pointe nous faisons passer un courant, les parties en contact vont s'échauffer, et, si le courant est suffisamment puissant, s'échauffer jusqu'à la température la plus élevée qu'elles puissent supporter.

Admettons que cette température est précisément le point d'ébullition du carbone. Le charbon se réduira en vapeur entre les deux pointes que l'on pourra dès lors séparer; le courant, passant par la vapeur comprise entre les deux électrodes, persistera, et le charbon continuera à bouillir, distillant du pôle positif au pôle négatif.

Nous aurons ainsi entre les deux charbons un flux de vapeur semblable au flux qui se produit au-dessus d'un vase dans lequel on fait bouillir de l'eau, avec cette différence toutefois que, tandis que l'eau bout à 100°, le charbon bout à 3500° comme je l'établirai bientôt. La condensation de la vapeur de charbon sous l'influence des causes de refroidissement extérieur se produisant à faible dis-

([1]) H. Moissan, *Comptes rendus*, t. CXV, p. 1031.

([2]) H. Moissan et J. Violle, *Comptes rendus*, t. CXVI, p. 549.

tance, l'arc est limité brusquement par une surface nette qui lui donne la forme d'un œuf, à l'intérieur duquel la température diffère peu de celle du charbon positif.

On voit d'après cela comment doit être construit un four dans lequel on se propose d'employer l'arc comme source de chaleur.

Les deux charbons doivent être placés en regard l'un de l'autre, de manière que l'on puisse facilement les rapprocher ou les éloigner. La disposition la plus simple et la plus commode consiste à les disposer sur une même ligne horizontale.

Pour enfermer l'arc de façon à le soustraire autant que possible au refroidissement extérieur et de façon à utiliser au mieux la chaleur produite, la substance qui se présente tout naturellement à l'esprit est celle que nos illustres maîtres H. Sainte-Claire Deville et H. Debray ont employée pour leur four oxhydrique qui a rendu tant de services à la science et qui, en permettant de fondre le platine en grandes masses, a mis à même de construire ces mètres et ces kilogrammes internationaux, qui sont peut-être les plus puissants instruments de civilisation que la France, qui en a tant produit, ait donnés au monde.

Réduit à son schéma, le four électrique se compose donc de deux charbons s'engageant dans une gouttière horizontale pratiquée dans un bloc de chaux, qu'il est commode de constituer de deux morceaux formant l'un le creuset, l'autre le couvercle. Mais la chaux est difficile à se procurer en beaux blocs; de plus, elle fond et s'use rapidement au contact de l'arc.

Pour éviter le premier inconvénient, nous avons remplacé la chaux par la pierre de Courson, ainsi que l'avaient déjà fait H. Sainte-Claire Deville et H. Debray. Pour obvier au deuxième, nous garnissons intérieurement le four d'un revêtement en charbon constitué par un morceau de tube fermé par une plaque à chaque extrémité.

Notre four se compose donc d'une enceinte cylindrique en charbon (de diamètre égal à la hauteur), logée à l'intérieur d'un bloc en pierre et séparée de la pierre par une couche d'air. Deux trous horizontaux laissent passer les électrodes constituées, comme toutes les parties en charbon, par des agglomérés de charbon de cornue lié avec du goudron sans acide borique.

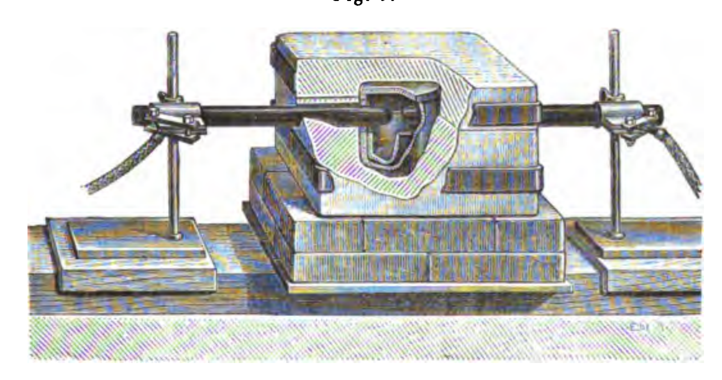
Les dimensions de l'appareil dépendent de la puissance dont on

dispose. Pour des courants compris entre 300 et 500 ampères, nous formons l'enceinte avec un morceau de tube de $6^{cm},5$ de diamètre; nous prenons comme électrodes des charbons de 3^{cm} à $3^{cm},5$ de diamètre, et le bloc de pierre a environ 30^{cm} de longueur, 20^{cm} de largeur, 15^{cm} de hauteur; le couvercle, qui a la même section, a une épaisseur de 5^{cm}.

Les cylindres de charbon qui servent d'électrode sont portés par des pinces en fer reposant sur des chariots horizontaux qui permettent de les rapprocher ou de les éloigner à volonté. Ils reçoivent le courant par de forts manchons de cuivre rouge armés de mâchoires entre lesquelles on écrase les extrémités du câble dynamo-électrique. Cette disposition, imaginée par M. Gustave Tresca, est très commode pour l'allumage et le maniement de l'arc.

La figure ci-jointe (*fig.* 1) représente le four servant à la fusion des métaux réfractaires : chrome, manganèse, etc. Il contient au fond du cylindre un creuset de charbon qui est fait, soit en aggloméré, soit en charbon de cornue, et qui contient le mélange à réduire.

Fig. 1.



Les températures obtenues varient suivant la durée de l'expérience et suivant la grandeur du four. Elles n'ont d'autres limites que celle de l'arc voltaïque. Mieux on utilisera l'arc, plus on s'approchera de cette limite. Pratiquement nous réalisons sans peine, dans nos appareils, des températures supérieures à 3000°.

Une expérience facile et intéressante consiste à projeter sur un écran l'image de l'arc travaillant dans le four. Avec nos 40 chevaux dépensant leur puissance dans 40^{cc}, nous avons un rendement de

l'espace assez enviable, et dépassant de beaucoup celui que l'on a réussi à tirer des manœuvres irlandais fonctionnant à raison de 10 hommes par 1^{mc}.

Le fait capital résultant de mes recherches, c'est que l'arc voltaïque est le siège d'un phénomène physique parfaitement défini, l'ébullition du carbone. Ce phénomène est attesté par la constance de l'éclat et de la température, ainsi que par toutes les circonstances qui caractérisent l'ébullition normale.

La constance de l'éclat avait déjà été annoncée comme très probable par Rossetti (1); et, dans une Note à la Société des Arts de Londres (2), M. Sylvanus Thomson l'avait affirmée, d'après des expériences inédites du capitaine Abney, en l'expliquant par l'ébullition du charbon. D'ailleurs tous les électriciens savaient depuis longtemps que l'éclat d'une lampe à arc ne dépend guère de la puissance de la lampe, dans les limites où des constatations, nécessairement un peu superficielles, avaient pu être faites. J'ai trouvé que l'éclat du charbon positif est rigoureusement indépendant de la puissance électrique dépensée à produire l'arc, en opérant dans des limites étendues :

Ampères.	Volts.	Watts.	Chevaux-vapeur.
10	50	500	0,7
400	85	34000	46

Les expériences ont été faites par deux méthodes très différentes.

J'ai d'abord opéré par visée directe, au moyen du spectrophotomètre que j'avais fait construire par Duboscq pour l'étude des radiations simples du platine à diverses températures (3).

C'est un photomètre à franges qui permet d'égaliser avec beaucoup de précision les radiations de longueur d'onde déterminée de deux sources lumineuses. Si l'une des sources lumineuses est formée par le bout du charbon positif, l'autre étant constituée par l'étalon de lumière, l'égalisation une fois établie persiste malgré les changements que l'on peut produire dans le régime de l'arc,

(1) Rossetti, *Rendiconti dell' Accademia dei Lincei,* anno CCLXXVI (1878-1879).

(2) Sylvanus Thomson, *Society of arts,* march 6; 1889.

(3) Violle, *Comptes rendus,* t. LXXXVIII, p. 71; 1879. — T. XCII, p. 866; 1881.

tandis que la plus légère différence amènerait immédiatement la prédominance de l'un ou de l'autre des deux systèmes de raies qui se neutralisent dans le cas de l'égalité.

J'ai ensuite fait des photographies de l'arc à différents régimes, en prenant soin de diaphragmer énormément l'objectif et de limiter la pose à une très petite fraction de seconde. Ces photographies montrent que l'éclat du charbon positif reste identiquement le même dans tous les cas, car l'opacité de la couche impressionnée se montre constante.

J'ajouterai que, suivant les expériences faites depuis par M. Blondel (1), les impuretés que peuvent contenir les charbons ordinaires du commerce n'altèrent pas sensiblement l'éclat du cratère positif. On s'en rend compte aisément, si l'on remarque que, les impuretés se volatilisant à des températures relativement basses, c'est exclusivement du carbone qui bout au pôle positif.

Les courants d'air constituent habituellement une cause d'erreur beaucoup plus redoutable. Je les évite en opérant dans le four électrique.

Si l'on prend pour cathode un charbon creux, on peut constater au pôle négatif la condensation de la vapeur de carbone qui vient former à l'intérieur du tube une trame cristalline, se développant à la manière des dépôts électrolytiques de plomb ou d'argent, pour disparaître ensuite quand la cathode se sera suffisamment échauffée.

D'une façon générale, on peut juger de la température obtenue dans le four par le simple aspect du charbon négatif qui se nettoie d'autant mieux que cette température est plus élevée, en même temps que l'éclat du charbon positif s'uniformise remarquablement, la taille restant parfaitement nette et sans trace de fusion.

Despretz (2) s'est sans doute exagéré la fusibilité du graphite à la pression ordinaire; mais il avait parfaitement raison, contre ses contemporains, lorsqu'il affirmait pour la première fois la volatilisation et la condensation du carbone.

---

(1) Blondel, *Bulletin de la Société internationale des Électriciens*, t. X, p. 132; 1893.

(2) Despretz, *Comptes rendus*, t. XXVIII, p. 756; 1849. — T. XXIX, p. 28, 545, 709; 1849. — T. XXX, p. 367; 1850. — T. XXXVII, p. 369, 443; 1853.

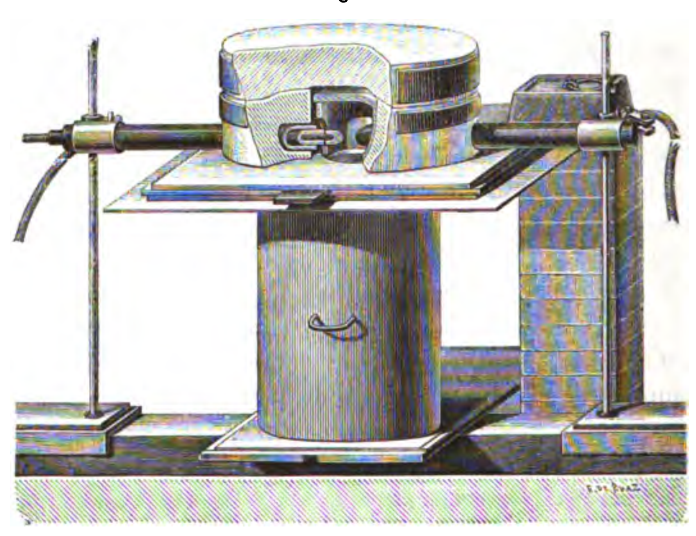
Je ne citerai point ceux qui jusqu'à ce jour ont soutenu l'opinion inverse et n'ont voulu voir, dans l'usure de l'anode et l'accroissement de la cathode, qu'un transport de charbon pulvérulent, d'autant plus qu'il ne serait peut-être pas bien difficile d'établir l'accord entre les deux opinions.

J'estime toutefois que la conception d'une véritable ébullition de l'anode rend beaucoup mieux compte des faits : elle entraîne avec elle la notion de fixité qui est le caractère du phénomène.

Une conséquence de cette fixité est l'emploi du charbon positif comme étalon photométrique secondaire. M. Blondel ([1]) a indiqué un moyen très ingénieux de réaliser un semblable étalon.

La détermination de la température d'ébullition du carbone est difficile. J'ai essayé d'abord de la mesurer par la méthode calorimétrique qui m'a servi pour les métaux réfractaires ([2]). Les *fig.* 2

Fig. 2.



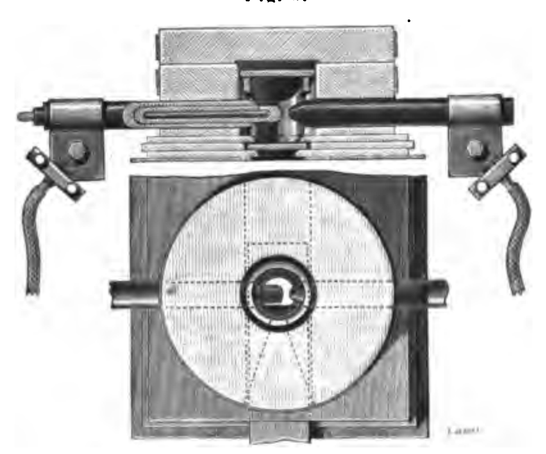
et 3 indiquent la disposition que j'ai donnée alors au four électrique. L'électrode positive est formée d'un gros tube logeant lui-même un deuxième tube qui contient une baguette terminée intérieure-

([1]) Blondel, *loc. cit.*

([2]) Violle, *Comptes rendus*, t. LXXV, p. 543; 1877. — T. LXXXVII, p. 981; 1878. — T. LXXXIX, p. 702; 1879.

ment par un bouton de même diamètre que le deuxième tube. Quand ce bouton aura pris la température voulue, il suffira de tirer vivement sur la baguette pour le détacher. Il sera alors reçu dans un petit vase en cuivre placé au milieu de l'eau du calorimètre, amené sous le four. Le fond du vase est garni d'un disque de graphite; un autre disque est jeté par un revolver sur le bouton, transformé lui-même en graphite, dès que celui-ci est tombé dans le vase; puis le vase est fermé avec son couvercle. La chaleur apportée est alors mesurée très aisément suivant le procédé habituel. Avec l'enceinte due à M. Berthelot et un système d'écrans en

Fig. 3.



carton d'amiante, on peut se préserver à peu près complètement du rayonnement du foyer, et, en tout cas, réduire assez la correction provenant de ce fait pour que deux expériences à blanc, exécutées avant et après la mesure, permettent de l'évaluer exactement. La perte de chaleur éprouvée par le bouton dans sa chute est très faible, l'ouverture du petit vase étant amenée à 10^{cm} environ des charbons et la vapeur de l'arc enveloppant le bouton sur presque tout son parcours; il suffira d'ailleurs de varier les circonstances de la chute pour estimer la grandeur de la perte. De même, en opérant successivement sur des boutons de différentes longueurs, on pourra déterminer l'effet calorimétrique qui serait produit par un morceau de graphite porté dans toute sa masse à la température de la surface terminale. On mesurera ainsi très

exactement la quantité de chaleur apportée au calorimètre par 1gr de graphite à sa température d'ébullition. Si l'on connaissait la chaleur spécifique du carbone dans ces conditions, on en déduirait aisément la température cherchée. Comme cette chaleur spécifique est encore mal connue, on ne regardera que comme approximatif le nombre de 3500° que j'ai avancé dans une première évaluation ([1]). J'espère être bientôt en état de donner un résultat mieux déterminé.

J'ai en outre entrepris de mesurer la même température par une méthode plus directe.

J'ajouterai que je n'ai point trouvé dans l'arc cette température notablement supérieure à celle du charbon positif indiquée par Rossetti.

Si l'on introduit normalement dans l'arc une fine baguette de charbon, on la voit s'user rapidement, se creusant du côté qui regarde la cathode et se recouvrant d'un dépôt pulvérulent en face de l'anode. En un mot, elle se comporte exactement comme un morceau de métal dans un bain galvanoplastique suivant la loi de Grotthus. N'est-ce pas d'ailleurs une véritable électrolyse que cette dépolymérisation signalée par M. Berthelot comme accompagnant la volatilisation du charbon dans l'arc?

En appliquant à l'examen de la cavité offerte par la baguette les méthodes qui m'ont servi à étudier l'extrémité du charbon positif, j'ai trouvé que l'éclat était le même sur la baguette que sur le charbon positif.

CAS PARADOXAL DE RÉFLEXION CRISTALLINE;

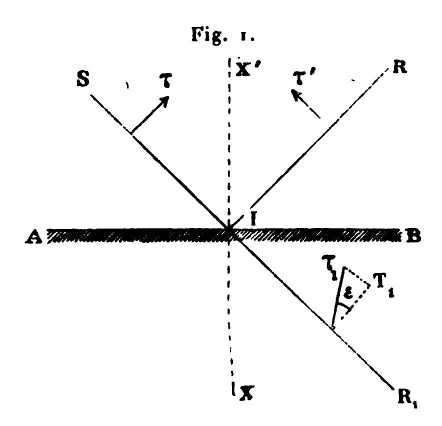
PAR M. E. CARVALLO.

1. Le fait paradoxal que je veux signaler est la réflexion de la lumière à la surface de séparation de deux milieux qui ont le même indice de réfraction. Il m'a été suggéré par les formules classiques de la réflexion cristalline et je l'ai vérifié par expérience. Il me paraît intéressant, parce que les vérifications de ces formules sont peu nombreuses et qu'un fait paradoxal prévu par la théorie et vérifié par expérience semble plus probant que tout autre.

([1]) VIOLLE, *Comptes rendus*, t. CXV, p. 1273.

2. *Le cas paradoxal.* — Dans un cristal de spath d'Islande, taillons une face AB perpendiculaire à l'axe cristallographique X (*fig.* 1) et plongeons-le dans un liquide dont l'indice de réfraction soit égal à celui de l'onde plane extraordinaire qui se propage à 45° de l'axe X. Faisons alors arriver une onde lumineuse normale à SI, à 45° de l'axe X. L'onde extraordinaire se propagera, sans déviation, dans la direction IR_1, prolongement de SI; et si nous avons soin de polariser la lumière perpendiculairement au plan d'incidence, ce rayon extraordinaire sera le seul à se propager dans le cristal : le rayon ordinaire disparaît. On pourrait croire que, dans ces conditions, toute la lumière pénètre dans le cristal. Il n'en est rien. Les formules montrent qu'une partie de la lumière se réfléchit suivant IR.

Fig. 1.



3. *Application de la théorie au cas précédent.* — Soient en effet τ, τ', τ_1 les amplitudes des trois vibrations, incidente, réfléchie et réfractée, dans le système de M. Sarrau (1). Je dois écrire que, de part et d'autre de la surface réfléchissante, il y a continuité (2) :

1° Entre les projections des vibrations sur le plan de séparation ;

---

(1) Ou encore les amplitudes de la *force électrique* dans la théorie de Maxwell.

(2) POINCARÉ, *Th. math. de la lumière,* t. I, p. 363.

2° Entre les vecteurs de Neumann ([1]).

On sait que ces conditions au nombre de cinq, en apparence, se réduisent réellement à quatre, dans le cas général. Ici, à cause de la symétrie, elles se réduisent à deux, qui sont respectivement, en désignant par i l'angle d'incidence (de 45°), et par ε l'angle de la vibration réfractée avec le plan d'onde,

$$(1) \qquad \tau \cos i - \tau' \cos i = \tau_1 \cos(i + \varepsilon),$$

$$(2) \qquad \tau + \tau' = \tau_1 \cos\varepsilon.$$

Pour retrouver les équations de M. Cornu ([2]), il suffit de poser $\tau_1 \cos\varepsilon = T_1$. Les équations (1) et (2) deviennent alors

$$(1) \qquad \tau \cos i - \tau' \cos i = T_1[\cos i - \sin i \operatorname{tang}\varepsilon],$$

$$(2) \qquad \tau + \tau' = T_1.$$

Elles montrent que l'on n'a pas $\tau' = 0$; car elles donneraient, pour τ, deux valeurs incompatibles. Pour calculer τ', je remplace, dans l'équation (1), T_1 par sa valeur tirée de (2). Il vient

$$\tau \cos i - \tau' \cos i = (\tau + \tau')[\cos i - \sin i \operatorname{tang}\varepsilon],$$

d'où l'on tire

$$(3) \qquad \tau' = \frac{\tau \sin i \operatorname{tang}\varepsilon}{2\cos i - \sin i \operatorname{tang}\varepsilon} = \tau \frac{\operatorname{tang} i \operatorname{tang}\varepsilon}{2 - \operatorname{tang} i \operatorname{tang}\varepsilon}.$$

4. *Application numérique.* — Je dois remplacer, dans cette formule, i par 45°; ε par sa valeur déduite de la théorie de la double réfraction (théorie de Maxwell ou de M. Sarrau). C'est l'angle de la vibration avec l'onde plane. Pour calculer cet angle, je désigne par θ et θ' les angles que le plan d'onde d'une part et la vibration d'autre part font avec le plan perpendiculaire à l'axe du cristal. On aura, en désignant par n et n' les deux indices principaux,

$$\operatorname{tang}\theta' = \frac{n^2}{n'^2} \operatorname{tang}\theta,$$

d'où l'on tire

$$\frac{n^2}{n'^2} = \frac{\operatorname{tang}\theta'}{\operatorname{tang}\theta} = \frac{\sin\theta' \cos\theta}{\cos\theta' \sin\theta}$$

([1]) Dans la théorie de Maxwell, ce sera la *force magnétique*.

([2]) Cornu, *Sur la réflexion cristalline* (*Ann. de Ch. et de Phys.*, 4e série, t. XI, p. 283).

et, par une transformation connue des proportions,

$$\frac{n^2 - n'^2}{n^2 + n'^2} = \frac{\sin\theta' \cos\theta - \cos\theta' \sin\theta}{\sin\theta' \cos\theta + \cos\theta' \sin\theta} = \frac{\sin(\theta' - \theta)}{\sin(\theta' + \theta)}.$$

Si maintenant on remplace θ par $45°$ et θ' par $45° + \varepsilon$, il vient

$$\frac{n^2 - n'^2}{n^2 + n'^2} = \operatorname{tang}\varepsilon.$$

Si je remplace $\operatorname{tang}\varepsilon$ par cette valeur et $\operatorname{tang} i$ par 1 dans la formule (3), j'obtiens en définitive

$$(4) \qquad \frac{\tau'}{\tau} = \frac{n^2 - n'^2}{n^2 + 3n'^2}.$$

Pour la raie D, on a

$$n = 1{,}65837, \qquad n' = 1{,}48650.$$

L'application de la formule (4) donne alors

$$(5) \qquad \frac{\tau'}{\tau} = 0{,}0576.$$

5. *Comparaison du rayon extraordinaire au rayon ordinaire.* — Il est intéressant de comparer ce nombre $\frac{\tau'}{\tau} = 0{,}0576$ à celui que donne le rayon ordinaire du spath. Supposons donc maintenant la lumière polarisée dans le plan d'incidence. Dans ce cas, les formules ([1]) sont celles de la réflexion vitreuse, et l'on a, en désignant par τ_1 et τ'_1 les amplitudes des vibrations incidente et réfléchie,

$$(6) \qquad -\frac{\tau'_1}{\tau_1} = \frac{\sin(i - r)}{\sin(i + r)}$$

ou, en faisant $i = 45°$, $r = 45° - \alpha$,

$$-\frac{\tau'_1}{\tau_1} = \operatorname{tang}\alpha.$$

Pour calculer α, nous avons la loi de Descartes

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n}{\nu},$$

où ν est l'indice de réfraction du liquide dans lequel plonge le

---

([1]) Il ne faut pas confondre cette nouvelle signification attribuée à la lettre τ_1 avec celle qui lui avait été donnée au n° 3.

cristal. De cette formule on tire

$$\sin r = \frac{\nu}{n} \sin i.$$

Dans cette formule, n et i sont connus; la valeur de ν, indice de réfraction du rayon extraordinaire à 45° de l'axe, se déduit des valeurs des indices principaux $n = 1,65837$, $n' = 1,48650$ par la formule

$$\frac{1}{\nu^2} = \frac{1}{n^2} \cos^2 45^\circ + \frac{1}{n'^2} \sin^2 45^\circ.$$

On trouve

$$\nu = 1,5654.$$

Cette valeur de ν portée dans la formule précédente, avec $i = 45^\circ$ et $n = 1,65837$, donne

$$r = 41^\circ 52' 20'',$$

d'où l'on déduit

$$\alpha = 45^\circ - r = 3^\circ 7' 40''$$

et enfin

$$-\frac{\tau'_1}{\tau_1} = \tan g\, \alpha = 0,0546.$$

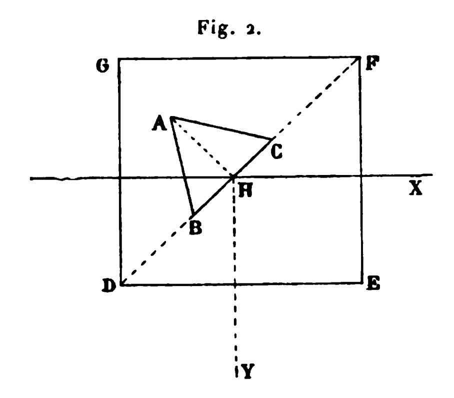
Comparons cette valeur $-\frac{\tau'_1}{\tau_1} = 0,0546$ à celle qui a été obtenue pour le rayon extraordinaire $-\frac{\tau'}{\tau} = 0,0576$; nous arrivons à cette conclusion assez étrange :

A 45° de l'axe cristallographique du spath d'Islande, le rayon ordinaire, qui a un indice de réfraction notablement différent de celui du liquide où plonge le cristal ($n = 1,65837$ et $\nu = 1,56540$), *est un peu moins fortement réfléchi que le rayon extraordinaire* $\left(-\frac{\tau'_1}{\tau_1} = 0,0546 \text{ et } \frac{\tau'}{\tau} = 0,0576\right)$ *qui a exactement le même indice que le liquide.*

6. *Vérification expérimentale qualitative.* — Sur la plate-forme d'un goniomètre, on dispose une cuve rectangulaire DEFG (*fig.* 2), de façon que les faces DE, EF soient perpendiculaires aux axes optiques HX et HY du collimateur et de la lunette préalablement disposés à angle droit. Dans cette cuve repose un prisme de spath ABC taillé de façon que l'axe soit perpendiculaire

à la face BC. On oriente le prisme de façon que l'image de la fente du collimateur vienne se faire sur le réticule de la lunette placée à 90° du collimateur. Enfin on remplit la cuve d'un liquide ayant la densité voulue $\nu = 1,5654$.

Fig. 2.



On observe encore une faible lumière réfléchie. Si maintenant on place un polariseur entre le collimateur et le prisme, on constate que la quantité de lumière réfléchie ne varie pas sensiblement quand on fait tourner le polariseur dans sa monture, ce qui montre que le rayon ordinaire et le rayon extraordinaire sont à peu près également réfléchis. Je vais maintenant indiquer quelques détails expérimentaux, avant d'aborder la vérification numérique des formules.

7. *Composition et vérification du liquide d'indice* $\nu = 1,5654$. — Le liquide est composé d'un mélange de sulfure de carbone et de benzine. Les indices de ces liquides sont

$$a = 1,6303 \qquad (CS^2),$$
$$b = 1,5002 \qquad (C^{12}H^6).$$

Pour connaître les proportions en volume des deux liquides à mélanger, on applique la loi de Gladstone que l'on peut écrire, en appelant x et y les volumes inconnus,

$$ax + by = \nu(x + y).$$

On en tire

$$\frac{x}{y} = \frac{\nu - b}{a - \nu} = \frac{0,0652}{0,0649} \quad \left\{ \begin{array}{l} CS^2 \\ C^{12}H^6 \end{array} \right. .$$

J'ai été assez surpris de trouver, pour le mélange ainsi formé, non pas l'indice souhaité 1,5654, mais 1,5420. La benzine employée n'était-elle pas pure? Y a-t-il une action des deux liquides l'un sur l'autre? N'ai-je pas eu la précaution d'agiter le liquide pour rendre le mélange intime, avant de prélever la portion qui a servi à la mesure? Laissant de côté ces questions, j'ai pris le parti d'abaisser l'indice du sulfure de carbone par des additions successives et méthodiques du mélange d'indice 1,542.

Je suis alors arrivé très vite au résultat cherché en notant chaque fois la déviation produite par le mélange placé dans un prisme à liquide. Comme vérification, j'ai constaté que, le liquide étant dans la cuve, dans la position de la *fig.* 1, le rayon extraordinaire transmis n'est pas dévié par son passage à travers les milieux réfringents.

8. *La cuve et le prisme.* — La cuve est à faces parallèles soignées et l'angle des deux couples de faces est très suffisamment droit. Les écarts de ces angles sont voisins de 10′. Le prisme est celui que j'ai étudié antérieurement [1]; il appartient au laboratoire de M. Cornu, à l'École Polytechnique. L'angle de l'axe cristallographique avec BC ne diffère de 90° que de 9′,5.

9. *Méthode de mesure pour la vérification des formules*

$$(7)\qquad \begin{cases} \dfrac{\tau'}{\tau} = 0{,}0576 & \text{(rayon extraordinaire)}, \\[2mm] -\dfrac{\tau'_1}{\tau_1} = 0{,}0546 & \text{(rayon ordinaire)}. \end{cases}$$

La section principale du polariseur est réglée à 45° de celle du prisme. Un analyseur, placé entre le prisme et la lunette, permet d'éteindre l'image réfléchie. Un calcul simple permet de déduire de l'azimut d'extinction le rapport $-\dfrac{\tau'_1}{\tau_1} : \dfrac{\tau'}{\tau}$, lequel doit avoir pour valeur $\dfrac{0{,}0546}{0{,}0576}$.

10. *Essai de la flamme de sodium.* — Malheureusement les quantités de lumière réfléchie étant très faibles, la flamme de

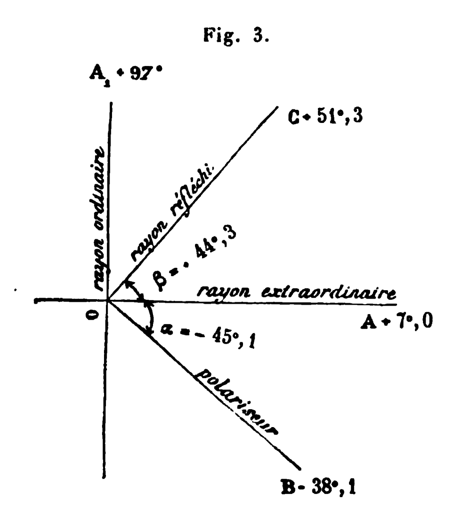
---

[1] *Annales de l'École Normale*, Supplément pour 1890.

sodium ne permet pas d'obtenir des mesures précises. Il y a une indécision d'environ 5° sur la position d'extinction de l'analyseur. Tout ce qu'on peut constater, c'est que le plan de polarisation a tourné environ de 90° par le fait de la réflexion. L'angle de la vibration réfléchie avec la section principale du prisme est donc voisin de 45°, et il est ainsi vérifié que les quantités de lumière réfléchie sont sensiblement égales pour le rayon ordinaire et pour le rayon extraordinaire.

11. *Vérification numérique avec le Soleil.* — Le Soleil devait me fournir une lumière plus facile à observer, étant beaucoup plus intense. Cette lumière, il est vrai, n'est pas homogène, et les calculs ci-dessus ne s'y appliquent pas. Mais j'ai pensé qu'il devait se produire ici, comme dans la polarisation rotatoire, un phénomène analogue à celui de la teinte sensible. L'expérience a justifié cette prévision : on ne peut pas obtenir l'extinction; mais, de part et d'autre de la position de l'analyseur qui éteint la lumière jaune, l'image de la fente du collimateur se colore, soit en rouge, soit en bleu. Ce phénomène rend la méthode sensible.

Fig. 3.



Les résultats de l'observation sont réunis en un schéma sur la *fig.* 3. On y a représenté les azimuts de l'analyseur qui donnent l'extinction de la lumière jaune, conformément au Tableau suivant :

	Azimuts d'extinction.
Rayon extraordinaire à travers le prisme............	+ 7°,0
» ordinaire à travers le prisme.................	+ 97,0
» transmis par le polariseur....................	— 38,1
» réfléchi par la surface BC du prisme.........	+ 51,3

Les angles que font entre eux ces azimuts d'extinction mesurent ceux que font entre eux les azimuts des vibrations éteintes. On peut donc regarder ces azimuts d'extinction comme représentant ceux des vibrations elles-mêmes.

Pour comparer les nombres observés à la théorie, je désigne par α et β les angles que font, avec l'azimut de la vibration extraordinaire du prisme, ceux de la vibration incidente et de la vibration réfléchie. Ces angles seront comptés comme en Trigonométrie. On a, sur la figure,

$$(8)\qquad \begin{cases} \alpha = AB = -38°,1 - 7°,0 = -45°,1, \\ \beta = AC = +51°,3 - 7°,0 = +44°,3. \end{cases}$$

L'angle α étant regardé comme donné, comparons le nombre observé β à celui qui résulte de la théorie. Celle-ci donne, en prenant pour unité la vibration incidente, transmise par le polariseur,

$$\tau = \cos\alpha, \qquad \tau_1 = \sin\alpha,$$
$$\tau' = 0,0576\cos\alpha, \qquad \tau'_1 = -0,0546\sin\alpha,$$

d'où l'on tire

$$\frac{\tau'_1}{\tau'} = \frac{-0,0546}{0,0576}\tang\alpha,$$

et, en remplaçant α par sa valeur $-45°,1$,

$$\frac{\tau'_1}{\tau'} = +0,952.$$

Ce rapport représente la valeur de $\tang\beta$ assignée par la théorie. On en déduit, pour la comparaison avec l'observation,

β calculé................	43°,6
β observé................	44,3
Différence O — C.........	+ 0,7

Cette vérification doit être regardée comme satisfaisante.

RECHERCHES SUR LES DIÉLECTRIQUES;

PAR M. JULIEN LEFÈVRE.

Dans un champ électrique produit par un seul point électrisé A, je place un diélectrique à faces planes et parallèles et je cherche comment la valeur du potentiel se trouve modifiée en un point situé de l'autre côté du diélectrique, sur la perpendiculaire abaissée du point A sur les faces de celui-ci. Je me suis servi d'une balance de Coulomb, carrée et de grandes dimensions, revêtue à l'intérieur d'une couche métallique reliée au sol. Sur la face antérieure est ménagée, pour les observations, une longue fenêtre horizontale, fermée par une glace à faces parallèles. La boule, qui d'ordinaire est fixe, peut décrire une droite horizontale parallèle à cette fenêtre et passant par la position d'équilibre de la boule mobile. Celle-ci est portée par une longue aiguille que soutient un bifilaire, placé excentriquement. Lorsque le bifilaire est sans torsion, cette aiguille est perpendiculaire à la fenêtre; elle porte un petit miroir plan qui permet de le constater par la méthode de Poggendorff. La tête de torsion, qui porte le bifilaire, est placée à l'extrémité d'un fer en T scellé dans un mur épais.

La balance renferme encore un compensateur formé de deux boules ou d'une boule et d'un plateau, disposés de part et d'autre de deux boules principales et destinés à annuler l'action des parois de la cage sur l'aiguille mobile. Les quatre pièces peuvent communiquer avec l'un des pôles d'une bobine de Ruhmkorff, donnant environ $1^{cm},5$ d'étincelle et dont l'autre pôle est à la terre.

L'aiguille mobile étant au zéro, c'est-à-dire perpendiculaire à la fenêtre, sans torsion du bifilaire, j'interpose entre les deux boules un diélectrique, solide ou liquide, perpendiculaire à la ligne qui joint leurs centres. Je charge l'aiguille mobile et le compensateur, mais non la boule fixe, et je dispose les deux pièces de celui-ci de façon à maintenir l'aiguille au zéro. Le champ produit sur la boule mobile par les charges des parois, des compensateurs et de cette boule elle-même, se trouve ainsi annulé.

Je charge alors la boule fixe, que j'amène successivement à dif-

férentes distances de la boule mobile. Dans chaque position, j'équilibre la répulsion et je ramène l'aiguille au zéro en tordant le bifilaire. La distance des boules est mesurée avec un cathétomètre, placé horizontalement devant la fenêtre.

Je fais ensuite une série d'expériences identiques, mais sans diélectrique. Puis les torsions observées dans ces deux séries subissent deux corrections : la première, relative à l'influence réciproque des deux boules, a été calculée par la méthode des images électriques; elle équivaut à augmenter la distance des centres d'une quantité sensiblement constante, dans les limites de mes expériences; la seconde est relative à la torsion du bifilaire, qui ne suit pas tout à fait la loi du sinus.

Les expériences ainsi corrigées, je construis deux courbes ayant pour abscisses les distances des boules et pour ordonnées les torsions obtenues avec ou sans le diélectrique. Ces courbes montrent que l'effet de la lame isolante est le même, au moins dans les limites de mes expériences, que si l'on rapprochait les boules d'une distance δ, qui paraît être proportionnelle à l'épaisseur e et varier avec la nature de la plaque; je pose donc

$$\delta = e f(k),$$

k étant la constante diélectrique. La distance δ peut être mesurée directement sur les courbes et j'en déduis $f(k)$, dont les valeurs se trouvent dans le Tableau ci-dessous.

Il reste à déterminer la forme qui convient le mieux pour $f(k)$. J'ai essayé successivement les formes empiriques

$$(1)\qquad \frac{k-1}{2},$$

$$(2)\qquad \frac{k-1}{k},$$

$$(3)\qquad \frac{3}{2}\,\frac{k-1}{k+2},$$

$$(4)\qquad 2\,\frac{k-1}{k+2},$$

qui donnent des résultats identiques pour $k = 1$ et pour $k = 2$. Le Tableau suivant montre que les quatre valeurs de k, tirées de ces formules, sont suffisamment d'accord avec les nombres de M. Gordon et ceux qui ont été obtenus depuis par divers expéri-

mentateurs. Il est donc impossible de déterminer avec certitude la forme de $f(k)$.

Parmi les quatre formes étudiées, la première est celle qui donne, pour une même substance, les nombres les plus concordants; peut-être même peut-on lui reprocher de manquer de sensibilité, car elle fournit, pour les six substances essayées, des valeurs bien voisines les unes des autres. La moyenne pour le soufre est sensiblement inférieure aux nombres de Gordon; de même pour le verre.

La seconde présente au contraire deux défauts de concordance, l'un pour les deux glaces de Saint-Gobain, l'autre pour la plaque de soufre n° 4, qui ne s'accorde pas avec les trois autres; mais c'est une plaque qui était fondue depuis plus de six mois lorsque je l'ai employée, tandis que les autres ont été introduites dans l'appareil aussitôt après leur fabrication. J'ai d'ailleurs obtenu la même différence dans les mêmes conditions avec d'autres plaques non indiquées ici; mais on sait que, d'après M. Gordon, le pouvoir inducteur du verre augmente notablement avec le temps; il n'est pas surprenant qu'il en soit de même pour le soufre. Le cas des deux glaces de Saint-Gobain peut s'expliquer, soit par la même raison, soit par une différence de composition; rien ne me garantit qu'elles soient formées de verre identique.

Substances.	e.	δ.	$f(k)$.	k_1.	k_2.	k_3.	k_4.
Paraffine brune	3,54	1,775	0,50	2,00	2,00	2,00	2,00
Paraffine blanche	3,90	2,15	0,55	2,10	2,22	2,15	2,13
Ebonite, n° 1	2,72	1,50	0,55	2,10	2,22	2,15	2,13
» n° 2	2,12	1,275	0,60	2,20	2,50	2,33	2,28
Glace de St-Gobain n° 1	1,73	1,20	0,69	2,38	3,22	2,70	2,58
» n° 2	2,50	1,40	0,56	2,12	2,27	2,19	2,16
Soufre n° 1	2,87	1,825	0,63	2,26	2,70	2,44	2,38
» n° 2	4,50	3,00	0,66	2,32	2,94	2,57	2,47
» n° 3	3,60	2,10	0,58	2,16	2,38	2,26	2,22
Soufre (fondu depuis 6 mois), n° 4	2,46	1,80	0,73	2,46	3,70	2,89	2,72
Essence de térébenthine	3,00	1,10	0,37	1,74	1,58	1,65	1,68
Sulfure de carbone	3,00	1,275	0,42	1,84	1,72	1,77	1,79

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

T. XLV, XLVI, XLVII.

Optique.

P. LEBEDEW. — Sur la force répulsive des corps rayonnants, t. XLV, p. 272-297.

D'après Maxwell [1], un corps qui absorbe le rayonnement éprouve dans la direction de la propagation qu'il supprime une pression

$$P = \frac{E}{v};$$

E est la quantité d'énergie communiquée au corps en vertu de l'absorption pendant l'unité de temps, v la vitesse de propagation du rayonnement dans le milieu où se trouve le corps absorbant.

En admettant la valeur de la constante solaire donnée par Langley, M. Lebedew cherche la grandeur de la répulsion éprouvée par un corps sphérique absorbant et il trouve que pour tout corps dont la densité est supérieure à 1 et le rayon à 10^m, l'écart par rapport à la loi de Newton est au-dessous des grandeurs observables; mais, pour des corps de dimension beaucoup plus petite, la répulsion résultant de l'absorption du rayonnement peut devenir très supérieure à l'attraction newtonienne.

Si l'on considère deux sphères absorbantes à la température de 0° C. de densité égale à 10 et de rayon égal à 2^{mm}, isolées dans l'espace, la force répulsive qu'elles exerceraient l'une sur l'autre en vertu du rayonnement contre-balancerait exactement l'attraction newtonienne; si le rayon des sphères se réduisait à un millionième de millimètre, la répulsion serait d'un ordre de grandeur un million de fois supérieur à l'attraction.

E. PRINGSHEIM. — La loi de Kirchhoff et le rayonnement des gaz, t. XLV, p. 428-459.

La loi de Kirchhoff n'est établie théoriquement que pour les

[1] MAXWELL, *Elect. and Magnetism*, art. 792.

corps dont le rayonnement est fonction de la température seule. Cette condition est-elle réalisée par les gaz rayonnants? W. Siemens ([1]) pensait qu'aucune expérience n'a établi jusqu'ici d'une manière évidente qu'un gaz est susceptible d'émettre de la lumière quand on l'échauffe. D'après lui, l'oxygène, l'acide carbonique, l'azote et la vapeur d'eau n'émettent aucune lumière à la température de 1500°.

M. Pringsheim établit d'abord que, si l'on chauffe du carbonate de soude ou du chlorure de sodium dans l'azote, dans l'air ou dans l'acide carbonique, à la plus haute température qu'on puisse atteindre dans un tube de porcelaine, on ne peut déceler la moindre trace de la raie D dans le spectre d'émission ou d'absorption.

Si l'on emploie du sodium métallique au rouge sombre, on obtient une vapeur colorée dont le spectre d'absorption présente une série de bandes. Quand la température s'élève, la vapeur devient moins foncée et bientôt parfaitement transparente : elle présente alors la double raie D brillante dans son spectre d'émission et obscure dans son spectre d'absorption. Des observations analogues ont déjà été publiées par MM. Lockyer ([2]), Liveing et Dewar ([3]). M. Pringsheim juge toutefois que ces observations ne tranchent pas définitivement la question, que l'oxydation du sodium doit jouer un rôle même dans le cas où le tube ne contient que de l'azote (toujours impur), que par suite il n'est pas établi que, même dans le cas du sodium métallique, l'émission lumineuse n'est fonction que de la température seule.

Une série très intéressante d'expériences de M. Pringsheim prouve que les sels de sodium portés à l'incandescence dans une flamme émettent la raie D à des températures où les mêmes sels chauffés dans un gaz neutre n'émettent pas la moindre trace de lumière (tandis que le sodium métallique dans un gaz neutre présenterait le même spectre). L'auteur établit par des expériences directes qu'il faut chercher l'explication de ces phénomènes dans une réduction des sels de soude par l'hydrogène ou les autres gaz

---

([1]) W. Siemens, *Wied. Ann.*, t. XVIII, p. 311; 1883.

([2]) Lockyer, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXVIII, p. 1790; 1874.

([3]) Liveing et Dewar, *Proc. Roy. Soc.*, t. XXVII, p. 132; 1878.

actifs de la flamme. Dans les conditions pratiques où l'on observe le spectre des sels de soude par incandescence il est donc certain que l'intensité de l'émission n'est pas fonction de la température seule, puisqu'il y a une action chimique concomitante.

En résumé, l'auteur se croit autorisé à conclure, d'après l'ensemble de ses recherches :

1° Qu'il n'y a pas de source lumineuse connue qui remplisse les conditions pour lesquelles la loi de Kirchhoff a été démontrée ;

2° Qu'on peut porter des gaz à l'incandescence dans des flammes dont la température ne dépasse pas 150° ;

3° Que l'incandescence des sels de soude dans les flammes est liée à des actions chimiques ;

4° Que le sodium chauffé dans des gaz neutres n'émet de lumière qu'à la faveur d'actions chimiques ;

5° Que l'hypothèse que des gaz peuvent devenir lumineux par la seule élévation de leur température est jusqu'ici purement gratuite.

O. LUMMER et F. KURLBAUM. — Recherches bolométriques, t. XLVI, p. 204-224.

Le bolomètre de MM. Lummer et Kurlbaum se compose de quatre branches sensiblement identiques. Chaque branche est constituée par une feuille très mince de platine convenablement découpée, et la disposition de l'appareil est telle que l'on peut exposer au rayonnement à volonté le système des branches 1 et 3 ou 2 et 4 du pont.

Pour obtenir une feuille de platine suffisamment mince, les auteurs ont recours au procédé bien connu employé pour la fabrication de fils de platine très fins, c'est-à-dire qu'ils soudent une feuille de platine à une feuille d'argent beaucoup plus épaisse et soumettent ensuite le système à une série de laminages et de recuits. Quand on a atteint l'épaisseur voulue, on fixe la lame sur une plaque de verre, on la découpe à la machine à diviser, on la sépare du verre et on la soumet à l'action de l'acide nitrique pour dissoudre l'argent. Des précautions minutieuses sont nécessaires pour le lavage qui doit être opéré *par déplacement,* en rempla-

çant l'acide par de l'eau, l'eau par de l'alcool, à l'aide de siphons étroits, sans sortir la lame découpée du liquide. Il est aussi assez difficile de noircir la lame au noir de fumée sans la briser.

Le bolomètre de MM. Lummer et Kurlbaum peut demeurer exposé longtemps dans une chambre à température constante sans que l'aiguille du galvanomètre quitte sa position d'équilibre. Une variation de température de $0°,15$ des branches 1 et 3 fournit une déviation constante à $\frac{1}{100}$ près : les auteurs estiment qu'on pourrait encore évaluer une variation de température six fois plus faible avec la même approximation.

B. WALTER. — Valeurs exactes des indices de réfraction de l'eau, t. XLVI, p. 423-425.

Les expériences de l'auteur sont bien représentées, jusqu'à la cinquième décimale par la formule

$$n = 1,33401 - 10^{-6}(12t + 2,05t^2 - 0,005t^3)$$

relative à la raie D.

W. HALLWACHS. — Sur les indices de réfraction des dissolutions étendues; t. XLVII, p. 380-398.

C'est la première Partie d'un travail entrepris par M. Hallwachs, pour reconnaître si les variations de constitution chimique des dissolutions étendues, mises en évidence par la mesure des conductibilités électriques, peuvent aussi être manifestées par une étude purement optique. Pour cet objet il ne suffit pas de connaître les variations de l'indice de réfraction de la dissolution comparée à l'eau pure : il faut encore connaître les variations de la densité, que l'auteur n'a pas étudiées dans ce premier Mémoire.

Les mesures des variations d'indices ont été exécutées par une méthode interférentielle. L'accroissement de l'indice de réfraction dû à une molécule de sel dissous croît très sensiblement avec la dilution pour l'acide sulfurique, les sulfates de magnésie, de zinc, de cuivre, le carbonate de soude et l'acide tartrique; on constate un accroissement plus faible, mais encore appréciable, pour l'acide chlorhydrique, le chlorure de sodium et l'acide acétique; mais dans le cas du sucre on n'observe aucune variation. Ces faits sont

en accord général avec les prévisions, mais ne peuvent acquérir une valeur démonstrative bien certaine que lorsque les variations de densité de ces diverses dissolutions seront bien connues.

C. PULFRICH. — **Influence de la température sur la réfraction du verre;** t. XLV, p. 609-665.

Tandis que l'indice de réfraction de la plupart des corps solides décroît quand la température s'élève, diverses sortes de verres et quelques cristaux présentent le phénomène opposé, en apparence paradoxal, d'un accroissement de l'indice de réfraction avec la température.

D'un grand nombre de mesures réalisées à l'usine de Carl Zeiss, à Iéna, sur diverses sortes de verres et d'autres solides transparents, M. Pulfrich tire cette conclusion générale que :

Le pouvoir dispersif de tous les corps solides, y compris les verres en apparence anormaux, croît quand la température s'élève.

Il se fonde sur le résultat de ces expériences pour proposer l'interprétation suivante de l'anomalie apparente signalée ci-dessus.

La chaleur agit de deux manières sur un corps : 1° elle diminue la densité et de ce chef l'indice de réfraction doit décroître quand la température s'élève; 2° elle accroît la force vive vibratoire des molécules d'où résulte une variation de l'absorption. Mais la théorie de Helmholtz et l'expérience coïncident pour indiquer une relation entre l'indice de réfraction et l'absorption. M. Pulfrich *suppose* que, de ce dernier chef, l'indice de réfraction doit diminuer quand la température s'élève. Cela posé, l'un ou l'autre des deux effets peut être prépondérant. Pour les corps très peu absorbants, l'effet de densité prédominera; ce sera l'inverse pour les corps très absorbants.

M. Pulfrich confirme cette interprétation par des expériences sur l'absorption des verres. On a depuis longtemps observé dans les usines que des verres qui sont peu colorés à basse température deviennent de plus en plus foncés quand on élève leur température jusqu'au voisinage de la fusion. On peut aller plus loin et reconnaître que l'absorption exercée par les flints sur le bleu

spectral, croît quand la température s'élève et se traduit par une déformation croissante de la courbe de dispersion; cette déformation est dans le sens prévu par la théorie de Helmholtz. L'*accroissement de l'indice avec la température,* présenté par les flints dans la région visible du spectre, serait donc, d'après M. Pulfrich, *un pur effet de dispersion anomale.*

H. KAYSER et C. RUNGE. — Sur les spectres du cuivre, de l'argent et de l'or; t. XLVI, p. 225-243.

On sait que MM. Kayser et Runge ont découvert dans les spectres de la plupart des corps des deux premières séries de Mendeleeff des séries très intéressantes de doublets et de triplets dont la périodicité est représentée par des formules simples ([1]). Mais, tandis que, pour les alcalis, la totalité des lignes spectrales obéit à ces lois de périodicité, il n'a été possible aux auteurs de reconnaître dans les spectres du cuivre et de l'argent qu'un petit nombre de lignes que l'on puisse ranger en séries périodiques; ils ont échoué pour l'or.

Résumant à la fin de leur Mémoire les résultats acquis par eux jusqu'ici, les auteurs font ressortir l'analogie que présentent, au point de vue purement spectral, les corps chimiquement analogues. Par la périodicité des raies, les éléments étudiés par MM. Kayser et Runge se groupent, en effet, comme il suit :

A	Li, Na, K, Rb, Cs
B	Cu, Ag, Au
C	Mg, Ca, Sr
D	Zn, Cd, Hg

Or ces groupes sont précisément des groupes chimiques naturels.

Les auteurs font encore observer que plus un corps est difficilement fusible, et plus la proportion relative des raies spectrales qui échappent aux lois de périodicité devient importante.

H. RUBENS. — Sur la dispersion des rayons infra-rouges; t. XLV, p. 238-261.

Après avoir rappelé les travaux de M. Mouton et de M. Langley

([1]) Voir *Journal de Physique,* 2e série, t. X, p. 530; 3e série, t. I, p. 479.

sur la dispersion des rayons infra-rouges, M. Rubens indique la méthode nouvelle qu'il a appliquée pour le même objet. Les rayons issus d'une source intense sont rendus parallèles par une lentille et reçus à 45° sur deux plaques P parallèles emprisonnant entre elles une mince couche d'air, enfin concentrés par une deuxième lentille sur la fente du collimateur d'un spectroscope. Le parallélisme des plaques P est tel que dans la lumière réfléchie on n'aperçoit qu'une teinte uniforme : le spectre visible fourni par le spectroscope est donc sillonné de franges et pour deux de ces franges consécutives la différence de marche constante imprimée par le système des plaques aux deux faisceaux interférents comprend des nombres de longueurs d'onde qui diffèrent d'une unité. Ces franges se continuent dans l'infra-rouge; et il suffit de connaître le numéro d'ordre d'une quelconque d'entre elles par rapport à une frange du spectre visible pour en déduire la longueur d'onde de la radiation qui correspond à la frange et qu'on se propose d'étudier.

Un bolomètre linéaire placé au foyer de l'objectif de la lunette du spectroscope permet d'apprécier les déviations des franges; on a donc tous les éléments pour l'étude de la dispersion des rayons infra-rouges par le prisme du spectroscope et cela pour une série de longueurs d'onde connues.

M. Rubens a ainsi étudié la dispersion de substances variées, prismes divers de flint et de crown, eau, sulfure de carbone, xylol, benzine, quartz, sel gemme et spath fluor. Pour le sulfure de carbone, le xylol et la benzine les résultats sont bien représentés par la formule de Cauchy

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2},$$

c'est-à-dire qu'à mesure que la longueur d'onde croît, l'indice paraît tendre vers une valeur limite A bien déterminée, qui serait 1,5835 pour le sulfure de carbone, 1,4736 pour le xylol, 1,4008 pour la benzine. Il est d'ailleurs à remarquer que ces valeurs ne vérifient pas toujours la relation de Maxwell $A = \sqrt{\mu}$.

	Constante diélectrique μ.	$\sqrt{\mu}$.	A.
Sulfure de carbone.......	2,67	1,63	1,5835
Xylol....................	2,35	1,53	1,4736
Benzine..................	2,20	1,48	1,4806

La formule de Cauchy n'est certainement pas applicable aux autres substances étudiées par M. Rubens. Ce dernier résultat était déjà établi par les recherches de MM. Mouton et Langley. Nous ajouterons que M. Rubens compare les résultats qu'il a obtenus avec le quartz à ceux de M. Mouton jusqu'à $\lambda = 2^{\mu}$ et ceux qu'il a obtenus avec le sel gemme à ceux de M. Langley jusqu'à $\lambda = 5^{\mu},3$. La concordance est exacte à trois unités du quatrième ordre au plus.

M. Rubens termine son Mémoire par quelques mesures de coefficients d'absorption. Il trouve que les trois corps (sulfure de carbone, benzine et xylol) qui obéissent à la formule de Cauchy ne se distinguent pas essentiellement de ceux qui n'y obéissent pas, au point de vue de l'absorption exercée sur les radiations infra-rouges : le sulfure de carbone est presque parfaitement transparent, tandis que le xylol et la benzine présentent une absorption énergique.

H. RUBENS et B.-W. SNOW. — Sur la réfraction des rayons de grande longueur d'onde dans le sel gemme, la sylvine et la fluorine; t. XLVI, p. 529-541.

Les expériences de M. Rubens n'avaient été étendues que jusqu'à la longueur d'onde $5^{\mu},3$ pour le sel gemme. En employant comme appareil réflecteur des lames plus grandes, MM. Rubens et Snow ont pu dépasser 8^{μ}.

Au point de vue de la dispersion des rayons infra-rouges, la sylvine se comporte à peu près comme le sel gemme; quant au spath fluor, sa dispersion comparée à celle du sel gemme est petite dans l'étendue du spectre visible, mais elle devient énorme dans l'infra-rouge au delà de 2^{μ}. Son indice, qui est 1,4398 pour $\lambda = 0^{\mu},434$ et 1,4325 pour $\lambda = 0^{\mu},656$, se réduit à 1,4240 pour $\lambda = 0^{\mu},019$ et à 1,378 seulement pour $\lambda = 8^{\mu},07$.

B.-W. SNOW. — Sur le spectre d'émission infra-rouge des alcalis; t. XLVII, p. 208-231.

Ces recherches ont été exécutées à l'aide d'un bolomètre linéaire.

Elles ont conduit l'auteur à cette conclusion curieuse que le maximum d'énergie dans le spectre de l'arc électrique jaillissant

entre des pointes de charbon (spectre de bandes) se trouve dans la région ultra-violette, au delà de la raie H de Frauenhofer, entre $0^{\mu},385$ et $0^{\mu},388$; un maximum d'énergie moins important se trouve entre $0^{\mu},411$ et $0^{\mu},420$.

La présence d'un alcali en vapeur dans l'arc électrique change complètement la distribution de l'énergie; par exemple, dans la région $0^{\mu},385$ à $0^{\mu},388$, l'énergie se réduit presque à rien et le caractère des déviations bolométriques indique nettement un spectre de lignes.

Les Tableaux suivants résument les recherches de M. Snow, sur les spectres des alcalis dans l'arc électrique. La deuxième colonne, I, donne les intensités relatives de l'énergie correspondante aux diverses raies (déviation bolométrique).

Lithium. λ.	I.	*Potassium.* λ.	I.	λ.	I.
$0^{\mu},3913$	10	0,4045	30	0,885	13
0,4140	58	0,4233	16	0,950	23
0,4238	11	0,5113	5	1,086	108
0,4288	10	0,5340	9	1,155	395
0,4615	331	0,5362	6	1,220	205
0,4990	34	0,5800	14	1,470	70
0,6102	570	0,643	11	1,500(?)	50
0,670	1191	0,691	74		
0,811	296	0,768	1443		
1,800(?)	(?)	0,840	18		

Sodium.

0,3932	31	0,5892	877	0,770	22
0,3967	31	0,616	91	0,818	660
0,4236	42	0,644	22	0,855	18
0,4677	11	0,671	26	0,930	8
0,4996	62	0,699	7	0,995	10
0,5164	12	0,710	14	1,075	13
0,5271	16	0,714	13	1,132	419
0,5600	19	0,720	12	1,245	30
0,5685	186	0,736	10	1,800(?)	(?)

Rubidium.

0,4200	6	0,627	23	0,945	10
0,4230	8	0,669	11	0,997	151
0,5215	5	0,726	21	1,063	11

Rubidium.

λ.	I.	λ.	I.	λ.	I.
0,5270 μ	6	0,737	19	1,090	13
0,5367	4	0,775	414	1,153	26
0,5435	4	0,791	443	1,224	13
0,5592	9	0,821	42	1,318	198
0,5710	7	0,845	50	1,475	102
0,607	8	0.878	60	1,520	71
0,616	12	0,912	11		

Cæsium.

0,4200(?)	4	0,646	10	0,900	155
0,4230(?)	7	0,674	46	0,995	182
0,4565	15	0,694	63	1,150	9
0,4600	6	0,721	47	1,205	7
0,5528	7	0,775	175	1,323	81
0,5635	7	0,790	107	1,420(?)	38
0,5828	28	0,833	297	1,450	52
0,6010	14	0,865	151	1,520	20
0,619	23	0,882	345	1,575	8
0,629	12.				

PH. LENARD. — Note sur un phosphoroscope à étincelle, t. XLVI, p. 637-641.

L'interrupteur de Foucault d'une bobine de Ruhmkorff porte au bout d'un long bras un disque de papier noir, devant un excitateur à électrodes de zinc. L'œil est placé de telle sorte que le disque de papier en oscillant vienne lui cacher l'étincelle qui jaillit à chaque interruption du courant. Si l'on dispose, entre l'excitateur et le disque de papier, une substance phosphorescente, la lumière reparaît aussitôt, comme si le disque était devenu transparent.

Cet appareil très simple peut, dans quelques cas, remplacer le phosphoroscope de M. Becquerel.

E. BLASIUS. — Sur les phénomènes d'interférence produits par deux plaques à faces parallèles, t. XLV, p. 316-352.

Sur les phénomènes d'interférence qui accompagnent les anneaux de Newton, ou qui se produisent avec d'autres combinaisons de lentilles, t. XLV, p. 385-425.

Dans le premier de ces deux Mémoires l'auteur étudie surtout

les franges des plaques épaisses dans le cas où les plans de réflexion sur les deux lames sont différents et où les deux plaques sont d'épaisseur différente.

Dans le second Mémoire, M. Blasius généralise l'étude de phénomènes d'interférence secondaires découverts par van der Willigen ([1]) avec l'appareil à anneaux de Newton et étudiés principalement par Mach ([2]), Stefan ([3]) et Lummer ([4]).

E. SCHMIDT. — Sur les franges d'interféreuce produites par deux plaques de même épaisseur, t. XLVI, p. 1-28.

Ce Mémoire est consacré à la vérification expérimentale d'une partie des résultats obtenus théoriquement par M. Blasius dans le premier des deux Mémoires signalés ci-dessus.

P. DRUDE et W. NERNST. — Phénomènes de fluorescence développés par des ondes stationnaires, t. XLV, p. 460-474.

Une plaque de verre est recouverte d'une mince couche d'une dissolution aqueuse de fluorescéine au $\frac{1}{500}$ que l'on a additionnée de $\frac{1}{600}$ de gélatine. L'eau s'évapore et le verre demeure recouvert d'une couche gélatineuse dont l'épaisseur peut ne pas dépasser l'ordre de $\frac{1}{20}$ à $\frac{1}{30}$ de longueur d'onde. Sur la face gélatine de la plaque ainsi préparée on applique, par sa face métallique, une plaque de verre argentée chimiquement. Le système ainsi formé est exposé dans le plan focal de l'objectif de la lunette d'un spectroscope éclairé par un arc électrique puissant et dans la région du spectre qui contient les rayons les plus efficaces pour produire la fluorescence. La lumière fluorescente émise par le système est sillonnée de bandes régulièrement espacées.

MM. Drude et Nernst attribuent cette apparence aux ondes stationnaires développées par le système formé de la couche mince de gélatine et de la surface d'argent réfléchissante. Ils croient pouvoir affirmer que les maxima et les minima de la fluorescence

---

([1]) Van der Willigen, *Pogg. Ann.*, t. CXXIII, p. 558-581; 1864.
([2]) Mach, *Pogg. Ann.*, t. CL, p. 625-636.
([3]) Stefan, *Pogg. Ann.*, t. CXXIII, p. 650; t. CXXV, p. 160.
([4]) Lummer, *Wied. Ann.*, t. XXIV, p. 417; 1885.

coïncident avec les maxima et les minima photographiques et calorifiques.

H.-E.-J.-G. DU BOIS. — Réflexion et transmission de la lumière par certains objets éolotropes, t. XLVI, p. 542-571.

M. du Bois nomme objets éolotropes (*äolotrope Gebilde*) des objets présentant une direction privilégiée, comme des réseaux de fils, des surfaces striées, etc. De tels objets doivent agir d'une manière différente sur la lumière suivant que le plan de polarisation de la lumière incidente est parallèle ou perpendiculaire à la direction prévilégiée.

Les expériences les plus complètes ont porté sur des réseaux de fils d'argent polis séparés par des intervalles égaux à leur diamètre. La lumière transmise par un tel réseau dans la direction de propagation normale est plus intense quand la lumière est polarisée dans la direction des fils (direction privélégiée) que dans la direction perpendiculaire; une fente à lèvres polies, des fentes de largeur supérieure à 100 μ dans une couche mince de platine se comportent de même. De même encore (pour la lumière réfléchie) un miroir de métal strié, tandis qu'un réseau de verre se comporte inversement.

M. du Bois a observé des phénomènes analogues avec des minéraux (cobaltine, pyrite) dont les éléments cristallographiquement semblables se distinguent les uns des autres par quelque propriété physique, notamment par une apparence striée dans des directions différentes.

Un miroir d'acier tendu par un poids considérable agit comme le ferait le miroir non tendu.

R. UMLAUF. — Sur la double réfraction des liquides tournants, t. XLV, p. 304-315.

Maxwell a découvert la double réfraction du baume de Canada, agité avec une spatule. Depuis MM. Kundt [1] et de Metz [2] ont étendu cette propriété à divers liquides visqueux et en ont étudié

(1) Kundt, *Wied. Ann.*, t. XIII, p. 110, 1881; *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 539.

(2) De Metz, *Wied. Ann.*, t. XXXV, p. 497, 1888; *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 241.

les lois. Le travail de M. Umlauf est destiné à compléter celui de M. de Metz notamment en ce qui concerne la double réfraction de signe opposé à celle du baume de Canada découverte par MM. von Ebner (1) et Ambronn (2) sur certaines sortes de gommes liquides.

Le liquide à étudier était compris dans l'espace annulaire entre deux cylindres de même axe, l'un fixe, l'autre mobile et disposés verticalement; la double réfraction produite était évaluée à l'aide d'un compensateur de Babinet placé verticalement au-dessus du liquide entre le liquide et l'analyseur.

M. Umlauf a étudié la gomme adragante, la gomme de cerisier, la gomme arabique, le collodion et la gélatine. Voici les principales conclusions du Mémoire.

1. La double réfraction produite est à peu près proportionnelle à la vitesse de rotation; avec la gomme adragante la double réfraction croît un peu plus lentement.

2. A vitesse de rotation constante, la double réfraction décroît quand la température s'élève.

3. La gomme adragante et la gomme de cerisier se comportent comme les liquides étudiés par Kundt et par de Metz, c'est-à-dire que la pression ou la traction agissent comme dans le cas du verre; la gomme arabique, le collodion et la gélatine agissent en sens inverse.

4. Une addition d'acide sulfurique à la gélatine l'empêche de se coaguler; elle diminue mais n'annule pas la double réfraction.

5. La double réfraction d'une solution de gélatine croît avec la concentration.

Parmi les carbures d'hydrogène, l'huile de paraffine seule a présenté le phénomène de la double réfraction. La glycérine, l'eau et les dissolutions de sucre fortement concentrées n'en présentent pas la moindre trace.

E. Bouty.

---

(1) Von Ebner, *Untersuchungen über die Ursachen der Anisotropie organische Substanzen,* p. 28, Leipzig; 1882.

(2) Ambronn, *Wied. Ann.,* t. XXXVIII, p. 159; 1889.

IL NUOVO CIMENTO.

3e série, t. XXXI et XXXII; 1892.

F. CINTOLESI. — Sur les phénomènes présentés par le cuivre dans les solutions de sulfate de cuivre, et pendant l'électrolyse de ce sel, t. XXXI, p. 17.

C'est le résumé d'un travail que l'auteur a publié dans les *Annales des Instituts technique et nautique de Livourne*, (2e série, t. IX). Il expose des expériences qui démontrent que la dissolution du cuivre électrolytique dans une solution de sulfate de cuivre est due à la présence de l'oxygène de l'air : il donne la théorie chimique du phénomène.

G. VASSURA. — Sur la résistance électrique de quelques métaux au point de fusion, t. XXXI, p. 25.

L'auteur a déterminé la résistance électrique de l'étain, du bismuth et du cadmium jusqu'à leur température de fusion : la pureté des métaux essayés fut constatée par l'analyse spectrale. Il mesura les résistances par la méthode de Thomson, dans des tubes capillaires de verre en U, dont on avait mesuré préalablement la résistance lorsqu'ils étaient pleins de mercure pur. On remplissait les tubes dans le vide et à haute température avec les métaux liquides.

En appelant T la température de fusion du métal et $K_{L,T}$, $K_{S,T}$, $K_{S,0}$ la résistance du métal liquide et solide à T, et solide à 0°, on a les valeurs qui suivent, et qui résument les résultats de l'auteur :

	T.	$\frac{R_{L,T}}{K_{S,T}}$.	$\frac{K_{S,T}}{K_{S,0}}$.
Étain............	226°	2,126	2,225
Bismuth..........	271	0,466	2,126
Cadmium..... ...	318	1,976	2,664

A. BARTOLI et E. STRACCIATI. — Sur la chaleur spécifique de l'eau surfondue, t. XXXI, p. 133.

Dans un Mémoire qui va être analysé ci-après, les auteurs ont

établi une équation qui donne avec beaucoup d'approximation la chaleur spécifique vraie de l'eau entre 0° et 35°.

De cette équation l'on déduit par extrapolation la chaleur spécifique entre 0° et — 10°.

Dans le Tableau qui suit sont reportées les chaleurs spécifiques vraies C_1 et C_2 déduites de la formule, en prenant respectivement comme unité la chaleur spécifique vraie à 15° et à 0°; et les valeurs C_m, déduites des expériences de M. Martinetti (*Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino*, t. XXV, 1890); on peut constater que l'accord est satisfaisant.

t.	C_1.	C_2.	C_m.
°			
0	1,00663	1,0000	1,0000
— 1	1,00723	1,0006	1,0005
— 2	1,00783	1,0012	1,0010
— 3	1,00844	1,0018	1,0015
— 4	1,00905	1,0024	1,0020
— 6	1,01025	1,0036	1,0031
— 8	1,01143	1,0048	1,0041
—10	1,01255	1,0059	1,0051

G.-P. GRIMALDI. — Sur la méthode de MM. Cailletet et Colardeau pour la détermination du point critique, t. XXXI, p. 146.

Dans cette Note, en me servant des données expérimentales de M. Amagat, j'ai démontré que la méthode de MM. Cailletet et Colardeau pour la détermination du point critique (*Journal de Physique*, t. X, p. 383; 1891), appliquée à l'anhydride carbonique, conduit à des résultats peu exacts.

A. STEFANINI. — Sur les lois psycho-physiques de MM. Fechner et Plateau, t. XXXI, p. 235.

L'auteur a fait des expériences pour examiner si les sensations lumineuses sont liées aux excitations qui les produisent par la loi de M. Plateau

$$E = c\sqrt{R}, \tag{1}$$

ou par celle de MM. Fechner et Delbœuf

$$E = \log\frac{c+R}{c}. \tag{2}$$

E est l'intensité de la sensation, R l'intensité de l'excitation et c une constante qui, d'après M. Delbœuf, est égale à $\frac{1}{2}$ dans (2).

M. Stefanini a construit dans ce but deux pièces de carton blanc d'une forme telle, qu'en les faisant tourner rapidement sur un fond noir, si l'une ou l'autre des deux lois était la véritable, le carton correspondant aurait dû apparaître d'intensité uniformément décroissante.

Contrairement aux résultats de M. Delbœuf, il trouva que la figure correspondante à la loi (1) ne le cède en rien en uniformité à la figure correspondante à la loi (2).

La loi de M. Plateau n'est donc pas à rejeter. Elle offre à peu près le même degré d'approximation que la loi de M. Fechner.

A. RIGHI. — Sur la théorie du stéréoscope, t. XXXI, p. 255.

Prenant occasion de la vogue que la Photographie stéréoscopique a acquise dans ces derniers temps auprès des amateurs, M. le professeur Righi a développé et complété la théorie du stéréoscope.

Dans cette Note il établit :

1° Les relations qui interviennent entre les coordonnées d'un point quelconque appartenant à un objet et les coordonnées des deux images perspectives du même point;

2° Les relations entre les coordonnées des deux images perspectives éloignées entre elles d'une quantité suffisante pour en éviter la superposition, et les coordonnées du point dans l'image virtuelle en relief qui résulte de la superposition des deux perspectives.

De ces deux séries d'équations, on obtient par élimination les conditions générales nécessaires pour une reproduction en relief exacte d'un objet.

Ces conditions sont exprimées par les trois équations suivantes

$$d = D, \quad (1)$$

$$d(h_1 f - h_1 w + f w) = b D f, \quad (2)$$

$$K = h_1(l - d) - f(D - d + a). \quad (3)$$

2D est la distance entre les deux centres de projection, qui dans

le cas de la Photographie stéréoscopique équivaut à la distance entre les deux objectifs de l'appareil;

$2l$ est la distance entre les centres optiques des deux lentilles du stéréoscope, dont la distance focale principale est f;

$2d$ est la distance entre les yeux de l'observateur et w la distance entre chacun des yeux et le centre optique de la lentille qu'il regarde;

b est la distance entre le plan vertical qui contient les deux centres de projection, et le plan vertical des deux images perspectives; ce qui correspond, dans le cas de la Photographie stéréoscopique à la distance entre la plaque et les objectifs;

b' est la distance entre le plan des images et le centre optique des lentilles du stéréoscope;

a est enfin la distance dont on a écarté les deux images en les plaçant dans le spectroscope, pour en éviter la superposition.

Si dans les trois équations précédentes on fait $h_1 = f$, c'est-à-dire si l'on place les images stéréoscopiques au foyer des lentilles de l'appareil, les équations se réduisent à

$$(1') \qquad d = D,$$

$$(2') \qquad h = h_1 = f,$$

$$(3') \qquad a = l - d,$$

dans lesquelles w est disparu. Il suffit donc dans ce cas, pour avoir la coïncidence entre les objets apparent et réel, c'est-à-dire une vision stéréoscopique parfaite, de faire la distance des objectifs égale à l'écartement des yeux, la distance entre la plaque et les objectifs égale à la distance entre les images et les lentilles du stéréoscope, et l'écartement des deux images égale à la différence entre la distance des lentilles et celle des yeux.

L'expérience démontre la grande différence qu'il y a entre une vision stéréoscopique observée, lorsque ces conditions sont réalisées, et ce qu'on voit dans les stéréoscopes ordinaires, construits au hasard.

Si des trois équations (1) et (2) seulement sont satisfaites, et k n'est pas égal à o, l'image semble vue comme à travers une lentille divergente. Si (1) et (3) seulement sont satisfaites, les images perdent en relief environ dans le rapport $\frac{h_1}{b}$.

Si (1) n'est pas satisfaite et $D > d$, on obtient en général une représentation de l'objet dans une échelle réduite.

M. ASCOLI. — Sur la ténacité et la plasticité du fer à différentes températures, t. XXXII, p. 8.

En mettant à profit le matériel et les appareils préparés dès 1880 par M. le prof. Pisati, l'auteur a exécuté une recherche expérimentale sur la ténacité et la plasticité des plaques de fer à différentes températures.

Le fer laminé, provenant des ateliers du Creusot, était coupé en grandes plaques de $0^{mm},5$ à 5^{mm} d'épaisseur. Chaque plaque était divisée en lames de 1^{m} de longueur et de 20^{mm} de largeur : la partie centrale dans un trait de 50^{cm} était réduite à une largeur de 12^{mm}. Ce travail était exécuté avec une grande exactitude par des machines spéciales.

Les lames ainsi préparées étaient recuites dans l'anhydride carbonique à une température supérieure à 500°. Elles étaient ensuite étirées dans une machine Thomasset à mesurer la résistance des matériaux, la partie centrale rétrécie étant enveloppée par un tube en verre plongeant dans un bain d'huile. Les tensions produites par la traction étaient mesurées avec un manomètre de construction spéciale annexé à la machine et dont la partie essentielle était une feuille de caoutchouc. Le manomètre était fréquemment contrôlé; les incertitudes relatives à cet instrument étaient du reste inférieures à celles inhérentes à la nature même du phénomène que l'on étudie.

Les barres étaient étirées jusqu'à la rupture et l'on mesurait d'un côté l'accroissement proportionnel de longueur de toutes les barres (d'après des mesures prises sur des traits gravés dans toute la longueur) et l'augmentation locale du point de rupture.

En même temps l'on étudiait la forme de la fracture, et l'on observa que les fractures, qui sont en général irrégulières à de basses températures, deviennent très nettes et régulières à des températures élevées. La température à laquelle cessent les irrégularités de la rupture se rapproche de celle du minimum de ténacité.

Dans la Table qui suit sont consignées les moyennes des résul-

tats de l'auteur : t indique la température, T_m la ténacité moyenne exprimée en kilogrammes par millimètre carré et M le rapport des sections de la lame avant et après l'allongement.

t.	T_m.	M.	t.	T_m.	M.
0°.......	37,9	1,228	175°.......	43,8	1,084
25.......	37,1	1,194	200.......	46,3	1,100
50.......	35,7	1,161	225.......	48,0	1,121
75.......	35,0	1,135	250.......	47,9	1,146
100.......	36,9	1,110	275.......	47,1	1,174
125.......	39,1	1,090	300.......	45,8	1,205
150.......	41,4	1,079			

Ces résultats, sauf de petites modifications, confirment les résultats obtenus par M. le prof. Pisati avec les fils de fer.

Pour ce qui regarde la plasticité du fer, l'auteur examine les définitions données par M. Auerbach, et, les trouvant insuffisantes, il établit la proposition suivante :

La mesure de la plasticité est donnée par le rapport entre la déformation permanente et l'effort nécessaire à le produire.

Si l'on construit une courbe qui ait pour abscisses les allongements permanents et pour ordonnées les tensions correspondantes, on obtient une ligne qui est une droite presque parallèle à l'axe des ordonnées jusqu'à la limite de l'élasticité. Lorsque la limite de l'élasticité est atteinte, on a un changement brusque de courbure et la ligne devient presque parallèle à l'axe des abscisses. Au delà de ce point, où l'on observe quelques irrégularités, la courbe monte lentement et régulièrement jusqu'au point de rupture, avec une légère convexité dans la direction de l'axe des ordonnées. Des expériences de l'auteur il résulte que la limite de l'élasticité du fer diminue lorsque la température s'élève et que la plasticité diminue de même régulièrement présentant un minimum vers 150°.

A. BARTOLI et E. STRACCIATI. — Sur la variabilité de la chaleur spécifique de l'eau entre 0° et + 32°, t. XXXII, p. 19, 97 et 215.

Les auteurs ont exécuté le projet d'expériences qu'ils avaient annoncées précédemment (*Journ. de Phys.*, t. V, p. 570 ; 1886) et qui avaient pour objet la détermination de la chaleur spécifique de l'eau entre 0° et + 35°.

On sait que la mesure de cette constante, de la plus haute importance dans les recherches calorimétriques, a été entreprise par un grand nombre de physiciens. La plupart des résultats discordent cependant entre eux, de manière que l'on pouvait dire que la chaleur spécifique de l'eau n'était pas connue jusqu'ici avec l'approximation nécessaire. Les auteurs ont comblé cette lacune.

Ils ont employé trois méthodes expérimentales :

1° On fait tomber dans l'eau du calorimètre de petites balles métalliques chauffées à 100°, et dont on connaît la chaleur spécifique vraie entre 0° et 100°.

Cette méthode a été aussi employée avec le platine et le mercure pour liquide calorimétrique.

2° En ajoutant à l'eau du calorimètre une quantité d'eau déterminée, à 0° ou à 100°;

3° En ajoutant à l'eau du calorimètre qui est à une température plus élevée que l'enceinte une quantité déterminée d'eau à la température ambiante.

Avec ces trois méthodes ils ont exécuté plus de 2000 expériences, et ils ont employé neuf années de travail avec la collaboration de plusieurs jeunes physiciens.

La mesure des températures fut l'objet de soins très minutieux. On employa vingt-sept thermomètres dont quatre étaient des étalons Tonnelot identiques à ceux livrés au Bureau international des Poids et Mesures de Sèvres; quatre étaient des étalons pour déterminations secondaires et quatorze étaient des thermomètres calorimétriques Baudin divisés en cinquantièmes de degré. Divers autres thermomètres Geissler et Tonnelot furent aussi employés dans le cours des recherches.

Les thermomètres étalons en verre dur Tonnelot étaient construits d'après les règles établies par le Bureau international. On vérifia l'équidistance des traits, on exécuta le calibrage par les méthodes suivies au Bureau de Sèvres et on détermina ensuite les coefficients de pression et l'intervalle fondamental à l'aide des méthodes indiquées par M. Guillaume.

La position du zéro à zéro (c'est-à-dire après un long séjour dans la glace fondante) était presque invariable ($\frac{1}{1000}$ de degré

environ de variation par mois); on la déterminait d'une année à l'autre. Les variations du zéro aux diverses températures étaient calculées sur les données de M. Guillaume, pour les thermomètres en verre dur; pour les autres, elle fut l'objet d'une étude spéciale.

La correction des thermomètres étalons relativement au thermomètre à gaz fut établie pour un des étalons, par M. Guillaume, au Bureau de Sèvres, en se servant des données de M. Chappuis. Pour deux autres étalons la correction avait été déterminée par M. Bartoli à Florence en faisant une longue série de mesures directes. Le quatrième étalon enfin fut comparé par M. le prof. Rowland avec six thermomètres rapportés au thermomètre à gaz lors de ses études sur la Théorie mécanique de la chaleur.

Pour ce qui regarde les thermomètres calorimétriques on étudia les coefficients de pression, les variations annuelles du zéro à zéro (qui étaient très petites), la dépression du zéro entre 0° et $+38^\circ$, et enfin on les compara avec les étalons pour déterminer une correction complétive qui ramène les températures au thermomètre à gaz.

Cette comparaison fut très minutieuse et dura quatre années : elle était exécutée dans un grand vase de 500^{lit} environ plein d'eau fréquemment agitée et maintenue à la température ambiante dans une chambre exposée au nord. La température de l'eau déterminée avec trois étalons, toutes corrections faites, présentait tout au plus des écarts de un millième de degré environ.

L'appareil qui servait à déterminer la chaleur spécifique de l'eau par la première méthode (immersion des métaux chauds) était composé dans ses parties essentielles d'une étuve et d'un calorimètre. L'étuve était à vapeur d'eau bouillante, à double paroi, et contenait dans son milieu un tube en laiton qui servait à contenir les petites balles métalliques. L'étuve pouvait tourner rapidement sur deux pivots pour faire tomber les balles dans le calorimètre. La température des balles était exactement égale à celle de la vapeur d'eau et par des expériences préliminaires les auteurs s'assurèrent que la chaleur perdue pendant la chute des balles était tout à fait négligeable.

Le calorimètre était du type Berthelot; ses dimensions ont varié, dans les mesures faites avec les trois méthodes de 200^{cc} à 9^{lit}.

Dans les diverses séries d'expériences on faisait varier de 0°

à 30° la température initiale du calorimètre, et l'on tâchait d'obtenir qu'elle fût égale à la température de l'enceinte. Dans ce cas, on pouvait négliger les variations de température du calorimètre avant le mélange : le maximum de température était atteint au bout d'une minute environ; la correction relative au rayonnement était donc très petite (pour la plupart des cas variant entre deux et quatre millièmes de degré).

Pour calculer la chaleur cédée à l'eau par les métaux, on se servait des données des divers expérimentateurs qui ont déterminé la chaleur spécifique de ces métaux de 0° à T. Pour l'étain, les mesures furent exécutées par les auteurs mêmes. Au reste, les variations de la chaleur spécifique des métaux avec la température n'ont que peu d'influence sur les résultats.

En réunissant les diverses séries faites avec des températures initiales du calorimètre peu différentes, ils ont calculé la chaleur spécifique moyenne entre la température initiale t et finale T du calorimètre. Ils ont admis que cette chaleur spécifique moyenne coïncidait avec la chaleur spécifique vraie à $\frac{t+T}{2}$ qui se trouvait ainsi déterminée à un grand nombre de température, entre 0° et 35°. Avec ces valeurs pour chacun des métaux employés, on traça une courbe au moyen de laquelle on détermina la chaleur spécifique vraie à chaque degré de température de 0° à 35°. Ces valeurs sont consignées dans un Tableau que l'on trouvera ci-après.

L'appareil employé pour les déterminations faites par la deuxième méthode ne différait pas pour la disposition de celui autrefois employé par M. Rowland; les dimensions seulement étaient plus grandes.

On remplissait une bouteille en nickel de plusieurs litres de capacité, et on la laissait séjourner pendant vingt-quatre heures dans une grande caisse pleine de plusieurs quintaux de glace.

Lorsque la température était stationnaire et inférieure à 0°,020, on faisait tomber une certaine quantité de l'eau de la bouteille dans une quantité déterminée d'eau à la température ambiante, qui était contenue dans le calorimètre. On pouvait ainsi, toutes corrections faites, construire une courbe donnant la chaleur spécifique vraie aux diverses températures.

Dans la Table qui suit, sont consignés les résultats de l'auteur :

Les colonnes de **2** à **7** contiennent les chaleurs spécifiques vraies d'après les mesures faites avec les métaux; la colonne **8** contient le moyenne de ces mesures; la colonne **9** les résultats obtenus avec la deuxième méthode et la colonne **10** donne la moyenne entre les colonnes **8** et **9**.

La colonne **11** donne enfin la chaleur spécifique vraie de l'eau entre 0° et 35°, calculée avec l'équation

$$C_t = 1{,}006630 - 0{,}000593962\,t + 0{,}0000043386500\,t^2 + 0{,}000000425520\,t^3 - 0{,}000000002819\,t^4,$$

qui de toutes les formules essayées par l'auteur est celle qui a donné les résultats les plus satisfaisants.

Les chaleurs spécifiques sont rapportées à la chaleur spécifique vraie à + 15° prise comme unité.

TEMPÉRATURES.	PLATINE.	CUIVRE (balles grandes).	CUIVRE (balles petites).	ÉTAIN.	ARGENT.	PLOMB.	MOYENNE des métaux.	EAU 2e méthode.	MOYENNE (eau-métaux).	CHALEUR spécifique calculée.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0°	1,00631	1,00719	1,00847	1,00399	1,00323	1,00388	1,00551	1,00777	1,00664	1,006630
1	1,00577	1,00656	1,00781	1,00362	1,00300	1,00360	1,00506	1,00696	1,00601	1,006041
2	1,00513	1,00596	1,00709	1,00328	1,00281	1,00332	1,00460	1,00626	1,00543	1,005463
3	1,00459	1,00533	1,00642	1,00297	1,00258	1,00314	1,00417	1,00561	1,00489	1,004898
4	1,00408	1,00471	1,00577	1,00263	1,00235	1,00293	1,00374	1,00496	1,00435	1,004350
5	1,00353	1,00415	1,00519	1,00228	1,00212	1,00272	1,00333	1,00434	1,00383	1,003820
6	1,00295	1,00360	1,00457	1,00191	1,00189	1,00240	1,00289	1,00374	1,00331	1,003307
7	1,00249	1,00309	1,00399	1,00154	1,00168	1,00214	1,00249	1,00318	1,00283	1,002824
8	1,00212	1,00263	1,00337	1,00125	1,00143	1,00189	1,00211	1,00256	1,00233	1,002362
9	1,00173	1,00219	1,00279	1,00099	1,00122	1,00157	1,00175	1,00205	1,00190	1,001927
10	1,00138	1,00173	1,00228	1,00076	1,00099	1,00127	1;00140	1,00157	1,00149	1,001522
11	1,00104	1,00136	1,00177	1,00055	1,00081	1,00099	1,00109	1,00113	1,00111	1,001146
12	1,00074	1,00090	1,00129	1,00039	1,00060	1,00067	1,00077	1,00078	1,00078	1,000804
13	1,00042	1,00055	1,00081	1,00021	1,00041	1,00041	1,00047	1,00048	1,00048	1,000496
14	1,00018	1,00028	1,00039	1,00009	1,00021	1,00014	1,00022	1,00023	1,00023	1,000224
15	1	1	1	1	1	1	1	»	1	0,999990
16	0,99982	0,99975	0,99977	0,99998	0,99982	0,99998	0,99985	1,99982	0,99983	0,999795
17	0,99965	0,99945	0,99952	0,99998	0,99961	0,99995	0,09969	0,99968	0,99968	0,999642
18	0,99954	0,99919	0,99931	0,99993	0,99947	0,99995	0,99957	0,99951	0,99959	0,999530
19	0,99956	0,99901	0,99919	0,99991	0,99931	0,99995	0,99949	0,99964	0,99951	0,999462
20	0,99961	0,99880	0,99908	0,99991	0,99919	1,00018	0,99946	0,99949	0,99947	0,999439
21	0,99975	0,99873	0,99908	0,99998	0,99919	1,00044	0,99953	0,99947	0,99950	0,999463
22	0,99995	0,99860	0,99913	1,00007	0,99922	1,00076	0,99962	0,99949	0,99955	0,999533
23	1,00009	0,99850	0,99922	1,00023	0,99924	1,00118	0,99974	0,99954	0,99964	0,999652
24	1,00035	0,99844	0,99936	1,00053	0,99938	1,00168	0,99996	0,99970	0,99983	0,999821
25	1,00067	0,99837	0,99959	1,00090	0,99970	1,00226	1,00025	0,99986	1,00005	1,000040
26	1,00099	0,99834	0,99988	1,00129	1,00005	1,00295	1,00058	1,00005	1,00031	1,000311
27	1,00136	0,99832	0,99923	1,00184	1,00044	1,00364	1,00097	1,00032	1,00064	1,000633
28	1,00189	0,99834	1,00069	1,00251	1,00090	1,00434	1,00144	1,00053	1,00098	1,000967
29	1,00242	0,99837	1,00125	1,00334	1,00154	1,00515	1,00201	1,00085	1,00143	1,001438
30	1,00295	0,99848	1,00184	1,00425	1,00233	1,00596	1,00264	1,00111	1,00187	1,001921
31	1,00364	0,99871	1,00254	1,00517	1,00328	1,00688	1,00337	1,00145	1,00241	1,002459
32	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1,003054
33	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1,003668
34	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1,004408
35	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1,005170

Les expériences avec la troisième méthode furent exécutées dans le but de contrôler les valeurs fournies par les deux premières méthodes. Le contrôle fut très satisfaisant.

A. RIGHI. — Sur la distribution des potentiels près de la cathode, t. XXXII, p. 94.

C'est une Note préliminaire qui contient la description d'un phénomène observé par l'auteur.

Un ballon de verre, dont la surface intérieure argentée communique avec le sol, contient une électrode isolée mise en communication avec le pôle négatif d'une pile dont le pôle positif est à la terre.

Une deuxième électrode mobile est reliée soit avec un électromètre, soit avec un galvanomètre. Avec l'un ou l'autre des deux instruments on peut constater qu'il existe dans les alentours de la cathode une surface sur laquelle le potentiel a une valeur minimum, plus petite qu'au voisinage immédiat de la cathode.

M. CANTONE. — Sur la variation de résistance du fer et du nickel dans le champ magnétique, t. XXXII, p. 55.

L'auteur a étudié les variations de résistance de fils de fer et de nickel produites par le magnétisme.

Il fit construire avec des fils des deux métaux vingt bobines différentes dont deux à enroulement longitudinal.

Le champ était produit par un électro-aimant à grandes pièces polaires, et il était mesuré par la méthode d'induction. Les résistances étaient mesurées avec un pont Carpentier, qui donnait directement les centièmes d'ohm et, en lisant les déviations galvanométriques, on pouvait apprécier les dix-millièmes par interpolation.

Dans les premières expériences, l'auteur obtint des résultats discordants, soit en replaçant plusieurs fois la même bobine dans le champ, soit en passant d'une bobine à une autre dont le diamètre des fils et l'enroulement des spires étaient différents.

L'auteur s'aperçut que ces irrégularités étaient produites par les parties rectilignes repliées des bobines et par les rhéophores qui étaient orientés irrégulièrement dans le champ.

Il fit alors construire des spirales formées avec des rubans de nickel de forme spéciale, de manière à séparer nettement l'influence de l'aimantation longitudinale de l'influence de l'aimantation trans-

versale. Il peut ainsi démontrer que l'aimantation longitudinale augmente la résistance des fils de fer et de nickel, tandis que l'aimantation transversale la diminue.

E. VILLARI. — Modifications de l'électromètre à quadrants de M. Thomson, t. XXXII, p. 239.

L'auteur a appliqué un frein électro-magnétique à l'électromètre Thomson-Mascart, en suspendant à la partie inférieure de l'aiguille un cylindre vide en aluminium, qui tourne entre les branches d'un fort aimant en fer à cheval. Avec un cylindre de 30^{mm} de hauteur et de même diamètre, on obtient des résultats excellents : entre certaines limites les déviations sont proportionnelles aux charges, et l'instrument est presque apériodique. Avec des freins plus puissants, on obtient des résultats moins réguliers et la proportionnalité n'a plus lieu.

L'auteur a remplacé dans son instrument l'aiguille ordinaire des électromètres par un système de trois aiguilles, une dans l'intérieur, une au-dessus et l'autre au-dessous de la boîte à quadrants. Cette importante modification rend plus que triple la sensibilité de l'instrument et rend plus facile la recherche de la position symétrique. Pour obtenir la plus grande sensibilité possible, les aiguilles extérieures doivent être le plus possible approchées des parois horizontales de la boîte.

A. BATTELLI. — Résultats des mesures pour la construction de la carte magnétique de la Suisse, t. XXXII, p. 250.

L'auteur publie une Table résumant les mesures des constantes magnétiques exécutées en Suisse dans soixante-dix stations de 1888 à 1892. G.-P. GRIMALDI.

COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES ET ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE; 1892.

Électricité (suite).

A. CHASSY. — Sur les lois de l'électrolyse (*C. R.*, t. CXIV, p. 998).

L'auteur propose d'énoncer ainsi la loi fondamentale de l'électrolyse :

« Lorsqu'on électrolyse une substance quelconque, il se dégage toujours un équivalent d'hydrogène ou la quantité correspondante du radical électropositif. »

Dans un électrolyte M^pR^q, il admet qu'on peut toujours remplacer le radical électropositif M^p par une quantité d'hydrogène H^x, de façon à obtenir un et un seul composé hydrogéné connu et nettement défini, et il appelle quantités correspondantes les quantités M^p et H^x. Cela reviendrait à dire que les acides relatifs à tous les sels électrolysables sont connus. M. Chassy montre qu'on peut faire rentrer dans la règle proposée les divers cas qui ont conduit aux énoncés de Becquerel et de Wiedemann. Il étend cette règle à divers cas nouveaux en pratiquant l'électrolyse dans une auge formée de deux vases réunis par un siphon, et en analysant ensuite les liquides contenus dans chacun des vases.

R. BLONDLOT. — Sur un nouveau procédé pour transmettre des ondulations électriques le long des fils métalliques, et sur une nouvelle disposition du récepteur (*C. R.*, t. CXIV, p. 283).

R. BLONDLOT et M. DUFOUR. — Sur l'influence exercée sur les phénomènes de résonance électro-magnétique par la dissymétrie du circuit, le long duquel se propagent les ondes (*C. R.*, p. 347).

Rapport sur un Mémoire présenté par M. Blondlot et relatif à la propagation des oscillations hertziennes (*C. R.*, p. 645).

Deux boules métalliques reliées aux pôles d'une bobine d'induction communiquent d'autre part avec des fils métalliques décrivant chacun un demi-cercle de 2^m de diamètre, et se terminant aux armatures d'un condensateur. On obtient entre les boules une décharge excitatrice oscillante. Le circuit transmetteur comprend

un second fil circulaire intérieur au premier et voisin de lui. Il en est séparé par une enveloppe de caoutchouc. Au voisinage des boules, les deux bouts de ce circuit se continuent par deux fils parallèles voisins, entre lesquels il faut placer le résonateur Blondlot pour mesurer la vitesse de propagation des ondes électro-magnétiques. Dans la région où l'on veut mettre le résonateur, les fils transmetteurs s'écartent, de manière à dessiner un rectangle capable d'entourer celui du résonateur. Un pont mobile termine le transmetteur à une distance arbitrairement choisie. Avec cette disposition, le transmetteur ne reçoit pas d'induction électrostatique, mais seulement une induction électro-magnétique très intense.

On sait, d'après le principe de MM. Sarasin et de la Rive, que la longueur d'onde des oscillations transmises est déterminée par le résonateur seulement. M. Bjerknes a interprété théoriquement ce résultat, en admettant que chaque onde excitatrice élémentaire communique deux impulsions au résonateur, l'une à l'aller par l'un des fils, l'autre au retour par l'autre, après avoir franchi le pont. Il y a concordance ou discordance, suivant que, dans l'intervalle, le résonateur a accompli un nombre pair ou impair de demi-oscillations. Conformément à cette théorie, MM. Blondlot et Dufour ont constaté que, si l'on établit une dissymétrie entre les deux branches du transmetteur, en disposant une boucle sur l'une d'elles, la position du pont qui annule l'étincelle du résonateur n'est pas modifiée. Toutefois, si l'on fait varier d'une manière continue la longueur de la boucle, l'intensité des étincelles de résonance, pour une position donnée du pont, passe par des maxima et des minima, et les maxima se produisent quand la longueur de la boucle représente un nombre entier de longueurs d'onde. Dans ce cas, en effet, les ondes arrivant par les deux fils sont concordantes. Enfin, comme les oscillations s'amortissent en se propageant, on trouve, comme on doit s'y attendre, que les maxima et minima correspondent à des longueurs de boucle un peu plus petites que les longueurs théoriques.

M. Poincaré, dans son Rapport à l'Académie, fait ressortir l'importance des derniers travaux de M. Blondlot, en ce qui concerne la vérification de la formule de Sir W. Thomson, l'augmentation d'intensité et de précision des phénomènes due aux dispositifs de

M. Blondlot et la confirmation des idées de MM. Sarasin et de la Rive. Il est toutefois nécessaire d'admettre, pour le calcul de la self-induction, que les formules de Neumann s'appliquent à des courants d'alternance aussi rapide.

H. POINCARÉ. — **Sur un mode anormal de propagation des ondes** (*C. R.*, t. CXIV, p. 16).

L'équation d'un mouvement ondulatoire symétrique par rapport à l'axe des z est, en posant

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2},$$

et en appelant V la vitesse de propagation

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = V^2\left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \xi}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}\right).$$

Cette équation admet l'intégrale

$$\xi = A J_0(h\rho) \cos 2\pi\left(\frac{z}{l} - \frac{t}{T}\right),$$

où A, h, l, T sont des constantes satisfaisant aux conditions

$$\frac{h^2}{4\pi^2} = \frac{1}{V^2 T^2} - \frac{1}{l^2},$$

et où J_0 désigne la fonction de Bessel

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2 . 4^2} - \frac{x^6}{2^2 . 4^2 . 6^2} + \ldots.$$

Si l'on pose $VT = \lambda$, λ pourra s'appeler la longueur d'onde normale, et l la longueur d'onde apparente ; on aura

$$\frac{h^2}{4\pi^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{l^2}.$$

On voit que la longueur d'onde apparente sera plus grande que la longueur d'onde normale. Le calcul numérique montre que la différence sera inappréciable pour des longueurs d'onde aussi petites que celles des ondulations lumineuses. Mais dans le cas des ondulations hertziennes, à grandes longueurs d'onde, il est possible qu'il y ait lieu de tenir compte de phénomènes analogues.

H. POINCARÉ. — Sur la propagation des oscillations hertziennes (*C. R.*, p. 1046 et p. 1229).

Soit un fil rectiligne indéfini et très mince, le long duquel se propage, avec la vitesse de la lumière prise pour unité, une perturbation produite en un point qu'on prend pour origine des coordonnées. L'axe des z est dirigé suivant le fil. Le courant en un point A du fil situé à la distance u de l'origine a pour intensité

$$F(u-t).$$

Soient ρ la distance au fil, r la distance au point A, r_0 la distance à l'origine d'un point M du diélectrique. Π étant la fonction de Hertz, on aura pour ce point

$$\Pi = \int_0^\infty \frac{F(u-t+r)\,du}{r},$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial\rho} = -\frac{F(r_0-t)}{r_0-z}\,\frac{\rho}{r_0}.$$

Au voisinage du fil où r_0 diffère peu de z,

$$\frac{\partial\pi}{\partial\rho} = -2\,\frac{F(z-t)}{\rho}.$$

Il en résulte qu'au voisinage du fil, la force magnétique et la composante de la force électrique perpendiculaire au fil varient à peu près en raison inverse de ρ. La composante parallèle au fil devient négligeable par rapport à l'autre et les lignes de force coupent normalement le fil. L'hypothèse sur la vitesse de propagation est ainsi justifiée, mais on ne retrouve pas l'amortissement observé par M. Blondlot.

Pour rendre compte de cette circonstance, il faut tenir compte du diamètre ρ_0 du fil supposé de révolution. En appelant μ la distance du point M à une génératrice, r sa distance au point où cette génératrice coupe le plan des xy, et φ l'angle dièdre des plans qui se coupent suivant l'axe des z et passent par le point M et par la génératrice considérée, on a

$$-2\pi\frac{\partial\pi}{\partial\rho} = \int_0^{\pi^2} \frac{F(r-t)(r+z)}{r}\,\frac{\rho-\rho_0\cos\varphi}{\mu^2}\,d\varphi.$$

Si le diamètre est petit, on retrouve l'expression de $\frac{\partial\pi}{\partial\rho}$ indiquée

plus haut. Le champ électromagnétique en dehors du fil est donc le même que si tout le courant était concentré sur l'axe.

Mais, en faisant la somme des carrés des forces magnétique et électrique pour le calcul de l'énergie, il ne faut étendre l'intégration qu'au diélectrique. En négligeant les quantités très petites, la dérivée de l'énergie par rapport au temps est alors

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{F'^2\, dv}{v+t} - \frac{F^2\, dv}{(v+t)^2} \right],$$

quantité différente de zéro. Il y a donc nécessairement un amortissement, dont le taux, c'est-à-dire l'affaiblissement du logarithme de l'intensité par unité de temps, est

$$\frac{\partial E}{\partial t} \frac{1}{2E}.$$

R. BLONDLOT. — **Sur la vitesse de propagation des ondulations électromagnétiques dans les milieux isolants, et sur la relation de Maxwell** (*C. R.*, t. CXV, p. 225).

Soit un oscillateur électrique formé d'un métal très bon conducteur. La longueur d'onde λ des ondulations qu'il peut émettre ne dépend que de la forme et des dimensions de l'oscillateur d'une part, et des propriétés électriques du milieu d'autre part. Le milieu étant isolant, ses propriétés électriques sont définies par sa constante diélectrique k. Mais la valeur numérique de k dépend du choix de l'unité de temps, et il est impossible que celle de λ en dépende, puisque c'est une longueur. La longueur des ondes émises est donc indépendante de la nature du milieu isolant.

M. Blondlot a vérifié cette proposition dans le cas de diélectriques liquides, en disposant la partie de son résonateur qui forme condensateur dans une cuve de verre, et les fils de transmission situés au delà du résonateur dans une auge de bois. On déterminait la position du pont qui fait disparaître l'étincelle, en opérant successivement dans l'air et dans le liquide. Cette position fut la même.

Entre la capacité C, le coefficient de self-induction L et la période T du résonateur existe la relation

$$T = 2\pi\sqrt{CL},$$

ou, en multipliant par la vitesse V de propagation,

$$\lambda = 2\pi\sqrt{L}\sqrt{C} \times V.$$

λ et L ne dépendant pas de la nature du milieu, il en est de même de $\sqrt{C} \times V$. Si l'on passe de l'air à un diélectrique de constante k et d'indice de réfraction n, on devra avoir $k = n^2$ pour que cette condition soit remplie. Les expériences qui précèdent vérifient donc la relation de Maxwell, et cette vérification est rigoureuse, parce que les quantités comparées se rapportent à des phénomènes de même période.

Ces raisonnements ne sont du reste applicables qu'à des diélectriques dont les propriétés électriques sont définies par la constante diélectrique seule.

A. PÉROT. — Sur les oscillations de Hertz (*C. R.*, t. CXIV, p. 165).

M. Bjerknes a établi que les oscillations de force électromotrice produites autour de fils conducteurs peuvent être représentées par l'expression

$$Y = Ae^{-\alpha(t-\theta)} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \varphi\right).$$

M. Pérot vérifie la même loi de décroissance, en employant le dispositif de M. Blondlot, légèrement modifié. Les oscillations prennent naissance dans un fil de cuivre de 8^m de longueur, relié par un pont mobile à un fil parallèle et communiquant avec la région où se produisent les oscillations par un fil de fer de 80^m. Grâce à l'amortissement, l'interférence des ondes issues de l'excitateur se produit dans le fil de fer. Pour une position donnée du pont, on mesure au micromètre la distance explosive, en admettant qu'elle mesure le carré de la différence de potentiel maxima. Les résultats sont conformes aux prévisions, et la force électromotrice est pendulaire simple, avec amortissement rapide. Cet appareil a permis de mesurer avec exactitude la longueur d'onde d'un résonateur.

A. PÉROT. — Sur l'affaiblissement des oscillations électro-magnétiques avec leur propagation et leur amortissement (*C. R.*, t. CXV, p. 1284).

M. Poincaré a montré que, grâce à la perte d'énergie due à la

surface extérieure du fil conducteur, l'affaiblissement des oscillations hertziennes doit varier en sens inverse du diamètre du fil. M. Pérot invoque une autre cause de dissipation de l'énergie qui serait due à une production de chaleur, grâce à la pénétration de la déformation à l'intérieur du fil.

Au moyen d'un oscillateur Blondlot dont les boules plongent dans la vaseline, il compare les effets reçus par des fils de divers diamètres et de diverses natures. Il retrouve, en ce qui concerne les diamètres, la relation annoncée par M. Poincaré.

Conformément aux résultats de M. Bjerknes, il trouve que les divers métaux (cuivre, plomb, fer) ne donnent pas les mêmes résultats pour le même diamètre. Une partie de l'écart existant entre le fer et le cuivre paraît devoir être mise sur le compte de l'hystérésis.

R. COLSON. — Méthode téléphonique pour l'étude de la propagation des ondes téléphoniques (*C. R.*, t. CXIV, p. 349).

Une bobine Ruhmkorff actionnée par une pile thermo-électrique fournit 130 vibrations par seconde. Une des bornes communique avec un fil de cuivre auquel on rattache les conducteurs à étudier; l'autre borne est reliée à une capacité convenable. Le conducteur étant une ficelle mouillée, l'extrémité du câble d'un téléphone est promenée le long de ce conducteur. L'intensité du son éprouve des chutes qui se rapprochent entre elles à mesure que la ficelle sèche, en même temps que le timbre varie. Quand le fil est long, les courbes d'intensité affectent des formes en cascade, et les distances des chutes augmentent à partir de l'origine.

L'auteur admet que les flux direct et inverse de même période envoyés par la bobine n'ont pas la même vitesse de propagation, cette vitesse étant supérieure pour le flux direct à potentiel plus élevé. Il explique ainsi le mode de succession des nœuds. Si le fil est court, les extinctions mettent en évidence la longueur d'onde de l'onde directe. Cette longueur d'onde augmente avec le nombre des brins de fil associés, mais moins vite que ce nombre.

R. COLSON. — Démonstration, au moyen du téléphone, de l'existence d'une interférence d'ondes électriques en circuit fermé (*C. R.*, t. CXV, p. 800).

M. Colson complète l'étude qui précède, en considérant le cas

d'un circuit fermé. Dans le cas du circuit ouvert, le son devient insensible quand le contact du conducteur téléphonique s'éloigne sur le conducteur au delà d'une certaine distance de la borne de la bobine. Quand on fait communiquer la seconde borne du téléphone et la seconde borne de l'induit avec des capacités croissantes, la longueur d'extinction augmente. Si un long fil médiocrement conducteur relie les deux bornes de l'induit, on observe aux deux bouts du fil deux portions actives, séparées par une zone neutre, comme si l'on avait affaire à deux portions de circuit ouvert. La zone neutre diminue à mesure qu'on raccourcit le fil. L'auteur attribue la zone neutre à l'interférence des deux ondes de même période lancées en sens inverse par la bobine.

SARASIN et DE LA RIVE. — Sur la production de l'étincelle de l'oscillateur de Hertz dans un diélectrique liquide, au lieu de l'air (*C. R.*, t. CXV, p. 439).

Sur l'égalité des vitesses de propagation de l'ondulation électrique dans l'air et le long des fils conducteurs, vérifiée par l'emploi d'une grande surface métallique (*Ibid.*, t. CXV, p. 1277).

En faisant éclater dans un liquide isolant, tel que l'huile d'olive, les étincelles primaires de l'oscillateur hertzien, on augmente considérablement l'effet sur le résonateur. Les étincelles restent visibles de loin pour les résonateurs de grand diamètre, à la distance de 10^m. Enfin l'intensité demeure invariable pendant plus de vingt minutes.

En employant ce dispositif et en faisant usage d'un miroir formé de feuilles de zinc et atteignant 8^m sur 16^m, les auteurs ont pu observer des séries de trois nœuds et trois ventres de réflexion, sur des résonateurs circulaires atteignant $0^m,50$ et $0^m,75$ de diamètre.

Ces résonateurs étaient disposés dans un couloir obscur, à la hauteur du centre du miroir, et des mesures micrométriques permettaient d'évaluer dans chaque position la distance explosive et d'en tracer la courbe.

Les auteurs ont rencontré une pleine confirmation des propositions suivantes déjà établies par leurs premières recherches sur des longueurs d'ondes plus petites :

1° Le résonateur circulaire a une longueur d'onde constante, quelles que soient les dimensions de l'oscillateur;

2° Le quart de la longueur d'onde est sensiblement égal au double du diamètre;

3° Dans le cas de la réflexion normale, le premier nœud est exactement au miroir;

4° La vitesse de propagation de l'ondulation électrique est la même dans l'air et le long de fils conducteurs.

P. JANET. — Sur les oscillations électriques (*C. R.*, t. CXV, p. 875).

M. Janet se propose d'étudier la forme des oscillations développées dans un circuit doué de capacité et de self-induction. Le circuit d'une pile P se ferme sur une grande résistance R', suivie d'un court circuit, aux bornes duquel on a disposé en dérivation : 1° un condensateur de capacité C; 2° un circuit dérivé comprenant une bobine de résistance r_1 et de self-induction L et une résistance r_2 sans self-induction. L'appareil employé est un disjoncteur de M. Mouton modifié en vue de cette expérience. Le court circuit étant rompu au temps o, on étudie successivement en fonction du temps les différences de potentiel développées aux deux extrémités des résistances r_1 et r_2. Pour cela, on établit au temps t déterminé la communication de ces extrémités avec les armatures d'un condensateur auxiliaire de 1 microfarad, et ce contact instantané, répété au même temps t à chaque tour du disjoncteur communique aux armatures la différence de potentiel cherchée. La charge du condensateur est alors mesurée au galvanomètre balistique.

Les résultats sont conformes, dans leurs lignes générales, aux lois connues de l'induction; mais l'auteur fait des réserves sur la constance de la capacité du condensateur principal pendant la période variable qu'il étudie des phénomènes analogues à l'hystérésis pouvant s'opposer au déplacement électrique dans le diélectrique du condensateur.

P. JANET. — Détermination des coefficients de self-induction, au moyen des oscillations électriques (*C. R.*, t. CXV, p. 1286).

L'application de la méthode qui consiste à mesurer le coefficient de self-induction par les oscillations électriques, en faisant inter-

venir la capacité du condensateur employé, peut être entachée d'erreur par le défaut de constance de cette capacité. M. Janet se propose de mesurer ces coefficients, sans aucune mesure de capacité, en appliquant la disposition décrite dans l'article précédent. Les différences de potentiel e_1 et e_2 aux extrémités des résistances r_1 et r_2, au temps t, sont déterminées au moyen du galvanomètre balistique, à un facteur constant près qui s'élimine dans le calcul.

En supposant en particulier $r_1 = r_2 = r$, et en exprimant les différences de potentiel en fonction de l'intensité du courant et du coefficient L de self-induction, on obtient aisément

$$L = r\frac{e_2 - e_1}{\frac{\partial e_2}{\partial t}}.$$

On construit les courbes de e_1 et e_2 en fonction du temps. Le rapport contenu dans le second membre devant être constant, on prend pour $e_2 - e_1$ la valeur maximum et pour $\frac{de_2}{dt}$ le coefficient angulaire de la tangente au point d'inflexion de la courbe e_2, qui donne aussi la valeur maximum. Les valeurs de L ainsi déterminées concordent avec celles que l'auteur a tirées de l'application de la méthode de Lord Rayleigh.

V. BJERKNES. — De la dissipation de l'énergie du résonateur de M. Hertz (*C. R.*, t, CXV, p. 725).

Un résonateur circulaire de $0^m,40$ de diamètre se termine par des disques verticaux parallèles, entre lesquels on suspend par un fil de quartz une feuille d'aluminium formant avec l'azimut des disques un angle de 45°. On enregistre les déviations de cette aiguille, quand on substitue dans le résonateur des fils géométriquement identiques formés de métaux différents. En prenant comme abscisse la résistance et comme ordonnée la déviation, on voit les résultats relatifs aux métaux non magnétiques se placer régulièrement sur une même courbe, tandis que les résultats relatifs au nickel et au fer se placent beaucoup au-dessous d'elle. M. Bjerknes conclut de ses expériences que la vitesse de dissipation de l'énergie électrique du résonateur est augmentée par l'accroissement de résistance du fil conducteur et par son magnétisme. Il montre que

ce résultat ne contredit pas celui de M. Hertz, d'après lequel la longueur de l'étincelle secondaire n'est pas affectée par la nature du métal. Cette longueur mesure seulement l'oscillation maxima, et non la somme des oscillations.

En recouvrant le fil employé de couches électrolytiques croissantes d'un autre métal, l'auteur a vu la déviation tendre vers celle qui caractérise ce second métal. Cette dernière est atteinte pour le cuivre avec l'épaisseur $0^{mm},01$ et pour le fer avec $0^{mm},003$. Les courants pénètrent donc moins profondément dans les métaux magnétiques que dans les autres, le magnétisme accélérant la dissipation de l'énergie. Cette circonstance tend à accroître la résistance des métaux magnétiques. Ces résultats font prévoir que les ondulations lumineuses traverseront aussi les métaux magnétiques moins aisément que les autres.

P. CURIE. — Propriétés magnétiques des corps à diverses températures (*C. R.*, t. CXV, p. 805).

Sur les propriétés magnétiques de l'oxygène à diverses températures (*Ibid.*, t. CXV, p. 1292).

Les deux bras horizontaux d'un électro-aimant sont dirigés obliquement, l'un par rapport à l'autre. En un point de leur plan de symétrie, on dispose le corps à étudier, et l'on mesure, par la torsion d'un fil, en observant au microscope un micromètre terminant une aiguille, la force f qui agit dans le plan de symétrie, quand l'électro-aimant est excité. H_y étant l'intensité du champ dans la direction perpendiculaire au plan de symétrie, on peut représenter par KH_y l'intensité d'aimantation par unité de masse; M étant la masse du corps, on a

$$f = MKH_y \frac{\partial H_y}{\partial x}.$$

Les fonctions H_y et $\frac{\partial H_y}{\partial x}$ ayant été d'abord étudiées, il est avantageux de placer le centre du corps au point pour lequel le produit $H_y \frac{\partial H_y}{\partial x}$ passe par un maximum. L'étude de ces fonctions se fait à l'aide d'un galvanomètre balistique et d'une bobine de quelques spires que l'on fait tourner ou avancer dans le champ.

La surface totale des spires est évaluée par égalisation avec celle d'une bobine de plus grand diamètre. Le corps peut être chauffé dans un four électrique, permettant d'atteindre 1500°.

Pour éliminer l'influence de l'air dans lequel les corps sont plongés, M. P. Curie a d'abord appliqué cette méthode à des masses d'oxygène enfermées dans une ampoule. L'ampoule est disposée pour le remplissage dans un tube à parois épaisses. Son ouverture étroite est fermée à l'aide d'un fil de platine porté au rouge par un courant. Le coefficient d'aimantation de l'oxygène a été trouvé constant à une même température, quelle que fût l'intensité du champ, pour des pressions variant de 5 à 20 atmosphères. Le rapport des coefficients d'aimantation spécifiques de l'oxygène et de l'eau à 20° a été trouvé égal à — 145.

En ce qui concerne la température, on est arrivé à la loi simple suivante :

Le coefficient d'aimantation spécifique de l'oxygène varie en raison inverse de la température absolue.

On peut déduire de ces mesures le coefficient de 1^cc d'air à la pression de 1 atmosphère. A 20°, il donne, pour l'eau, une correction de 4 pour 100. Cette correction devient cinq fois plus petite à 400°.

W. DE FONVIELLE. — Sur la découverte de la ligne sans déclinaison (*C. R.*, t. CXV, p. 450).

M. de Fonvielle conclut, de l'examen de divers documents historiques et géographiques, que Christophe Colomb, dans ses traversées successives de l'Atlantique, a, le premier, reconnu l'existence d'une ligne sans déclinaison qui ne se confond pas avec un méridien.

C. DECHARME. — Déplacements évolutifs d'un aimant sur le mercure, sous l'action d'un courant électrique (*C. R.*, t. CXV, p. 651).

L'auteur étudie les mouvements que prend une aiguille aimantée flottant sur le mercure, quand un courant traverse ce mercure dans divers sens. Sous l'influence du frottement et des actions magnétiques, l'aiguille exécute diverses évolutions, avant de

prendre la position d'équilibre assignée par les lois de l'électromagnétisme.

M. VASCHY. — **Examen de la possibilité d'une action réciproque entre un corps électrisé et un aimant** (*C. R.*, t. CXIV, p. 1474).

Les coefficients k et k' qui entrent dans les formules des actions électrostatiques et des actions magnétiques mesurent des propriétés du milieu qui interviennent seules aussi dans les actions électrodynamiques et électromagnétiques. Il ne peut exister d'autres actions électriques ou magnétiques dépendant seulement des coefficients k et k' : par exemple, une action d'un corps électrisé sur un pôle d'aimant. Une pareille force, si elle existait, pourrait être exprimée par

$$f = \sqrt{kk'}\,\frac{q\mu}{r^2}\,\Phi(r, kk', k),$$

q étant la quantité d'électricité et μ la quantité de magnétisme. Cette force serait dirigée suivant la droite $q\mu$. Les paramètres r, kk', k ont des dimensions indépendantes entre elles, et, comme le facteur de Φ a les dimensions d'une force, cette fonction se réduit à une constante A, en vertu d'un théorème connu sur l'homogénéité.

Les actions réciproques de q et de μ sont les mêmes que celles des quantités d'électricité q et $q' = \mathrm{A}\sqrt{\frac{k'}{k}}\,\mu$, à la même distance.

Si deux pôles magnétiques μ et μ' sont en présence, μ' subit l'action du champ électrique créée par μ. On trouve aisément pour valeur de la force

$$f = \mathrm{A}^2 k' \frac{\mu\mu'}{r^2}.$$

La définition de k' exige donc que l'on ait $\mathrm{A} = 1$. Dès lors, la force exercée entre q et μ, à la distance r, se trouve être la moyenne géométrique des forces exercées à la même distance : 1° entre q et q ; 2° entre μ et μ. Cette force serait donc aussi facilement mesurable que les forces électrostatiques et magnétiques et, comme on ne l'a pas constatée, elle n'existe pas ou dépend de propriétés nouvelles du milieu.

GOUY. — Sur les phénomènes électro-capillaires et les différences de potentiel au contact (*C. R.*, t. CXIV, p. 22).

H. PELLAT. — Remarques au sujet des expériences de M. Gouy sur les différences de potentiel au contact (*Ibid.*, p. 164).

GOUY. — Remarques sur la tension superficielle des métaux liquides, à l'occasion d'une Note de M. Pellat (*Ibid.*, p. 343).

H. PELLAT. — Remarques au sujet de la dernière Communication de M. Gouy sur la tension superficielle de métaux liquides (*Ibid.*, p. 464).

Le tube d'un électromètre capillaire peut recevoir successivement du mercure ou un amalgame au $\frac{1}{1000}$ de différents métaux. Un réservoir mobile permet de faire varier la hauteur de charge, de façon à maintenir toujours le ménisque dans la même position. Le vase inférieur communique par un siphon avec un autre vase contenant, comme lui, de l'eau acidulée sulfurique et du mercure M. Au moyen d'un électromètre à quadrants, on mesure, dans chaque expérience, la différence de potentiel apparente δ entre le mercure M et le métal du tube, et l'on note en même temps la charge. L'auteur a constaté que, pour une même valeur de la différence de potentiel apparente δ, la tension superficielle du mercure ou de l'amalgame prend une même valeur. En particulier, le maximum de la tension superficielle correspond à une valeur δ_0 de δ pour le mercure et pour tous les amalgames étudiés. Si l'on admet avec Helmholtz que, pour le maximum de tension, la différence de potentiel est nulle entre le métal et l'eau acidulée, on sera conduit à cette conséquence que la différence de potentiel au contact est nulle entre le mercure et les amalgames au $\frac{1}{1000}$.

D'après M. Lippmann, un métal isolé, s'écoulant par gouttes dans un électrolyte, prend le potentiel qui rend maximum la tension superficielle. En opérant sur l'amalgame de zinc, M. Pellat a vu le métal conserver son potentiel normal et en a conclu que ce potentiel est sensiblement celui de l'eau acidulée. M. Gouy conteste cette conclusion; il pense que, pour les métaux oxydables, la dépolarisation spontanée est assez rapide pour empêcher l'application du principe de M. Lippmann.

M. Pellat fait remarquer qu'on peut étendre aux métaux solides et aux amalgames concentrés les conclusions établies par M. Gouy sur les amalgames au $\frac{1}{1000}$. Les amalgames des métaux moins oxy-

dables que le mercure se comporteraient, d'après lui, comme le mercure et non comme le métal allié. M. Gouy ne conteste pas cette différence d'action que ses propres expériences établissent pour l'alliage Darcet.

En ce qui concerne la réfutation de l'objection de M. Gouy, relative à l'identité de potentiel entre un métal qui s'écoule et le liquide qui l'entoure, M. Pellat renvoie à ses Mémoires antérieurs.

M. Pellat fait observer, en outre, que le simple contact de l'eau acidulée lui semble devoir enlever, aux amalgames de zinc et de cadmium, la faible quantité de métal qu'ils contiennent près de la surface du ménisque. Ces amalgames se réduiraient ainsi à du mercure. M. Gouy réfute cette opinion, en montrant que les métaux de son appareil forment une pile, dont la force électromotrice est voisine de celle de la pile zinc-mercure. Le résultat est encore le même, quand on remplace l'acide sulfurique par des liquides qui n'attaquent pas l'amalgame de zinc. M. Pellat objecte que le même résultat pourrait être obtenu avec deux mercures, car la force électromotrice de la série qui comprend le ménisque capillaire dépend de l'état de polarisation inconnu de ce ménisque. Avec du mercure et un amalgame, on ignore quel est cet état de polarisation après le contact des métaux extrêmes.

GOUY. — Sur les phénomènes électro-capillaires (*C. R.*, t. CXIV, p. 211 et 657).

A. BERGET. — Sur les phénomènes électro-capillaires (*Ibid.*, p. 531 et 742).

M. Gouy étudie la loi des phénomènes électro-capillaires avec du mercure pur et divers liquides. Contrairement aux indications de M. Lippmann, il trouve que cette loi ne reste la même que pour certaines catégories d'électrolytes. Si l'on porte en abscisses les polarisations et en ordonnées les constantes capillaires, on obtient pour l'acide sulfurique la courbe parabolique de M. Lippmann. La partie de cette courbe dont les abscisses dépassent celle du maximum est appelée par M. Gouy *partie cathodique*, parce que si l'électrolyse avait lieu avec les polarisations correspondantes, le ménisque jouerait le rôle de cathode; l'autre branche de courbe est dite *anodique*. M. Gouy a obtenu avec divers électrolytes des courbes différant entre elles par leur forme et par la valeur de l'ordonnée maxima. En déplaçant ces courbes parallèlement

à l'axe des abscisses, on peut amener leurs branches cathodiques à coïncider jusqu'au voisinage du maximum, tandis que les branches anodiques restent différentes. Les bases, les acides et les sels oxygénés forment un groupe conforme à la loi de M. Lippmann; les autres acides ou sels fournissent autant de groupes distincts qu'il y a d'éléments électro-négatifs. La nature du produit d'électrolyse possible semble ainsi jouer un rôle prépondérant, et si les parties cathodiques se confondent, c'est qu'un même élément, l'hydrogène, tend alors à se dégager.

L'étude des mélanges d'électrolytes conduit l'auteur à des conclusions peu favorables à la théorie des couches doubles d'Helmholtz. Une solution de potasse au $\frac{1}{10}$ (L_1), puis la même solution additionnée de $\frac{1}{100}$ d'iodure de potassium (L_2), du côté du ménisque capillaire seulement, donneraient des courbes confondues par leurs parties cathodiques et présentant sur leurs parties anodiques des différences d'abscisses qui correspondraient à $\frac{1}{2}$ volt.

M. Berget conteste les conclusions de M. Gouy et institue, pour établir la généralité de la loi de M. Lippmann, les expériences suivantes :

1° Il construit un électromètre capillaire avec le liquide L_2 et constate qu'on retrouve la courbe de M. Lippmann, si l'on fait en sorte que le verre soit bien mouillé.

2° Il verse dans un large tube du mercure qui remonte également dans deux tubes verticaux capillaires, de même diamètre, communiquant avec lui. Il ajoute dans ces tubes quelques gouttes des liquides L_1 et L_2. L'égalité des niveaux, d'abord troublée, reparaît quand on fait communiquer les deux liquides par un siphon capillaire.

3° Deux larges gouttes de mercure disposées sur un même plan horizontal en glace communiquent par un tube en U inférieur. Dans deux auges qui entourent ces gouttes de mercure, on verse les liquides L_1 et L_2, qu'on relie par un siphon capillaire. Les surfaces supérieures des deux gouttes se placent dans un même plan horizontal, et il en est de même de leurs équateurs.

M. Gouy a expérimenté une disposition analogue à celle de la première expérience de M. Berget, avec cette différence que les liquides L_1 et L_2 sont reliés par une mèche de coton, et sont en

outre mis en communication avec une autre masse du liquide L_1, reposant sur une masse M de mercure qu'on peut relier à celui du tube, soit directement, soit par l'intermédiaire d'une force électromotrice. Le mercure M est recouvert d'oxyde de mercure destiné à le dépolariser. M. Gouy trouve ainsi que les niveaux dans les deux tubes capillaires sont très différents, mais que cette différence s'atténue et finit par disparaître, conformément à ses expériences antérieures, quand la force électromotrice interposée communique au mercure des tubes des polarisations négatives croissantes. Du mercure mal purifié donnerait l'égalité des niveaux ou les cas intermédiaires, grâce aux traces de métaux oxydables que contient ce mercure, et c'est à cette influence des métaux étrangers que M. Gouy attribue la différence entre ses résultats et ceux de M. Berget. Il ajoute, en ce qui concerne le défaut de mouillage du tube par le liquide électrolytique, que, si l'on a soin de faire osciller le ménisque de part et d'autre de sa position d'équilibre, on écarte toute incertitude supérieure à 1^{mm} sur la hauteur de la colonne de charge.

M. Berget critique l'emploi d'une mèche de coton qui, d'après lui, peut introduire des erreurs importantes, et l'addition d'oxyde de mercure sur le mercure M, cette précaution lui semblant, au point de vue du mouillage et de la pureté du mercure, plus nuisible qu'utile.

Des expériences faites en commun peuvent seules trancher la question.

W. SCHMIDT. — Chronographe électro-balistique (*C. R.*, t. CXIV, p. 733).

M. Schmidt se sert, pour mesurer les petites divisions du temps, d'un balancier de chronomètre, dont l'oscillation est maintenue constante en amplitude par un mécanisme spécial. L'aiguille, fixée sur l'axe du balancier, est ramenée au zéro avant chaque observation, par une rotation communiquée à la glace. Le ressort est alors armé d'un demi-tour et le balancier se trouve au repos dans la position qui correspond à la fin d'une oscillation. Le commencement de l'intervalle de temps à mesurer coïncide avec la rupture d'un des deux courants qui traversent l'appareil. S'il s'agit de la vitesse d'un projectile, le passage de ce projectile détermine

cette rupture par la section d'un fil. Le chronographe se met alors en marche et se trouve arrêté quand le projectile, en coupant un second fil, amène la rupture du second courant.

La graduation se fait à l'aide d'un disjoncteur qui interrompt les courants à intervalles connus, et l'on élimine ainsi les erreurs de départ et d'arrêt. Les causes d'erreur variables n'ont qu'une action négligeable. L'appareil est très portatif et n'est pas affecté par le voisinage d'une arme à feu.

GAUTIER et J. LARAT. — Utilisation médicale des courants alternatifs à haut potentiel (*C. R.*, t. CXIV, p. 493).

Les auteurs ont utilisé les courants alternatifs fournis par l'usine d'électricité des Halles, dont les alternances atteignent dix mille par minute. Une série de transformateurs permet de faire passer les courants :

1° Dans l'eau d'une baignoire en porcelaine ou d'une douche, avec une force électromotrice de 5 à 40 volts et une intensité de 1 à 16 milliampères. Un graduateur permet de faire varier insensiblement cette intensité. Ces courants alternatifs tétanisent légèrement les muscles, et déterminent une consommation nutritive. Ils agissent sur les nerfs sensitifs en excitant les centres nerveux d'une manière favorable, d'après les premiers résultats ;

2° Dans un galvano-cautère, recevant 8 volts et de 1 à 6 ampères ;

3° Dans un ozoneur formé de lames de verre portant des feuilles de métal et séparées par une couche d'air de 2^{mm}. Sur cette couche agit l'effluve déterminée par une force électromotrice de 1000 volts dépensant $1^{amp},5$. L'air ozonisé est ensuite projeté par un ventilateur automatique. Les auteurs n'ont pas tiré de bons résultats de cette ozonisation par décharges. Ils pensent que l'air est vicié par la formation de produits nitreux, qui donneraient dans une solution de potasse une quantité appréciable d'azotate.

A. D'ARSONVAL. — Sur les effets physiologiques des courants alternatifs à variation sinusoïdale. Procédé pour les doser en électrothérapie (*C. R.*, t. CXIV, p. 1534).

L'onde électrique est déterminée par deux facteurs : 1° la fréquence ; 2° la force électromotrice maxima. Pour faire varier ces deux facteurs et les mesurer, M. d'Arsonval dispose, dans le

champ variable à volonté d'un électro-aimant recevant un courant continu, un anneau Gramme dont l'axe porte à une extrémité un collecteur ordinaire muni de ses balais B. A l'autre bout, cet axe porte deux bagues isolées, munies de frotteurs fixes K et communiquant par des prises de courant avec deux points déterminés de l'anneau diamétralement opposés l'un à l'autre. On obtient ainsi aux frotteurs K un courant alternatif à variations sinusoïdales, et aux balais B un courant continu dont la force électromotrice, variable à volonté, est mesurée au voltmètre et représente la force électromotrice maxima aux frotteurs K. La fréquence dépend du nombre de tours et est mesurée par un indicateur de vitesse.

Comme premiers résultats, l'auteur a observé que, si la fréquence est faible, des courants même intenses ne donnent ni douleurs, ni contractions, ni action chimique; mais l'absorption d'oxygène et l'élimination d'acide carbonique par la respiration sont augmentées. En augmentant la fréquence, on obtient des contractions moins douloureuses qu'avec la bobine d'induction, la variation du courant étant plus régulière. Les combustions respiratoires sont alors fortement exagérées. G. Foussereau.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXVI; août 1893.

A.-A. Mayer. — *Études sur le phénomène du contraste simultané des courbures; sur un photomètre pour mesurer l'intensité de la lumière de diverses couleurs*, p. 153.

A. Mac Auley. — *Notes sur une modification de la théorie électrique de Maxwell*, p. 175.

W. Pole. — *Nouvelles données sur la cécité colorée*, p. 188.

J.-E. Myers. — *Sur un nouveau voluménomètre*, p. 195.

G.-M. Minchin. — *Champ magnétique au voisinage de la surface d'un fil traversé par un courant électrique*, p. 201.

Perry et H.-A. Beeston. — *Téléphonie à grande distance*, p. 222.

Septembre 1893.

J.-G. Mac Gregor. — *Sur les hypothèses de la dynamique*, p. 233.

J. Wimshurst. — *Nouvelle forme de machine à influence*, p. 264.

W.-R. PIDGEON. — *Machine à influence*, p. 267.

J. DEWAR et J.-A. FLEMING. — *Résistance électrique des métaux et des alliages à des températures voisines du zéro absolu*, p. 271.

A.-A.-C. SWINTON. — *Expériences avec des décharges de haute fréquence*, p. 300.

CH.-A. PARSONS. — *Expériences sur le carbone à des températures élevées et sous de hautes pressions en présence de diverses substances*, p. 304.

Octobre 1893.

J.-J. THOMSON. — *Sur l'effet de l'électrisation et de l'action chimique sur un jet de vapeur, et de la vapeur d'eau sur la décharge électrique à travers les gaz*, p. 313.

LIVEING et DEWAR. — *Sur les indices de réfraction de l'azote et de l'air liquides*, p. 328.

LORD KELVIN. — *Sur la propriété piézo-électrique du quartz*, p. 331.

LORD KELVIN. — *Sur une pile piézo-électrique*, p. 342.

J. TROWBRIDGE. — *Sur les oscillations de la foudre et des aurores boréales*, p. 343.

CAREY LEA. — *Sur les réactions endothermiques produites par la force magnétique*, p. 351.

LORD RAYLEIGH. — *Sur l'écoulement des liquides visqueux notamment à deux dimensions*, p. 354.

Novembre 1893.

PROCTOR HALL. — *Nouvelles méthodes pour la mesure de la tension superficielle des liquides*, p. 385.

LORD KELVIN. — *Sur l'élasticité d'un cristal d'après Boscovich*, p. 414.

J.-H. MICHELL. — *Les ondes les plus hautes, dans l'eau*, p. 430.

K. TSURUTA. — *Note sur quelques propriétés thermiques d'un mélange d'azote et d'acide carbonique*, p. 438.

LORD KELVIN. — *Sur la théorie de la pyro-électricité et de la piézo-électricité des cristaux*, p. 453.

A. RICHARDSON et G. QUICK. — *Forme modifiée de l'actinomètre pendule de Bunsen et Roscoe*, p. 459.

Wiedemann's Annalen.

T. L, n° 9; 1893.

H. EBERT et E. WIEDEMANN. — *Phénomènes lumineux dans des espaces dépourvus d'électricité et pleins de gaz raréfiés, sous l'influence de champs électriques rapidement alternants*, p. 1.

C. DIETERICI. — *Sur la force élastique maximum de dissolutions aqueuses à zéro*, p. 47.

E. Englisch. — *Recherches thermo-électriques*, p. 88.

F. Braun. — *Signification physique de la thermo-électricité*, p. 111.

F. Kohlrausch et W. Hallwachs. — *Sur la densité de dissolution aqueuses étendues*, p. 118.

F. Kohlrausch et F. Rose. — *Solubilité de quelques corps difficilement solubles dans l'eau, d'après la conductibilité électrique de leurs dissolutions*, p. 127.

A. Kleiner. — *Chaleur produite par la polarisation diélectrique*, p. 138.

A.-L. Holz. — *Recherches sur la production d'électricité par de petites gouttes*, p. 147.

A. Franke. — *Variation de la diélectrique de corps liquides avec la température, et formule de Mossotti-Clausius*, p. 163.

J. Klemenčič et P. Czermack. — *Recherches sur l'interférence d'ondes électriques dans l'air*, p. 174.

H. Jahn. — *Note sur les chaleurs secondaires d'éléments galvaniques*, p. 189.

T. L; n° 11; 1893.

F. Kohlrausch. — *Sur la vitesse des ions électrolytiques*, p. 385.

F. Paschen. — *Sur l'émission des gaz incandescents*, p. 409.

O. Krigar-Menzel et A. Raps. — *Mouvement des cordes pincées*. p. 444.

J. Klemenčič. — *Contributions à la connaissance de l'absorption et de la ramification des oscillations électriques dans les fils*, p. 456.

K. Wesendonck. — *Sur l'écoulement par les pointes*, p. 476.

K.-R. Koch. — *Note sur une méthode simple pour étudier la conductibilité des liquides diélectriques*, p. 482.

R. Hennig. — *Sur la susceptibilité de l'oxygène*, p. 485.

B. Galitzine. — *Sur l'état de la matière au voisinage du point critique*, p. 521.

E. Wichert. — *Lois du résidu élastique à des températures constantes*, p. 546.

A. Heydweiller. — *Encore sur la mesure galvanique de longues bobines*, p. 571.

TABLE DES MATIÈRES.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

DES MATIÈRES CONTENUES DANS LES TOMES I ET II

DE LA 3e SÉRIE.

Les titres des Mémoires sont donnés en abrégé. Le premier nombre inscrit à la suite de chaque Mémoire désigne le volume; le second désigne la page.

FIN DE LA TABLE PAR NOMS D'AUTEURS.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES

DES TOMES I ET II DE LA 3e SÉRIE.

Généralités, Mécanique et Pesanteur.

Actions moléculaires. Phénomènes physico-chimiques.

Acoustique.

Chaleur.

Optique. Radiations.

Électricité et magnétisme.

Météorologie. Physique du globe.

FIN DE LA TABLE ANALYTIQUE.

19309 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

DÉCEMBRE 1893.

TABLE DES MATIÈRES.

DÉCEMBRE 1893.

(*Voir* la suite à la page 3.)

19309 Paris. - Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

Le Gérant : GAUTHIER-VILLARS.

